▶▶▶

La monnaie unique a converti la Grèce à l'Europe (suite)

dans les pays membres, ont aidé le chercheur à évaluer l'europhilie des Grecs. 60% des sondés soutiennent l'appartenance à l'UE (contre 40% en 1981). 62% d'entre eux estiment que le pays en a tiré un bénéfice, contre une moyenne européenne de 15%.

A lui seul, ce chiffre en dit long sur la nature de cette européanisation. La Grèce est l'un des pays à avoir bénéficié le plus de la manne économique. Elle ne peut l'ignorer. Pragmatique, elle en tire certaines conclusions. C'est donc surtout par l'économie que le sentiment d'Europe a progressé en Grèce. Les comportements ont évolué. Les Grecs consomment désormais comme les autres Européens. Les structures sociales se modifient. *«La Grèce avait une forte tradition de solidarité familiale. Aujourd'hui, l'individualisme se renforce.»*

«L'économie a mis la Grèce sur les rails de l'européanisation. Lancée, elle poursuit désormais sur cette voie, conclut Maximos Aligisakis. *Comme en témoigne toute l'histoire de la construction européenne, la stratégie économique s'est révélée la plus efficace pour convertir un pays à l'idée d'Europe.»*

SOPHIE DAVARIS ●

Publications:

▶ ALIGISAKIS, Maximos: «Clivages dans les Balkans: quelques hypothèses» in *La crise des Balkans de 1999. Les dimensions historiques, politiques et juridiques du conflit du Kosovo,* sous la direction de MORAND, Charles-Albert, Bruyant-Bruxelles, collection Axes Savoir, 2000, pp. 49-67.

▶ ALIGISAKIS, Maximos: «La Grèce à l'assaut des Balkans?» in *Revue Confluences Méditerranée,* L'Harmattan, n° 38, été 2001, à paraître.

Un duel, des équations et que

Le professeur genevois Pierre de la Harpe vient de publier un imposant ouvrage sur la théorie des groupes, une des très importantes branches des mathématiques d'aujourd'hui.

EN MARS DERNIER, la section de mathématiques de la Faculté des sciences de l'Université de Genève a organisé une journée portes ouvertes. Plus de 250 visiteurs se sont déplacés. Le professeur Pierre de la Harpe, qui vient de publier un imposant ouvrage sur la théorie des groupes aux presses de l'Université de Chicago, a tenté pour l'occasion de vulgariser son sujet de prédilection. Il a notamment rédigé à cet effet un article intitulé «Des symétries d'un polyèdre en plastique à la théorie des groupes[1]».

Les débuts de l'histoire de la théorie des groupes sont marqués en 1832 par un épisode romanesque. En cette nuit de mai, le mathématicien français Evariste Galois, âgé d'à peine 21 ans, pressent qu'il va mourir le lendemain dans un duel. Il doit affronter le fiancé d'une conquête amoureuse et la pratique des armes n'est pas son fort. Il écrit donc fébrilement ses visions et réflexions mathématiques. Dans une lettre adressée à un ami, il esquisse les raisons qui expliquent l'impossibilité d'une formule générale «par radicaux» pour les solutions d'une équation du 5e degré (ou de tout degré supérieur).

Le terme de «radical» fait allusion à une généralisation des «racines carrées», «racines cubiques», etc. Ce sont ces mêmes racines carrées que les collégiens d'aujourd'hui utilisent pour résoudre les équations du 2e degré, c'est-à-dire de la forme $ax^2 + bx + c = 0$. Des formules analogues existent pour une équation du troisième degré $x^3 + bx + q = 0$ ou du quatrième degré, mais pas au-delà. C'est l'explication de ce dernier point qu'Evariste Galois jette sur le papier avant de s'écrouler au petit matin, touché au ventre par son adversaire.

Sa lettre est restée célèbre pour contenir la première application spectaculaire de la notion de groupe, et plus précisément de l'usage du groupe des permutations des racines d'une équation. La «Théorie des groupes» naissante allait s'appliquer autant en géométrie qu'en algèbre. Près de deux siècles plus tard, les mathématiciens travaillent toujours intensivement sur le sujet, autant pour leurs besoins fondamentaux que pour diverses applications.

La théorie des groupes est utilisée pour la cryptographie et la transmission des messages en télécommunications

Si les preuves restent une affaire de spécialistes, la notion de groupe en mathématique peut être approchée par l'exemple simple du triangle équilatéral – c'est-à-dire avec trois côtés de même longueur. Il existe en effet six rotations de l'espace qu'on peut appliquer à un tel triangle T de sommets «A, B, C» de sorte que sa position après rotation soit indiscernable de sa position initiale. Plus précisément, comme indiqué sur la figure, il s'agit de:

1) la rotation R_1 d'un tiers de tour d'axe perpendiculaire à T,
2) la rotation R_2 de deux tiers de tour d'axe perpendiculaire à T,
3) la rotation S_A d'un demi-tour d'axe passant par A et le centre du triangle,
4) la rotation S_B d'un demi-tour d'axe passant par B et le centre du triangle,
5) la rotation S_C d'un demi-tour d'axe passant par C et le centre du triangle,
6) et la rotation identique qui consiste à ne rien tourner du tout.

La composition de deux de ces rotations en donne une autre. Par exemple, R_2 suivie de S_A, a pour résultat S_C. Les mathématiciens disent que le groupe du triangle est formé de 6 élé-

lques polyèdres

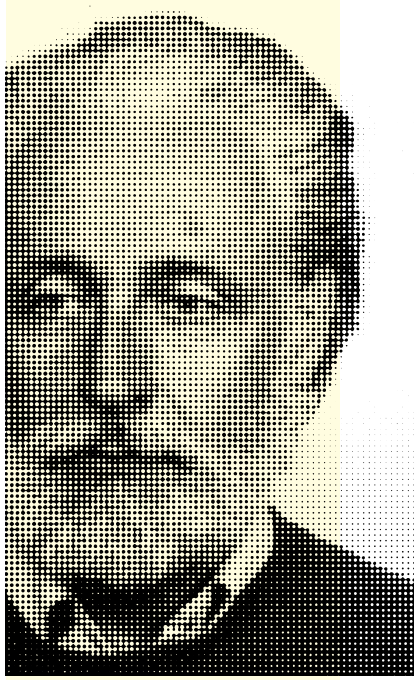
ments, et qu'ils peuvent se combiner selon la table suivante:

	I	R_1	R_2	S_A	S_B	S_C
I	I	R_1	R_2	S_A	S_B	S_C
R_1	R_1	R_2	I	S_C	S_A	S_B
R_2	R_2	I	R_1	S_B	S_C	S_A
S_A	S_A	S_B	S_C	I	R_1	R_2
S_B	S_B	S_C	S_A	R_2	I	R_1
S_C	S_C	S_A	S_B	R_1	R_2	I

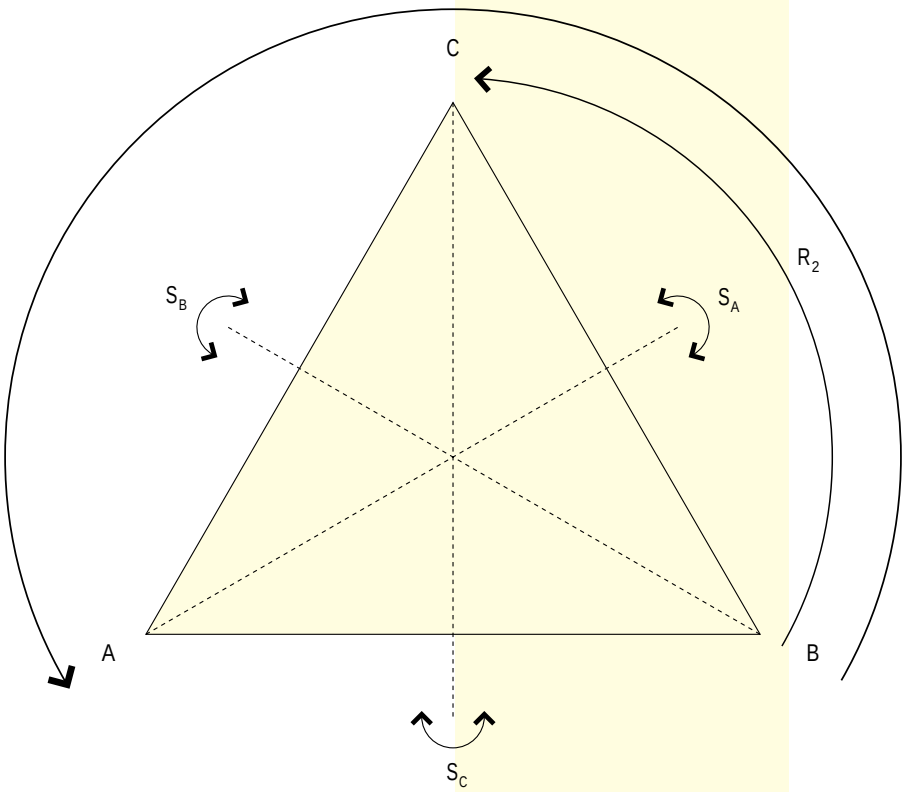
La même approche s'applique à des formes géométriques plus compliquées. Il existe par exemple 12 rotations de l'espace par lesquelles un *tétraèdre régulier* (4 sommets, 6 arêtes et 4 faces triangulaires) est amené sur une position indiscernable de sa position initiale. Pour un *cube* (8 sommets, 12 arêtes et 6 faces carrées), on trouve un groupe de 24 rotations; pour un *dodécaèdre régulier* (20 sommets, 30 arêtes et 12 faces pentagonales) ou pour un *icosaèdre régulier* (12 sommets, 30 arêtes et 20 faces triangulaires), on trouve un groupe de 60 rotations. Ce dernier groupe joue un rôle important non seulement en géométrie, mais aussi en algèbre, notamment dans la preuve de l'impossibilité d'une résolution par radicaux des équations du 5e degré indiquée dans la dernière lettre de Galois.

«*Aujourd'hui,* souligne Pierre de la Harpe, *la théorie des groupes a envahi toutes les mathématiques et bien d'autres sciences: l'algèbre et la géométrie bien sûr, mais aussi par exemple l'étude des corps solides, des molécules et des particules élémentaires, ainsi que la mise au point de codes permettant de transmettre efficacement des messages.*» Dans le programme d'études en mathématiques de l'Université de Genève, la théorie des groupes apparaît dès la première année, et elle continue d'animer de nombreuses recherches.

JEAN-NOËL TALLAGNON ●



R_1 Pierre de la Harpe



1 Site internet *Portes ouvertes*, http://www.unige.ch/math/ouvert/

Référence:

► P. DE LA HARPE. «Topics in Geometric Group Theory». The University of Chicago Press, Chicago Lectures *in* Mathematics (2000). ISBN 0-226-31721-8