PEUT-ON NATURALISER LE PLATONISME MATHEMATIQUE ?

Pascal Engel
Université de Paris-IV

Colloque sur la philosophie des mathématiques, ENS Ulm 2000, inédit

Je comptais initialement, dans cet exposé, m'intéresser à l'argument présenté par Penrose dans son livre fameux *the Emperor's New Mind* (*L'esprit, les ordinateurs et les lois de la physique*) et repris dans son second ouvrage *Shadows of the Mindi (Les ombres de l'esprit*) qui adapte un autre argument fameux du philosophe J.R. Lucas, qui est destiné à montrer que puisque le théorème de Gödel (ou sa version par les machines de Turing) établit qu'il peut y avoir une proposition vraie, dont nous savons qu'elle est telle, mais qu'on ne peut pas la démontrer, il doit s'ensuivre que l'esprit humain n'est pas un ordinateur, et que la conscience humaine ne peut reposer sur un algorithme pour établir des vérités mathématiques. Penrose soutient que cet argument établit qu'il ne peut pas y avoir d'algorithme pour l'intuition mathématique. Mais comme j'ai appris ensuite, en lisant le programme de ce colloque, qu'une session allait être consacrée à cette question, j'ai préféré laisser l'analyse de cet argument de Penrose de côté et parler d'autre chose. Je vais cependant en dire rapidement quelque chose.

Brièvement, la difficulté de l'argument de Penrose, qui a été mise en évidence par plusieurs critiques (et en particulier Dennett 1995) me paraît être la suivante. L'argument de Penrose est du type suivant :

(a) le mathématicien saisit des vérités par intuition
il n'y a pas d'algorithme faisable pour l'intuition mathématique
par conséquent, l'intuition mathématique ne peut pas reposer sur un algorithme

Mais la conclusion ne suit pas. Du fait qu'il n'y ait pas d'algorithme pour l'intuition mathématique, il ne s'ensuit pas que l'intuition mathématique ne puisse pas reposer sur un algorithme.

En particulier, la version suivante du même argument

(a') le mathématicien peut comprendre
il n'y a pas d'algorithme faisable pour la compréhension
par conséquent ce que la sélection naturelle a sélectionné, ce qui rend compte de la compréhension, n'est pas un algorithme. (Dennett 1995 : 443)

Comme cet argument n'est pas meilleur que le précédent : si la sélection naturelle est un algorithme, ce n'est pas un algorithme reconnaissable par les esprits qu'elle crée.

Il reste donc parfaitement possible, selon cette version de l'argument de Penrose, qu'il y ait un algorithme responsable de la faculté spéciale que nous nommons « intuition mathématique ».

Mais je ne vais pas m'intéresser ici à cette version des arguments de Penrose. Ce que je voudrais examiner plutôt, c'est l'idée, developpée par Penrose comme corrélat de son argument anti-IA, selon lequel nous avons un accès aux entités mathématiques à travers une faculté d'intuition, non algorithmique, mais néammoins parfaitement *naturelle*, parce que la physique nécessaire pour comprendre la conscience est l'esprit doit être une autre physique que celle que les néo-mécanistes envisagent. Selon Penrose, on peut à la fois accepter les deux thèses suivantes :

(C) (C) Les processus cérébraux causent la conscience, mais aucun processus algorithmique ne peut simuler ces processus

(P) Bien que l'univers platonicien ne se laisse pas réduire à nos constructions mentales imparfaites, notre esprit y a toutefois directement accès grâce à une « connaissance immédiate » des formes mathématiques et à une capacité à raisonner sur ces formes.

et nier la thèse dualiste

(D) On ne peut expliquer la connaissance immédiate à l'aide d'une connaissance scientifique, quelle qu'elle soit

Selon Penrose, la conscience est un processus naturel, explicable par une physique de l'esprit, mais il faut concevoir de manière totalement différente la physique pour comprendre la base naturelle de l'esprit.

En d'autres termes, le platonisme mathématique, la thèse selon laquelle les entités mathématiques constituent un univers d'objets abstraits indépendants de l'esprit et de tout univers physique, l'épistémologie selon laquelle nous avons accès aux connaissances mathématiques par l'intermédiaire d'une forme d'intuition, et le naturalisme physicaliste sont des thèses compatibles.

C'est une combinaison intéressante, que l'on peut appeler « naturalisme platoniste » ou « platonisme mathématique naturalisé », mais elle est, de prime abord, incohérente. Pourquoi ?

Il existe, dans la philosophie des mathématiques contemporaine, un argument bien connu, en fait très classique, destiné à montrer que cette combinaison est, sinon incohérente, du moins hautement problématique. Cet argument porte le nom de « dilemme de Benacerraf ». On peut le formuler ainsi :

(DILEMME DE BENACERRAF)

(1) (1) Il y a des entités mathématiques abstraites, indépendantes du langage, et sans localisation spatio-temporelle ni contact causal avec l'esprit humain (P)

(2) (2) La connaissance se définit comme une forme de contact causal avec les entités connues (TC)

(3) (3) Par conséquent il ne peut y avoir de connaissance des entités abstraites des mathématiques

En d'autres termes, selon le dilemme de Benacerraf, il n'est pas possible de réconcilier l'ontologie d'entités abstraites du platonisme avec son épistémologie : le platoniste ne peut expliquer comment cette connaissance est possible, et ne peut donner aucune réponse évidente, sauf à recourir à une faculté mystérieuse d'intuition.

Si l'on accepte la seconde prémisse de l'argument, la conclusion semble s'imposer : si l'on veut réconcilier l'ontologie avec l'épistémologie, il faut renoncer à la thèse ontologique platonicienne : les entités mathématiques ne sont pas des entités abstraites. On peut le concevoir soit comme des formes de constructions mentales, soit comme des entités physiques, de l'espèce des symboles d'un langage, et épouser ainsi une forme de nominalisme.

Telle est, semble-t-il, la position des chercheurs en neurosciences qui entendent soutenir qu'il y a des bases neuronales et cérébrales de notre connaissance mathématique. Ceux-ci admettent la seconde prémisse, et soutiennent que la seule épistémologie correcte des mathématiques doit impliquer un rejet du platonisme. Le dialogue entre Changeux et Connes (1989) illustre en fait le dilemme de Benacerraf.

« Les progrès rapides des sciences cognitives permettent d'envisager une alternative avec sérieux : les mathématiques résulteraient, pour une grande part, de la capacité de notre cerveau à « inventer » des règles et des langages nouveaux, et explorer les conséquences logiques de ces règles. Les mathématiques devraient alors être considérées comme une activité, en perpétuelle évolution, du cerveau de l'homme, plutôt que comme un monde préétabli que les mathématiciens explorateurs découvriraient progressivement »
(Changeux et Dehaene 1993)

Penrose ne voit pas les choses ainsi, puisqu'il semble soutenir que les deux prémisses peuvent être maintenues sans que la conclusion (3) s'ensuive. Il soutient que la faculté d'intuition par laquelle on accède aux entités abstraites est une connaissance naturelle, qu'une physique de l'esprit peut expliquer, même si nous ne disposons pas encore de la physique appropriée et pouvons seulement en indiquer la nature.

Mais cette position avait, en un sens, était déjà défendue par Gödel, qui soutenait que

« Les ensembles peuvent être conçus comme des objets réels, existant indépendamment de nos définitions et constructions. »

mais aussi que

« L'analogie entre les mathématiques et la science naturelle compare les axiomes de la logique et des mathématiques aux lois de la nature et l'évidence logique avec la perception sensorielle ».

« Nous avons quelque chose comme une perception également des objets de la théorie des ensembles » (Gödel 1944)

Ou bien cette perception est à rapprocher de la faculté mystérieuse d'intuition comme contact non causal avec des entités abstraites, ou bien elle est, comme la perception ordinaire, une capacité parfaitement naturelle et analysable comme telle.

Je viens de dire que Penrose suggère une position de ce type, c'est-à-dire une forme de platonisme naturalisé. Mais ce n'est pas sa position que je veux examiner ici. Une philosophe en fait, a défendu, en réponse au dilemme de Benacerraf, une position de ce genre ; Penelope Maddy (1990). Comme c'est l'une des versions les plus développées de platonisme naturaliste, il me semble intéressant de l'examiner, et voir dans quelle mesure elle est tenable. Et je vais soutenir que, au moins dans la version de Maddy, elle est très problématique.

1. 1. Connaissance numérique et cognition

Pourquoi le platonisme naturalisé, malgré son caractère bizarre, est-il une position attrayante ? Elle ne l'est pas simplement parce qu'elle nous promet une réconciliation de l'épistémologie mathématique avec la conception courante et officielle des mathématiciens en ontologie, incarnée par Alain Connes, qui penche toujours en faveur d'une forme de platonisme. Elle l'est aussi parce les conceptions qui semblent le mieux respecter la prémisse (2) du dilemme de Benacerraf ne sont, malgré les apparences, satisfaisantes ni sur le plan épistémologique ni sur le plan ontologique.

Commençons par le plan ontologique. Un grand nombre de travaux psychologie cognitive et de neurosciences établissent qu'un certain nombre d'espèces animales, les primates supérieurs et les enfants humains, ont une sensibilité aux nombres, et que cette sensitivité est basée dans les structures d'organisation cérébrale. Les célèbres travaux de Karen Wynn (1992) montrent les enfants de 5 mois sont capables de calculer les résultats précis de d'additions et de soustractions simples, et que « les symboles mentaux sur lesquels les animaux et les enfants opèrent ont un structure qui leur permet d'abstraire de l'information des relations numériques précises entre les numérosités » (1992 : 317), et donc qu'il y a une représentation innée des nombres. Bien sûr Wynn ne suggère pas que toutes les mathématiques sont innées, ni que la notion d'infini puisse résulter de ces mécanismes élémentaires, mais elle suggère que « notre connaissance numérique initiale *d'une façon quelconque* sert de base au développement des mathématiques », et que « déterminer comment la transition à partir de cette base initiale vers une connaissance plus abstraite pourrait être obtenue serait une entreprise majeure » (ibid : 330). Elle en conclut qu'une conception qui selon laquelle la connaissance mathématique est de nature essentiellement empirique, comme celle que

Mill défendait et que des auteurs contemporains comme Kitcher (1984) ont renouvelée, pourrait bien, à partir de ces travaux, se révéler correcte. De leur côté, Changeux et Dehaene (1993) ont soutenu qu'on peut formuler des modèles neuronaux du développement numérique élémentaire, qui « indiquent clairement que le concept de nombre possède une réalité psychologique » et que le cerveau humain possède un ou plusieurs « organes numériques ».

Le problème que posent ces conceptions, relativement à l'ontologie des nombres, est qu'ils font appel à une notion de « capacité numérique » et de « numérosité » qui ne nous garantit nullement que les comportement indiquant la sensibilité à ces numérosités, ni les structures neuronales qui les sous-tendent, peuvent compter comme une sensibilité aux nombres eux-mêmes. En premier lieu si la connaissance des nombres est supposée acquise à partir de la sensibilité à des numérosités physiques, il n'est pas clair que l'on ait affaire réellement à une connaissance des *nombres* comme telle, et pas plutôt à une connaissance d'*agrégats* physiques. Mais comme l'a montré Frege contre Mill, la notion de nombre ne peut se réduire à celle d'agrégat. En second lieu, la reconnaissance, dans les expériences de Wynn, de certains objets, tels que des petits mickeys ou de poupées par les enfants, suppose la connaissance d'objets distincts, et par conséquent quelque chose comme l'appareillage de la quantification et de l'identité. Mais même s'il est légitime de leur attribuer cet appareillage, il ne constitue pas encore une connaissance des nombres comme tels. Entre le quantificateur « Il existe un x » et le quantificateur numérique « il existe exactement *n* *x* », il y a un fossé, dont il n'est pas évident qu'il soit franchit par l'enfant (Galloway 1992). Le concept même de « numérosité » pose exactement ce problème : la numérosité est-elle identique à la *numéricité* , ou à la connaissance de nombres ?

Rien de ceci évidemment n'implique que les nombres soient des objets, au sens où un philosophe des mathématiques platonicien peut l'entendre. On peut parfaitement soutenir que les nombres ne sont pas des objets, et qu'ils se réduisent à des symboles et à des règles pour manipuler des symboles. Mais alors il faut développer une alternative nominaliste au platonisme, peut être dans le style de celle proposée par Field (1981, 1989). Mais le nominalisme lui-même est une reconstruction théorique des nombres, et tant que cette reconstruction théorique n'est pas établie comme concordant avec les structures cognitives et cérébrales des symboles mentaux eux-mêmes, rien n'a été montré du passage des numérosités aux nombres.

Passons maintenant au plan épistémologique. Supposons que la difficulté ontologique ait été résolue, dans le sens d'une conception platonicienne, d'une conception nominaliste ou d'une conception constructiviste. De toute évidence, la découverte de fondements neuronaux et cognitifs à notre connaissance mathématique, soit dans un sens innéiste soit dans un sens empiriste, satisfait à la seconde prémisse de Benacerraf, puisque ce fondement neuronal et cognitif assurera le contact causal avec les objets appropriés, qu'ils soient des symboles ou des structures cognitives.

Mais pourquoi devrait-on exiger une telle condition causale sur la connaissance ? Le platoniste ne peut-il pas répondre au dilemme de Benacerraf en disant qu'elle n'est pas nécessaire ? Ici il faut faire un petit excursus au sein de la théorie de la connaissance. La notion traditionnelle de connaissance, celle qu'on trouve chez Platon lui-même implique que la connaissance n'est pas seulement la croyance vraie, mais la croyance vraie *justifiée*. Mais des exemples célèbres, proposés par Gettier (1963) montrent que cette définition est insuffisante. Pierre entre dans la pièce, voit une pomme une pomme sur la table. Il croit qu'il y a une pomme sur la table. Sa croyance est vraie, car il y a bien une pomme sur la table. Elle est justifiée par les données perceptuelles dont il dispose. Mais en fait la pomme qu'il voit n'est pas celle qui est sur la table, mais une autre pomme, dont la perception lui est induite par un jeu de miroirs disposés de manière à ce qu'il croie voir la pomme, mais voit en fait seulement sa réflexion dans ces miroirs. Dans ce cas la croyance de Pierre est vraie, justifiée, mais n'est pas une connaissance. Les théoriciens de la connaissance soutiennent ici (Goldman 1986) que pour que Pierre puisse avoir une connaissance authentique, il faut qu'il existe une chaîne causale *appropriée* entre la pomme perçue par Pierre et son appareil cognitif. Dans l'exemple en question, la chaîne causale n'est pas appropriée. Mais quelles sont les conditions d'une chaîne causale appropriée ? Comment s'assurer que dans des circonstances données nous avons affaire à un cas de cognition normale, et non pas à un cas déviant, susceptible d'induire des exemples de ce type ? En d'autres termes pour qu'une croyance vraie P soit justifiée il faut que la condition suivante soit remplie :

(A*) il y a une connexion causale appropriée entre la vérité de P et la croyance que P

Mais il ne peut être requis que (A*) soit vrai pour que P soit justifié car cela impliquerait qu'aucune croyance fausse ne puisse être justifiée. Or il y a clairement des croyances fausses qui le sont. Il ne peut pas non plus être requis que (A*) soit connu de manière justifiée pour que P soit connue de manière justifiée, car cela impliquerait une régression à l'infini : il faudrait aussi qu'une proposition (A**) :

(A**) il est connu de manière justifiée (par une chaîne causale appropriée) que (A*)

soit connue de manière justifiée, et ainsi de suite. (C'est ce que l'on appelle un réquisit *internaliste* quant à la justification. Mais comment est-ce possible ? Par exemple, les anciens pouvait-ils être justifiés à croire des vérités astronomiques alors même qu'ils soutenaient des croyances qui nous apparaissent aujourd'hui bizarres sur la mécanique céleste ou même sur les causes des croyances humaines ? Pour échapper à cette conséquence, les théoriciens de la nature causale de la connaissance sont amenés à soutenir que la justification ne doit pas dépendre du fait que l'on croit que les justifications en question existent, autrement dit qu'une croyance puisse être justifiée sans qu'on croit qu'elle l'est (ce que l'on appelle une forme d'*externalisme* quant à la justification). Car alors si une certaine théorie impliquait des conséquences qui ne sont pas crues par les agents, il devrait s'ensuivre que nous serions justifiés à croire des conséquences que nous n'avons même pas envisagées. Comment peut-on être justifié à croire quelque chose que l'on ne croit pas ? (C'est une version du problème de l'omniscience logique).

La conséquence de tout cela est qu'il n'est pas évident que la théorie causale de la connaissance impliquée par la prémisse (2) du dilemme de Benacerraf soit assurée. Et pourtant elle est très plausible. Néanmoins, si l'on ne peut pas donner une explication satisfaisante de cette condition, quelles raisons avons-nous de l'adopter ?

Nombre de philosophes sont cependant prêts à l'adopter, sur une base plus faible. Ils peuvent refuser de chercher une forme a priori de justification, et soutenir que nos croyances en général, et nos croyances aux entités mathématiques, sont justifiées par nos canons généraux de connaissance scientifique. L'idée est que

Argument d'indispensabilité(Quine-Putnam) : si notre connaissance scientifique en général, et les canons qui la gouvernent, établissent que les objets mathématiques, et en particulier les objets abstraits, sont présupposés, ou impliqués par nos meilleures théories scientifiques, alors nous avons toutes les bonnes raisons – les justifications- de croire en l'existence de ces entités.

C'est ce que l'on appelle, dans la littérature de philosophie des mathématiques contemporaines, un argument d'*indispensabilité*. C'est une forme d'argument abductif, dans la terminologie de Peirce, ou un argument reposant sur l' « l'inférence à la meilleure explication », de nature pragmatique. Si la meilleure explication que nous avons de nos croyances aux objets mathématiques, celle qui est impliquée par notre connaissance physique, puisque la physique utilise les mathématiques, présuppose l'existence d'objets abstraits, alors il est rationnel, ou justifié de croire à l'existence de ces objets. Cette position est naturaliste, et causale, en un sens nom pas étroit comme précédent, mais en un sens faible ou général : notre connaissance n'excède pas ce que la physique peut nous amener à croire sur le monde naturel, et puisque la théorie de la connaissance la meilleure que nous ayons doit se réduire à une connaissance naturelle – la connaissance qui nous est fournie par la psychologie, les sciences cognitives, qui se réduisent à la physique, alors notre meilleure théorie naturaliste doit postuler l'existence d'entités abstraites. C'est aussi une forme de platonisme naturalisé, mais à la différence de la théorie causale de la connaissance, il n'implique pas que nous soyons en mesure de donner une analyse détaillée des connexions causales qui nous relient aux entités abstraites, mais seulement que nous ayons une justification générale de cette causalité. C'est pourquoi Quine peut à la fois défendre une forme d' « épistémologie naturalisée », selon laquelle il ne peut pas y avoir d'autre canons de la connaissance que ceux que nous donne notre pratique scientifique globale, et une forme de platonisme stipulatif.

Le problème le plus sérieux que rencontre cette forme de platonisme est que les mathématiques *non appliquées* sont sans justification. Or il semble que les mathématiques non appliquées reposent bien sur des pratiques de justification, sans être liées à « notre pratique scientifique globale ». C'est une objection que fait Maddy (1990 : 31). Et cela la conduit à proposer une autre forme de platonisme naturalisé.

2. 2. Le platonisme naturalisé de Maddy.

Ce que les difficultés précédentes montrent est qu'il n'est pas facile de soutenir, comme le font Changeux et Dehaene (1993 : 123) que le débat quant à l'ontologie des mathématiques et quant à leur épistémologie, exprimé par le dilemme de Benacerraf , est un débat purement philosophique, et que ce débat peut être résolu par l'expérimentation en se passant complètement de toute théorie de la justification et de toute ontologie des entités mathématiques.

Maddy entend au contraire proposer une conception naturaliste qui rende justice aux deux dimensions. Elle reformule, à partir du platonisme de Gödel, le dilemme de Benacerraf. D'un côté la meilleure explication que nous ayons des objets mathématiques et celle qui s'accorde le mieux avec la pratique des mathématiciens est la conception platoniste. D'un autre côté la conception godelienne (ou penrosienne peut être) de la justification de notre connaissance de ces objets par l'effet d'une intuition ou d'une évidence transcendante est mystérieuse. Sa solution pour échapper au dilemme consiste à soutenir que c'est intuition n'est pas autre chose qu'une connaissance parfaitement naturelle, qui est en fait une forme de *perception*, qui est elle-même une forme d'interaction causale avec les entités mathématiques. Elle soutient que les objets mathématiques sont des ensembles, et que nous en avons une connaissance perceptive, en d'autres termes que :

(M) Nous avons une forme de connaissance *observationnelle*, perceptive des ensembles

Maddy avance en effet la thèse radicale selon laquelle nous pouvons interagir causalement, et interagissons causalement avec des ensembles. En d'autres nous pouvons les voir, les sentir, et même semble-t-il, les manger.

« Considérez le cas suivant. Steve a besoin de deux œufs pour son omelette. La boîte à œufs qu'il prend dans le réfrigérateur lui semble extrêment légère. Il ouvre le carton et voit, à son grand soulagement, qu'il y a là trois œufs. Ma thèse est que Steve a perçu un ensemble de trois œufs. Selon l'analyse de la perception que je propose, ceci requiert qu'il y ait un ensemble de trois œufs dans le carton, que Steve acquière une croyance perceptive à leur sujet, et que l'ensemble d'œufs participe dans l'engendrement de ces croyances perceptives de la même manière que ma main participe dans l'engendrement de ma croyance qu'il y a une main devant moi quand je la vois sous un éclairage approprié. » (Maddy 1990 : 58)

Mais l'objection immédiate à cette idée n'est-elle pas que les ensembles ne sont-ils pas des entités qui ne sont pas localisées spatio-temporellement ? A cela Maddy répond :

« Il n'y a pas de véritable obstacle à l'idée que les l'ensemble d'œufs vient à l'existence et en sorte, et que spatialement comme temporellement, il est localisé exactement là où se trouvent ses membres, c'est-à-dire là où l'ensemble d'œufs et l'ensemble de mains se trouvent, c'est-à-dire là où se trouvent les œufs et les mains. Et n'importe quel nombre d'ensembles différents peuvent être localisés au même endroit : par exemple l'ensemble des ensembles de trois oeufs et l'ensemble des deux mains est localisé dans le même lieu que l'ensemble de l'ensemble des deux œufs et l'ensemble de l'autre œuf et des deux maions. Rien de ceci n'est plus surprenant que le fait que les cinquante deux cartes puisse être localisé au même endroit que le paquet de cartes.»(1990 : 59)

Une seconde objection est qu'il n'est pas évident que la croyance perceptive que Steve acquiert soit une croyance au sujet de l'ensemble des œufs, et que cet ensemble ait trois membres. A cela Maddy répond que la croyance numérique – qu'il y a trois œufs dans le carton – est une croyance perceptive. Elle est bien, nous dit Maddy une croyance perceptive non inférentielle, qui peut néanmoins influencer des inférences sur d'autres croyances perceptives, et sur d'autres croyances, par exemple qu'il y a assez d'œufs pour faire l'omelette. Mais alors, est-ce une croyance au sujet d'un ensemble ? Le problème est que l'amas physique qu'il y a dans le carton n'a pas de propriété numérique déterminée : il contient trois œufs, mais quantité d'autres molécules, et encore plus d'atomes, et seulement le quart d'un carton d'œufs. Pour toute masse d'une substance physique, il n'y a pas de manière prédéterminée dont elle peut être divisée, et sans cette division, il n'y a pas de propriété numérique prédéterminée. C'était précisément la difficulté que nous avons rencontrée au sujet de la « numérosité ».

On peut répondre que le sujet d'une propriété numérique est un agrégat, mais la réponse de Frege est qu'il s'agit d'un concept, ou une autre réponse est qu'il s'agit de l'extension du concept, une classe. Maddy préfère dire que c'est un ensemble.

Mais quelle sorte d'ensemble ? On distingue les ensembles *purs*, c'est à dire les ensembles figurant dans la hiérarchie itérative construite à partir de l'ensemble nul à travers les opérations de création des ensembles comme l'opération qui nous donne la puissance d'un ensemble, et les ensembles *impurs*, qui ont au moins un non-ensemble dans leur clôture transitive. Si la thèse de Maddy porte sur ces derniers en même temps que , on peut parler d'un platonisme physicaliste proprement dit ; si elle porte sur les ensembles impurs seulement, on ne peut parler que d'un platonisme physicaliste hybride (Balaguer 1994) , admettant que nous percevons pas les ensembles purs. Mais elle ne décide pas en faveur de l'une ou l'autre de ces thèses. Si elle défend le platonisme physicaliste hybride, elle peut soutenir que notre connaissance des ensembles purs est obtenu inférentiellement à partir de notre connaissance perceptive des ensembles impurs. Mais le problème avec la thèse hybride est que le platoniste traditionnel peut défendre exactement la même idée, et par conséquent que la thèse hybride n'offre pas une alternative authentique au platonisme traditionnel, dont Gödel est peut être un réprésentant. il vaut mieux alors concevoir sa position comme une défense du platonisme physicaliste stricto sensu. Sa théorie implique que si nous ne percevons pas directement toutes les propriétés des ensembles physiques que nous observons nous percevons bien les propriétés des ensembles que nous observons, et pouvons inférer les autres. En fait sa thèse implique bien que les nombres soient des propriétés, c'est à dire des universaux, et non pas, comme celle de Frege que les nombres soient les propriétés de propriétés, ou de concepts. Biglow (1988) a défendu, sur la plan ontologique, une telle théorie des nombres comme universaux. On retrouve ainsi l'idée gödelienne selon laquelle les mathématiques sont une partie de la science de la nature.

En outre, Maddy, après avoir accepté à un moment l'argument quinien de l'indispensabilité, tend à présent (Maddy 1992) à le rejeter. Elle entend donc s'en tenir à une théorie causale de la justification des croyances perceptives au sujet des ensembles, et elle spécifie les processus appropriés de perception à partir à la fois de modèles neuronaux empruntés à Hebb et de considérations développementales piagétiennes. Comme on l'a vu, les travaux de Wynn et ceux de Dehaene et Changeux lui permettraient d'améliorer ces hypothèses quant à la perception numérique, et sans doute de les modifier. Mais ils ne changeraient pas substantiellement la nature causale de la théorie épistémologique proposée.

La théorie de Maddy tient à son hypothèse selon laquelle certains ensembles sont localisés là où se trouvent leurs membres et ne sont pas moins observables que le sont leurs membres. Comme elle le dit :

« Dix est localisée là où se trouve l'ensemble de mes doigts, en mouvement sur les touches de mon traitement de texte. Mais si c'est correct, alors dix est localisé là où se trouve la première ligne d'une équipe de base ball américian, et sur la liste des best sellers du *Times*, et dans de nombreux autres endroits. .. Par les critères traditionnels ce la fait de l'ensemble des joueurs de base ball un particulier et du nombre dix un universel » (Maddy 1990 : 87)

Mais pourquoi devrions nous accepter cette hypothèse. La réponse de Maddy est que si l'on reconnaît l'existence des ensembles, il n'y a pas d'obstacle réel à soutenir que les ensembles formés d'objets spatio-temporels sont localisés là où se trouvent ces objets, et que nous acquérons des croyances directes au sujet des ensembles par la perception.

Mais alors que la thèse selon laquelle les ensembles d'objets physiques sont localisés dans l'espace-temps, il n'est pas évident que cela transforme les ensembles en des objets physiques. Car si ces ensembles sont des objets physiques, on devrait pouvoir les distinguer par leurs propriétés physiques. Mais les ensembles physiques occupent exactement les mêmes lieux spatio-temporels que leurs membres et ils participent exactement aux mêmes événements, et par conséquent nos moyens habituels pour distinguer les objets physiques ne s'appliquent pas à eux. Mais alors quelles sont les propriétés physiques qui distinguent un ensemble de deux livres de l'ensemble de cet ensemble ou de l'ensemble des sous ensembles non vides de cet ensemble ? Maddy répondrait qu'ils diffèrent par le fait qu'ils ont des membres distincts. Mais *Avoir des membres distincts* est une propriété des ensembles, et ce n'est une propriété physique qu'en vertu de la stipulation selon laquelle les ensembles sont des objets physiques. Par conséquent Maddy fait ici une pétition de principe (Resnik 1997 : 95).

Qu'en est-il alors de la thèse de Maddy selon laquelle nous pouvons voir directement certains ensembles ? Tout le problème est ici celui de savoir si nous les voyons directement. Mais elle défend aussi l'idée que la perception est faite de croyances perceptives, de jugements, et d'inférences à partir de ces croyances. Or on peut « voir » des électrons à partir de données sur un écran d'ordinateur. Mais cela n'implique pas que l'on voie les électrons eux-mêmes, pas plus que la thèse de Maddy n'implique que les propriétés des ensembles soient vus directement.

Elle est parfaitement consciente de la difficulté, car elle écrit dans une note :

« Steve n'a pas besoin d'exprimer sa croyance [qu'il y a trois œufs dans cette boîte] sous cette forme [que cet ensemble a trois membres] : implicite dans le mot »ensemble il y a une théorie plus sophistiquée que celle dont la plupart des gens sont conscients. Quand je dis qu'il acquiert une croyance perceptive au sujet d'un ensemble, je veux dire qu'il acquiert une croyance perceptive au sujet de quelque chose qui a une propriété numérique, que les théoriciens connaissent comme étant un ensemble. de la même manière quand il perçoit l'arbre devant lui, il a acquis une croyance perceptive qui a un contenu théorique plus faible que celui qu'un botaniste fournirait. Néanmoins ce qu'il a perçu était l'arbre du botaniste » (Maddy : 63)

Tout le problème est là. Fred Dretske a distingué le « voir non épistémique » du « voir épistémique », le voir sans jugement identifiant du voir avec un tel jugement identifiant. Mais les propriétés des ensembles dépendent du second voir, et non pas du premier. Et c'est toute la difficulté des thèses qui essaient d'établir la généalogie psychologique et cognitive de notre connaissance des nombres à partir de notre perception de la numérosité.

Je ne dis pas que ces théories soient fausses ; mais tant qu'elles n'ont pas pris parti sur la question ontologique de la nature des nombres et sur la question épistémologique de la nature de leur connaissance, ces théories sont vouées à rester indéterminées, et à rester prises dans le dilemme de Benacerraf.

REFERENCES

Benacerraf and Putnam, eds, 1983 *Philosophy of Mathematics, Selected Readings*, Cambridge Cambridge University Press

Benacerraf, P. 1965 « What Numbers could not be », repr. in Benacerraf and Putnam, 1983

Bigelow, J. 1988, *The reality of Numbers, a physicalist view of Mathematics*, Oxford, Clarendon Press

Burgess, J. and Rosen, G. 1997 *A subject with no object*, Oxford, Oxford University Press

Changeux, J.P. et Connes, A. 1989 *Matière à pensée*, Paris, O. Jacob

Changeux, J.P. et Dehaene, S. 1993 « Pensée mathématique et modèles neuronaux des fonctions cognitives », in O. Houdé ed. *Pensée logico-mathématique, nouveaux objets interdisciplinaires*, Paris PUF

Dennett, D. 1995 *Darwin's Dangerous Idea*, Allen Lane, New York

Field, H.1981 *Science without Numbers*, Blackwell, Oxford

1989 *Realism, Mathematics and Modality*, Oxford, Blackwell, 1989

Gödel, K. 1944 « Russell's Mathematical Logic », repr. in Benacerraf and Putnam 1983

Kitcher, P. 1984 *The nature of mathematical Knowledge*, Oxford, Oxford University Press

Maddy, P. *Realism in Mathematics*, Oxford, Oxford University Press

Penrose, R. *The Emperors's New Mind*,

Shadows of The Mind

Resnik, M. 1997 *Mathematics as a science of Patterns*, Clarendon Press, Oxford

Wynn, K. 1992 « Evidence against Empiricists Accounts of Numerical knowledge » *Mind and Language, 7, 4*, 317-332