Infinis questionnements [1]
« Maîtresse, l'infini plus un, ça fait combien ? »

Frédérique Wandfluh & Olivier Maulini
Enseignement primaire, Ecole du Bachet-Lancy &
Université de Genève - Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation [2]

1998

« Lire, écrire, compter ». Vous souvenez-vous ? La trilogie de l'école communale a certes beaucoup vieilli, mais elle garde quelques atouts dans son jeu. Derrière les activités les plus banales peuvent se loger des questions essentielles qui nous font basculer, nous et nos élèves, de nos tranquilles certitudes vers de surprenants vertiges.

Un exemple ? L'arithmétique. Pardon, la mathématique. Prenons une activité bien connue : compter. Dans une classe de 1^e^ et 2^e^ primaires, un matin de janvier, les enfants ont reçu pour consigne de compléter une grille : *Je sais réciter les nombres jusqu'à... ; je sais lire les nombres jusqu'à... ; je sais écrire les nombres jusqu'à...*

Chacun se met au travail, bien décidé à battre son record personnel, à dépasser ses propres limites.

Compter à l'infini

Rapidement, les premières tentatives prennent une tournure métaphysique. On récite, on lit, on écrit sans plus s'arrêter. Des têtes tournent, des esprits s'emballent :

- *En fait, je sais réciter les nombres jusqu'à l'infini*, affirme Carlos[3].
- *Oui, mais quand tu arrives à l'infini, tu recommences à zéro*, répond Yves.
- *Mais non*, s'offusque Olga, *tu peux continuer jusqu'à l'infini*.
- *Maîtresse, est-ce que l'infini a une fin ?* demandent les enfants.

Le débat se répand d'un groupe à l'autre. La question de quelques uns devient celle de la communauté. Elle est écrite au tableau, elle circule dans les couloirs, dans le préau et bientôt dans les familles. Au retour du repas de midi, la « dispute » reprend :

- *J'ai demandé à mon papa, il m'a répondu que l'infini n'avait pas de fin*, commence Claire.
- *Ma maman m'a expliqué que l'infini plus un est égal à l'infini* ajoute Nehat.

De jour en jour, d'autres questions émergent et le débat se poursuit. Il aurait même tendance à s'amplifier et à se complexifier. En toute logique, la question de l'infini soulève d'infinies questions. Le tableau en accueille quelques unes qui, comme les précédentes, restent ouvertes :

- *Est-ce qu'il y a plusieurs infinis ?*
- *Est-ce que l'espace est infini ?*

---

[1] Article publié dans l'*Educateur, 8-1998*, 19-21.

[2] Coordonnées des auteurs: Ecole du Bachet, 5 Pontets, CH-1212 Grand-Lancy. Tél: (41-22) 342'54'82. E-mail : Wandfluh-F@bal.ge-dip.etat-ge.ch ▪ Université de Genève, Section des sciences de l'éducation. 9, route de Drize, CH-1227 Carouge. Tél: (41-22) 705'98'46. Fax: (41-22) 705'98'28. E-mail: maulini@fapse.unige.ch

[3] Prénoms fictifs.

Que faire de ces questions ? Y répondre rapidement, trouver les mots qui rassureront les inquiets et convaincront les perplexes ? Les laisser en l'état, en admettant que « tout cela est bien compliqué » et que « nous en reparlerons en 6^e primaire » ? Ou accompagner les élèves dans leur quête et affronter, avec eux, le mystère des questions sans réponse ? Nous voilà face à nos propres dilemmes. Il nous faut trouver la bonne posture et le bon tempo : si nous sommes trop pressés, nous apporterons toutes les réponses et nous étoufferons le questionnement ; si nous tergiversons, nous découragerons certains de nos chercheurs[4] en herbe. Il y a deux façons d'éteindre un feu : souffler très fort ou couper l'oxygène.

Les découvreurs

Quelques récits vont tenter d'entretenir, voire attiser, la flamme qui a mis les cerveaux en ébullition. Un drôle d'hôtel et un arbre surprenant vont venir à notre aide.

Dans *l'Hôtel de l'infini,* un patron plein de ressources doit faire face à des situations de plus en plus préoccupantes. Son hôtel est complet, mais de nouveaux voyageurs ne cessent d'affluer. Pour pallier le manque de chambres (pourtant infini), on demande à chaque locataire de se déplacer d'un rang. L'occupant de la chambre 1 va dans la chambre 2, celui de la chambre 2 se rend dans la chambre 3, et ainsi de suite, jusqu'à l'infini. Tous les problèmes sont ainsi résolus, mêmes les plus cornéliens. L'hôtel absorbe tous les arrivants, y compris lorsqu'un autocar déverse devant l'entrée… une infinité de touristes.

Hipollène, quant à elle, vit au milieu du feuillage. Autour de sa maison, un *Arbre sans fin* déploie ses branches.

> *[L'Arbre] n'a pas de début, pas de fin. Au bout d'une branche, il y a toujours une autre branche et des feuilles, beaucoup de feuilles. Plus loin que très loin, le feuillage est bleu, presque invisible. Ça s'appelle le ciel. Grand-Mère l'a dit.*

Hipollène va explorer son univers. Elle entreprendra un grand voyage, affrontera Ortic, le monstre dévoreur d'enfants, tombera dans des trous sans fond, résoudra l'énigme des miroirs menteurs avant de découvrir (enfin) les bords de son arbre. Mais alors, cet arbre n'est pas sans fin ?! Au bout de sa branche, Hipollène découvre que son monde est un monde fini. Un monde qui débouche sur d'autres mondes, *des centaines de centaines d'autres arbres*. En insistant un peu, Hipollène est allée au-delà des apparences. En signe d'admiration, sa maman la baptise Hipollène *la Découvreuse*. Et nous-mêmes, enfants et enseignants, serons-nous des découvreurs ? Irons-nous voir ce qui se passe au-delà de notre infini ?

Petits enfants, petites questions ?

Puisque ces mystères semblent nous dépasser, pourquoi ne pas solliciter quelque expertise ? Les mathématiciens ont certainement « creusé » la question de l'infini, ils ont sans doute des réponses à nous donner, des choses à nous apprendre. Invitons l'un d'eux et voyons ce qu'il peut nous apporter.

Rendez-vous est pris pour fin février. Une mathématicienne, enseignante, chercheuse et experte « es infini » viendra dans la classe, accompagnée de quelques uns de ses étudiants. Ensemble, ils ont étudié les paradoxes des nombres sans fin. Leur pari : transposer leurs recherches et leurs réflexions dans l'univers des tout petits. Pour étayer la réflexion collective, ils ont imaginé diverses activités : les écoliers sont invités à découper de plus en plus finement quelques bandelettes de papier, à construire et à transformer des rubans de

[4] Le masculin utilisé dans ce texte est purement grammatical. Il renvoie à des collectifs composés aussi bien de filles que de garçons, de chercheurs que de chercheuses, de questionneurs que de questionneuses.

Moebius, à utiliser d'étranges systèmes de numération, venus de très loin dans le temps et dans l'espace (« un, deux, beaucoup »), etc.

Cette fois encore, les discussions sont animées. Les petits entendent quelques réponses, mais ils découvrent surtout de nouvelles questions. A commencer par cette étrange contradiction : l'existence de l'infiniment petit. Comment, en effet, imaginer que l'infini puisse se contracter en deçà du visible ? Lui qui, *a priori*, n'est qu'immensité, incommensurabilité, comment le penser minuscule ? Comment accepter qu'un nombre astronomique puisse décrire des mondes microscopiques ? Il y a là une énigme incompréhensible pour beaucoup d'enfants. Et pour nous mêmes aussi, sans doute. En pensant vraiment ces questions, on est saisi d'un doute qui n'est l'apanage d'aucune génération. Qui d'entre nous, par exemple, admettra que le tout peut être égal à l'une de ses parties ? C'est pourtant ce qu'a dû faire Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor lorsqu'il s'est aperçu que l'ensemble infini des nombres pairs était égal à l'ensemble infini des nombres entiers.

Le grand intérêt des questions sans réponses, c'est qu'elles mettent les générations (presque) à égalité. Petits et grands, tous sont restés interloqués. Par l'infini, d'abord. Par cette expérience étonnante aussi : celle qui a vu trois générations (les maîtres, 40 ans ; les étudiants, 18 ans ; les écoliers, 7-8 ans) partager les mêmes interrogations, butter sur les mêmes obstacles, s'étonner des mêmes mystères.

Admettons que l'école doive faciliter les apprentissages des enfants en aménageant un espace protégé, gage de sérénité. Cela ne la condamne pas à se claquemurer et à enfermer les élèves dans un monde de « petits » écoliers et de « petites » questions. Pas un jour sans que les « conflits de générations », la « rupture du lien social », l'« effondrement des solidarités » ne soient dénoncés comme de dangereux fléaux. Pas un jour sans que l'école ne soit sommée d'y remédier. Or, le dialogue entre les anciens et leurs héritiers passe aussi par les savoirs. La compréhension et l'estime réciproques ne tombent pas du ciel, même lorsqu'on en appelle au sens civique et à la moralité des populations. Si nous voulons contribuer à renforcer le tissu social, nous avons tout intérêt à réunir les communautés et les générations autour de questions essentielles. C'est par ce biais aussi que nous pourrons inscrire les enfants et leurs familles dans une histoire commune qui fonde leur *irréductible ressemblance* (Meirieu & Guiraud, 1997).

Le graine et le fruit

Le plan d'études romand fait l'impasse sur l'infini. Au chapitre « numération », les connaissances fondamentales sont organisées de façon systématique et linéaire. En première primaire, les élèves doivent *lire, nommer et écrire les nombres* jusqu'à 20 en base dix ; en deuxième primaire, ils doivent aller jusqu'à 100 ; en troisième primaire, jusqu'à 1000 ; en quatrième, jusqu'à 10.000 ; en cinquième, jusqu'à 100.000 ; et en sixième jusqu'au million[5]. Peut-être le milliard est-il de la compétence du cycle d'orientation. Dans ces conditions, qui s'occupera de l'infini ?

On peut s'interroger : n'y a-t-il pas quelque zèle, et pour tout dire quelque forfanterie à défier l'infini à l'école élémentaire ? Ne brûle-t-on pas les étapes ? Ne confronte-t-on pas les élèves à des questions trop complexes, trop abstraites, trop déstabilisantes pour eux ? Ne risque-t-on pas de les perturber à un âge où il s'agirait de les (r)assurer en les équipant de quelques compétences de base ? Ce n'est pas sûr. D'abord, les enfants s'inscrivent dans ces

[5] La construction est la même vers l'infiniment petit. En matière de décimales, on ira jusqu'à deux chiffres après la virgule en cinquième, puis trois chiffres en sixième.

questions avec enthousiasme et persévérance. Sans doute font-elles « sens » pour eux, bien au delà de ce que nous pourrions imaginer. Garçons et filles se saisissent des énigmes en même temps qu'ils sont saisis par elles. Ces énigmes « saisissantes », Michel Develay en faisait récemment l'éloge à Genève :

> *Lorsqu'on fait des mathématiques à l'école primaire et que les élèves découvrent qu'entre 1 et 2, il y a 1,1 et 1,2, qu'entre 1,1 et 1,2 , il y a 1,11 et 1,12, qu'est-ce qu'on découvre à sept-huit ans ? Qu'il existe quelque chose que l'on pourra toujours approcher, mais jamais embrasser, qui s'appelle l'infini.*

Les plans d'études ne sont pas toujours en rupture avec ces considérations. *Développer la curiosité, l'envie de comprendre et de penser par soi-même* sont considérés comme quelques uns des *buts généraux* de l'enseignement de la mathématique en Suisse Romande. Dans le domaine des sciences de la nature, les élèves doivent apprendre à *connaître et comprendre leur environnement,* à *prendre conscience des relations et des interactions qui s'y exercent*, à *se poser des questions sur les phénomènes naturels*.

Comme l'affirmait Philippe Meirieu récemment, la culture n'est *ni accumulation de connaissances, ni collection de compétences*. Elles est *inscription du savoir dans l'histoire*. Encore faut-il faire vivre cette histoire au présent, dans des activités qui convainquent les enfants que leurs aînés ont des réponses à leur apporter, mais aussi des questions à partager. L'infini se prête à ce partage. Les mathématiciens eux-mêmes s'inclinent devant cet *indomptable* (Verdier, 1997). L'un d'eux, David Hilbert, prétend qu'il ne cessera jamais de *remuer les cœurs des hommes*.

En plantant des haricots avec ses élèves, un maître s'est vu interpellé : « et la première graine, d'où vient-elle ? ». Voilà sans doute une très bonne question. De la poule et de l'œuf, qui vint le premier ? Ni l'un ni l'autre, on le sait. Le cycle est sans fin, et toujours nouveau. A l'école aussi : maîtres ou élèves, la question n'est-elle pas la graine en même temps que le fruit de nos apprentissages ?

Références

Develay, Michel (1996). *Donner du sens à l'école*. Paris, ESF.

Develay, Michel (1997). *Moi, j'enseigne...Mais eux apprennent-ils ?* Conférence publique. Genève, février 1997.

Guedj, Denis (1996). *L'empire des nombres*. Paris. Gallimard (Découvertes).

Guillen, Michael (1992). *Invitation aux mathématiques. Des ponts vers l'infini*. Paris, Albin Michel & Points-Seuil.

Les nombres (1996), Science et Vie (Dossier hors série)

Meirieu, Philippe (1998). *Quelle école pour quel citoyen ?* Conférence publique. Genève, février 1998.

Meirieu, Philippe; Guiraud, Marc (1997). *L'école ou la guerre civile*. Paris, Plon.

Ponti, Claude (1992). *L'Arbre sans fin*. Paris, L'école des loisirs.

Verdier, Norbert (1997). *L'infini en mathématiques*. Paris, Flammarion (Dominos).