

Questionnaire

Questions pour examens en analyse numérique E07. Prière de cocher les 5 sujets les plus difficiles (d+), les moins difficiles (d-), les plus intéressantes (i+) et les moins intéressantes (i-).

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] Expliquer comment le mouvement d'un point de masse glissant, sous l'effet de la gravité et sans frottement, sur une courbe donnée, par exemple $y = (1 - x^2)^2$, amène à un système d'équations différentielles sur laquelle on peut voir l'utilité d'une méthode numérique.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] Expliquer comment un problème d'électronique (circuit RCL avec triode) amène à un système d'équations différentielles sur laquelle on peut voir l'effet d'un cycle limite et l'utilité d'une méthode numérique.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] Expliquer la convergence de la méthode d'Euler pour (un système) d'équations différentielles (erreur locale, erreur globale, condition de Lipschitz).

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] Expliquer l'idée des méthodes "Predictor-Corrector" pour généraliser une formule de quadrature d'ordre 2 ou 3 en une méthode de type Runge-Kutta du même ordre (les deux méthodes de Runge d'ordre 2 et la méthode de Heun d'ordre 3).

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] (Info) Question: Quel méthode a été utilisé dans le *premier* programme qui a tourné sur le *premier* ordinateur (américain)? Expliquer comment cette méthode est obtenue par l'idée "Predictor-Corrector" à partir d'une formule de quadrature d'ordre 2 et une d'ordre 3.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] Expliquer la structure algébrique des conditions d'ordre d'une méthode de Runge-Kutta. Idée de la preuve.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] (Math) Écrire les conditions pour ordre 4 d'une méthode de Runge-Kutta avec $s = 4$ et expliquer les idées par lesquelles on arrive à construire de telles méthodes.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[III.] Programmation d'une méthode de Runge-Kutta. Expliquer l'idée des méthodes emboîtées, le calcul du h "optimal" et la sélection automatique du pas.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[IV.] Discuter l'élimination de Gauss pour résoudre un système linéaire. Expliquer la décomposition LR d'une matrice.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[IV.] Discuter l'élimination de Gauss pour résoudre un système linéaire. Expliquer le calcul du déterminant d'une matrice et le calcul de l'inverse d'une matrice. Donner une idée du coût d'une telle opération comparé au coût de la "Règle de Cramer".

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[IV.] Expliquer le "recherche partielle de pivot" pour l'élimination de Gauss pour résoudre un système linéaire et expliquer son importance numérique à des exemples.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d+	d-	i+	i-

[IV.] Pourquoi est il possible qu'une méthode soigneusement construite donne encore des résultats souvent fausses à des nombreux systèmes linéaires, surtout quand la dimension est grande ? Expliquer ce phénomène par la "backward error analysis".

d+ d- i+ i-

[IV.] Discuter la condition d'une matrice et sa signification pour la résolution d'un système linéaire.

d+ d- i+ i-

[IV.] Expliquer l'algorithme de Cholesky, qui s'applique à certains problèmes et expliquer pourquoi il est toujours possible sans recherche de pivot.

d+ d- i+ i-

[IV.] La méthode des moindres carrés : dériver les équations normales. Expliquer que la matrice de ces équations normales est symétrique et définie positive. Quelle méthode est alors un bon choix possible ?

d+ d- i+ i-

[IV.] Expliquer la décomposition QR d'une matrice à l'aide des réflexions de Householder.

d+ d- i+ i-

[IV.] La méthode des moindres carrés: expliquer l'étude probabiliste de l'erreur (propriété 'maximum likelihood' de cette méthode) pour des erreurs suivant la "loi normale de Gauss-Laplace".

d+ d- i+ i-

[IV.] Comment peut on donner une estimation des erreurs des solutions x_i obtenues par la méthode des moindres carrés, si les erreurs probables des données sont supposées connues.

d+ d- i+ i-

[IV.] Trouver la fonction de densité pour la somme des carrés de n variables aléatoires normales indépendantes, et expliquer comment cette "distribution χ^2 " permet de juger la "confiance d'un modèle" en sciences.

d+ d- i+ i-

[V.] Donner une matrice pour lesquelles le calcul des valeurs propres est bien conditionné (Gershgorine), mais où l'algorithme : "calculer les coefficients du polynôme caractéristique et ensuite calcules ses racines" est désastreux.

d+ d- i+ i-

[V.] Expliquer la transformation d'une matrice arbitraire sous forme de Hessenberg (d'une matrice symétrique sous forme tridiagonale).

d+ d- i+ i-

[V.] Expliquer la méthode de bisection pour le calcul des valeurs propres d'une matrice symétrique et tridiagonale (suites de Sturm).

d+ d- i+ i-

[V.] Expliquer la méthode QR pour le calcul de toutes les valeurs propres d'une matrice (expliquer comment la méthode convergence).

d+ d- i+ i-

[V.] Expliquer la méthode QR pour le calcul de toutes les valeurs propres d'une matrice (expliquer l'accélération de la convergence par shift et déflation).