Champs de vecteurs sur la sphère

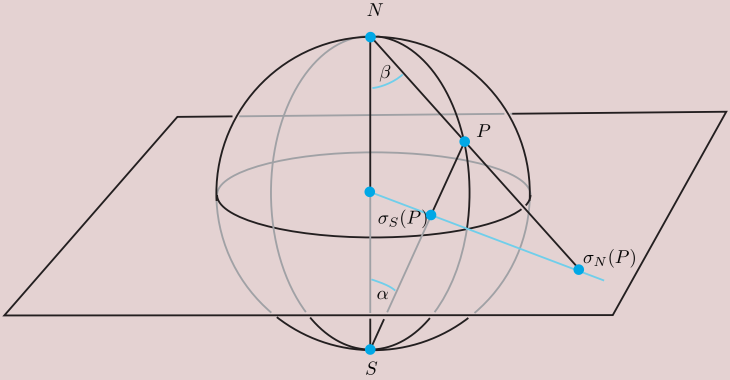
cours Analyse II réelle

Felice Ronga

le 14 juin 2005

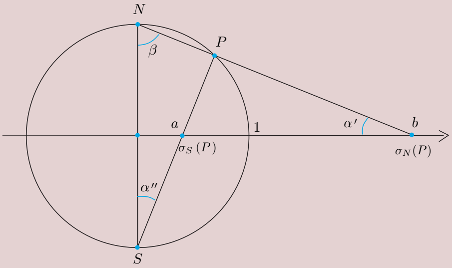
La projection stéréographique

On peut projeter depuis le pôle nord et depuis le pôle sud.



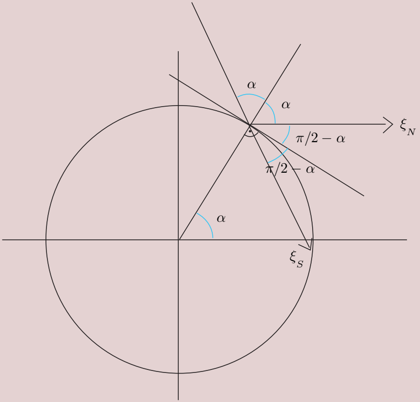
Passage de σ_N à σ_S

vu dans le plan d'un méridien



$\alpha'' = \mathrm{arc}NP/2$, $\beta =\mathrm{arc}PS/2$, donc $\alpha'' + \beta = \pi/2$. Mais $\alpha' + \beta = \pi/2$ aussi, donc $\alpha' = \alpha''$, d'où $\frac{a}{1} = \frac{1}{b}$. On en déduit que $h = \sigma_S \circ \sigma_N^{-1}$ est l'inversion par rapport au cercle unité, c'est-à-dire $h(x, y) = \frac{(x,y)}{x^2+y^2}$.

Inversion du champ de vecteurs constant égal à $(1, 0)$ par rapport au cercle unité



$\xi_S = -($ rotation d'angle 2α appliquée à $\xi_N)$.
En écriture complexe : $\xi_S = -z^2$, où $z = x + i \cdot y$.