Suisse, janvier 2020

Etude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques effectives de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions.

Cécile Allard
Maitresse de conférences
LDAR, Upec.

Plan de l’intervention

Partie 1. Institutionnalisation?

Qu’est ce que cela signifie? Implique? Présentation de résultats connus sur les pratiques des enseignants?

Partie 2. Les fractions

Différentes significations des fractions. Liens entre ces significations et nombres rationnels.

Partie 3. Etudes des cahiers de « leçons » : exposition de connaissances écrites

Place des écrits dans le processus dans les pratiques des enseignants expérimentés

Partie 4. Etudes des expositions de connaissances orales

Place des expositions de connaissances orales dans les pratiques des enseignants expérimentés

Fin de séance : qu'ont-ils appris?

ENS : non c'est marqué mais on ne dit pas un sur deux, on dit la moitié. Là ce sont des quarts et là ce sont des demis.
Euh Mathis, qu'est-ce que tu as appris aujourd'hui ?
Chut les autres vous vous taisez et Thomas, dis-le avec des mots, on a travaillé sur quoi aujourd'hui.
Mathis : des quarts
ENS : des quarts, des bandes, Indira tu peux écouter…euh tu as entendu la question Whesley, alors tu réponds à la question
Whesley :..demi, les bandes ?
ENS : les demis…on a appris les bandes ? on n'a pas appris des bandes. On a appris à faire quoi avec les bandes ?
Trois demis…non on n'a pas appris à faire trois demis, on a fait des quarts. Comment ça s'appelle ça ? *(montre une fraction)* ça s'appelle comment ?
Eleve : des fractions?
ENS : Ce sont des **fractions**, on a appris à plier des bandes pour obtenir des quarts, des trois quarts dans une bande puis plusieurs fractions permettent de reconstituer une bande entière d'accord.

Partie 1

Institutionnalisation

Institutionnaliser : détour étymologique

Institution :

À la fin du XII siècle, il signifie ce qui est institué, la règle. En 1790 la définition est complétée et définit « l'ensemble des structures fondamentales d'organisation sociale »

- En 1552, Rabelais utilise le mot institution comme synonyme d'éducation mais aussi de lieu d'éducation.

L'institution peut être envisagée comme un lieu ou une organisation sociale qui fixe les règles.

Institutionnaliser/institutionnalisation : « le mot vient du latin instituo-instituere qui renvoie à la contraction du mot « statuo » signifiant « placer dans », « installer », « établir ». La notion d'institution fait donc référence à une idée du mouvement précédant une situation et tendant vers un équilibre plutôt qu'à la consolidation acquise d'un ensemble d'activités…C'est un processus tendant vers une plus grande stabilisation des pratiques et des normes. (Tournay, 2011 p 3)

Institutionnalisation en didactique.

Un concept didactique qui arrive tardivement

Une priorité dans des années 60-80 : rompre avec le modèle transmissif.

Sous l'effet de plusieurs courants en psychologie, sociologie, théorie de l'apprentissage, se forgent la conviction partagée que les apprentissages peuvent se réaliser « naturellement » en situation.

Dans ces années là, la question de transmettre des textes de savoir ne se posaient pas, c'était la question de trouver des situations qui permettent de les construire qui étaient au centre des préoccupations des chercheurs/formateurs.

Institutionnaliser : une nécessité reconnue

« J’ai commis l’erreur de croire en la possibilité d’une didactique « constructiviste », les faits d’abord, puis bientôt les raisonnements sur lesquels nous reviendrons ont montré la vanité de cet espoir et la nécessité de phases d’institutionnalisation qui donnent à certaines connaissances le statut culturel indispensable au savoir. De même que les théorèmes en actes s’évanouissent bientôt en l’absence de formulation et de preuves, les connaissances privées et même publiques restent contextualisées et vont disparaitre dans le flot des souvenirs quotidiens si elles ne sont pas replacées dans un répertoire spécial dont la culture et la société affirment l’importance et l’usage » (Brousseau, 1997, p. 9).

Institutionnalisation

L’institutionnalisation en didactique a été définie dans la TSD, assez tardivement et suite à des ingénieries didactiques pas nécessairement destinées à être diffusées dans l’enseignement ordinaire. Brousseau (1984) Perrin Glorian (1986, 1993, 1997)

L’institutionnalisation des savoirs est définie comme étant un processus qui rend possible la décontextualisation et la dépersonnalisation des savoirs à l’issue de phases d’action voire de formulation ou de validation.

Cette définition issue de théorie des situations didactiques, en formation, peut paraitre assez peu explicite et elle ne renvoie pas à l’institution de référence.

Caractérisation de l'institutionnalisation et du processus (1).

Margolinas & Lappara décrivent ainsi les textes du savoir et l'Institutionnalisation :

*« Un savoir est d'une autre nature, il s'agit d'une construction sociale et culturelle qui vit dans une **institution** (Douglas, 1986, 2004) et qui est par **nature un texte** (ce qui ne veut pas dire qu'il soit matériellement écrit ».* (Margolinas & Lappara 2010, p 5)

Trois institutions en jeu : la classe, l'école, l'état.

➔ **Caractère textuel du savoir et rapport à l'institution**

Caractérisation de l'institutionnalisation et du processus. (2)

*« [...]Le PI est celui pour lequel l'enseignant fait émerger pour les élèves un rapport personnel à un objet de savoir donné et s'efforce de le faire évoluer dans le sens d'une plus grande idoinéité au **rapport institutionnel**. »* (Perrin-Glorian, 1997 p 19)

➔ **<u>Institutionnaliser est un processus lent porté par des textes</u>**

➔ **<u>Il existe une certaine unanimité pour établir un lien entre institutionnalisation et production d'un texte.</u>**

Trois niveaux au moins sont déterminées par Perrin-Glorian (1993) :

- Les institutionnalisations **locales**

- Les institutionnalisations qui permettent d'**ancrer l'ancien dans le nouveau** : <u>phase de rappel</u>

- Les institutionnalisations plus **globales** qui renvoient à l'émergence du concept.

Selon les niveaux, il est probable que les textes produits aient des degrés de décontextualisation différents (Butlen).

Une adaptation des degrés de décontextualisation pour l'étude des EC. (énoncé de savoir)

Butlen et al (2003) établissent qu'on peut caractériser ces énoncés mathématiques intermédiaires ainsi :

« 1/5 d'une bande et 3/5 de la même bande reconstituent les 4/5 de la bande. »

« 1/5u+3/5u=4/5u avec u qui représente la bande »
« 1/5+3/5=4/5 , on peut additionner des fractions si elles ont le même dénominateur. »

« a/p+b/p =(a+b)/p avec (a, b) entiers relatifs et p entier relatif non nul »

Exemples : vous avez dit décontextualisation? Dépersonnalisation? Institutions?

La classe : *« Utiliser une feuille de partage pour effectuer une division. » « Vous vous souvenez du jeu de la cible? ». « vous posez la multiplication comme moi, en mettant des zéros, pas des points ».* Ces remarques renvoient à l'histoire de la classe, au **contexte** d'émergence de la connaissances, elles permettent de mobiliser rapidement les connaissances des élèves qui ont vécu ces situations. Elles ne disent rien à une personne extérieure des enjeux en termes de savoir de ces situations. Elles remobilisent **en actes** les connaissances.

L'école : *« Pour la soustraction, les retenues du haut sont des 10 et les retenues du bas des 1, vous ne faites plus comme Mme B ».*

La dépersonnalisation n'est pas seulement le fait d'un processus interne à l'apprenant, mais aussi d'un processus qui dépend de l'enseignant. Ce qu'il enseigne est officiel à une dimension collective plus grande que le groupe classe.

Les décisions liées à la programmation, à ce que réalise effectivement les enseignants des niveaux inférieurs, la présence ou non de référentiel commun ont un rôle dans le processus

Exemples : vous avez dit décontextualisation? Dépersonnalisation? Institutions?

Les programmes nationaux (avec les spécificités des pays)

Ce sont les programmes édités par l'état (en France) qui organise la programmation des apprentissages. Par exemple : l'enseignement des fractions c'est en CM1 (9ans) et CM2 (10 ans). L'enseignement des fractions précèdent l'enseignement des décimaux, il est conseillé de s'appuyer sur des contextes de mesures de grandeurs (longueurs, aires)

Le savoir savant (mathématiques et didactiques)

Enseigner les fractions, c'est commencer l'enseignement des nombres rationnels
Enseigner les fractions comme des « nouveaux » nombres c'est connaitre certaines spécificités de ces nombres.

Synthèse

Institutionnalisation : un concept au carrefour de plusieurs disciplines (recherche)

« on pourrait dire que la psychologie s'interesse principalement aux connaissances alors que certains aspects de la sociologie sont plutôt centrés sur les conditions institutionnelles de la production des savoirs. La didactique des mathématiques quant à elle s'intéresse à la circulation entre les savoirs et les connaissances,... Tout projet **d'enseignement s'appuie en effet sur une volonté sociale de transmettre des savoirs et de développer des connaissances.** Ce sont les savoirs, accumulés dans la culture et légitimés par des institutions qui constituent la part officielle des curricula. Néanmoins, ce que la société attend de l'école, ce n'est pas que les jeunes adultes soient capables de restituer des textes de savoirs mais aussi qu'ils soient capables d'investir des connaissances pertinentes dans les situations qu'ils vont rencontrer au cours de la vie. » Joigneaux, Margolinas Lappara, 2012, p10

Institutionnalisation

Questions d'enseignants

Les enseignants, ne se posent pas la question de l'étude du processus d'institutionnalisation. Ils se posent des questions sur le choix des activités, sur les traces écrites, sur la manière dont ils vont organiser leurs cahiers de « leçons ». Au sujet des traces écrites, ils se demandent quels mots choisir, quels exemples donner, l'intégration ou non de ce qu'ont dit/fait les élèves, comment impliquer les élèves dans des phases qui peuvent sembler trop transmissives, des phases pour lesquelles les élèves semblent « décrocher ».

Questions de chercheurs

Les chercheurs étudient les conditions d'existence ou non de ce processus, ils étudient le processus (Perrin, Butlen, Allard) en cherchant à le caractériser, à faire des liens entre l'enseignement-apprentissage d'une notion, les pratiques des enseignants et les effets réels ou supposés sur les élèves.

Résultats de recherche dans le contexte Français.

Un déficit d'institutionalisation

Les résultats de recherche pointent, dans le contexte Français, un déficit d'institutionnalisation (Coulange, Butlen, Margolinas) qui pourrait être une des causes des inégalités scolaires importantes en France. Qu'est ce qui est pointé comme un déficit d'institutionnalisation : est ce qualitatif? Quantitatif? S'agit il des institutionnalisations globales? Locales?

Déficit de l'institutionnalisation au profit :

- **du faire, de l'action des élèves.**
- **de la dévolution.**

Dans les pratiques des enseignants débutants

Butlen et al, (2012) montrent qu'en formation les professeurs débutants :

Savent installer la paix sociale voire la **paix scolaire** : **niveau 1**

Utilisent des situations plus ou moins robustes (avec **potentiel a-didactique**) : **niveau 2**

Savent **dévoluer** : **niveau 3**

Hiérarchisation des procédures et **Institutionnalisation** font défaut : **niveau 4** et **5**.

EXEMPLES

Place des écrits dans les pratiques des enseignants expérimentés voire « experts »

2013	Nombres de textes écrits avec un titre	Nombre de textes écrits sur les fractions et décimaux
Solène	8	2 (15 séances sur fractions)
Sasha	50	9 (?)
Gwen	30	2 (?)

Les fractions et les décimaux sont les traces écrites communes à tous.

L'écrit n'est pas la clé de voûte du processus d'institutionnalisation et ne le finalise pas.

Exemples :

EC1	Une proposition de définition.

Les nombres fractionnaires.

Définition : Un nombre fractionnaire s'écrit avec un nombre au numérateur et un nombre au dénominateur.

3 : Le nombre au-dessus de la barre de fraction est le numérateur.

4 : Le nombre en dessous est le dénominateur.

Numérateur, barre de fraction et le dénominateur forment un nombre fractionnaire.

EC1	Des exemples de lecture de fractions dites usuelles.

Les fractions les plus utilisées dans la vie courante sont celles qui représentent:

½ : se lit un demi ou une moitié.

¼ : se lit un quart

1/3 : se lit un tiers

¾ : se lit trois quarts.

EC1	Des exemples de leur utilisation dans la vie courante.

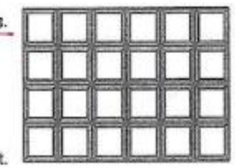
→Tu as déjà du entendre ses expressions :

« Donne-moi la moitié de ce gâteau », « j'arrive dans une demi-heure », « ce gâteau est un quatre quart », « un quart

M4 LES FRACTIONS

Chapitre 1 : Lecture des fractions

• Lorsque l'on partage équitablement une quantité, on utilise des **fractions.**



Exemple : Arthur, Léo, Emeline et Alice veulent partager équitablement cette plaque de chocolat.

Dans le partage en 4, chaque enfant a « **le quart** » de la plaque de chocolat.
Un quart est une fraction.

On l'écrit : $\frac{1}{4}$

Exemple : Comment couper la même plaque de chocolat pour la partager équitablement entre trois enfants.

Dans le partage de 3, chaque part représente « **le tiers** » de la plaque.
Un tiers est une fraction.

On l'écrit : $\frac{1}{3}$

• Pour lire les fractions, il faut utiliser le suffixe –ième, sauf pour **demis, tiers et quarts.**

- Les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$ ... se lisent *un demi, deux demis, trois demis ...*
- Les fractions $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$ ... se lisent *un tiers, deux tiers, trois tiers ...*
- Les fractions $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ ... se lisent *un quart, deux quarts, trois quarts ...*

Toutes les autres fractions se lisent en utilisant le suffixe –ième, par exemple :

- La fraction $\frac{3}{8}$ se lit *trois-huitièmes ;*
- La fraction $\frac{7}{10}$ se lit *sept dixièmes ;*

Des questions

- Qu’est ce qui **déclenche** le **processus** ? Le **finalise** ?
- **Qu’est ce qu’implique décontextualisation** et **dépersonnalisation** dans les **pratiques** des enseignants ?
- Comment expliquer que les **savoirs** semblent être **relégués** à l’**arrière plan** ?
- Comment expliquer le **faible nombre de textes écrits** ? Ces **textes sont-ils pris en charge à l’oral** ?
- Est il raisonnable d’en conclure que l’**action en classe** des PE ne se **réduit** qu’à la **dévolution** ?

Partie 2

Les nombres rationnels et les fractions

Rappel court sur rationnels

3. Enseigner les décimaux après les nombres rationnels

Nombres rationnels et fractions

Un nombre est **rationnel** s'il correspond au quotient (résultat de la division) de deux nombres entiers.

Une **fraction** est une écriture composée d'un *numérateur* entier (qui dit le *nombre*), d'un *dénominateur* entier (qui dit le *nom* de la subdivision de l'unité), elle représente un nombre rationnel.

Une **écriture fractionnaire** est analogue à une fraction, mais le numérateur et le dénominateur ne sont pas obligatoirement entiers.

Exemples : $\frac{2}{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Nombres décimaux

Un nombre est décimal s'il peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de dix : 1, 10, 100, etc. Une telle fraction est une **fraction décimale**.

75/10 « est » un décimal, il peut s'écrire aussi 7,5.

B. Difficultés d’apprentissage des décimaux

1. Conceptions et représentations des fractions simples

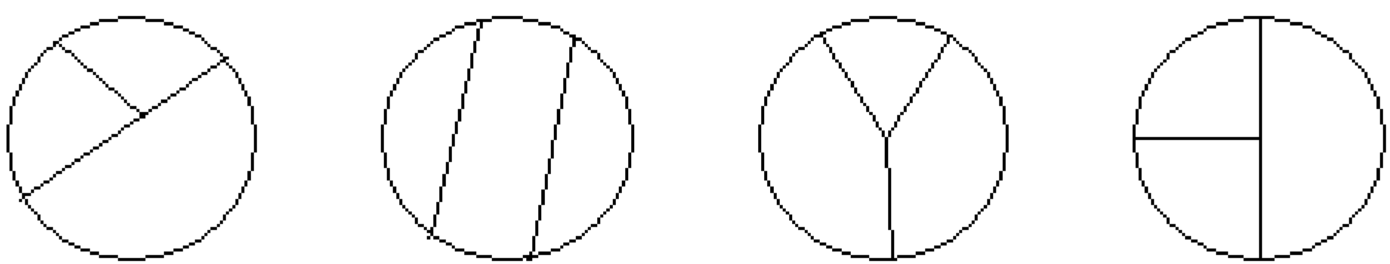
M.-J. Perrin (1984) a mené une recherche fondée pour une part sur des entretiens : les élèves du CM2 à la 4e devaient dire ce qu’ils diraient et dessiner ce qu’ils dessineraient à un camarade de CE2 pour expliquer 1/3, ¾ et 2,3.

a) Deux conceptions dominantes : la galette et la baguette

La référence majoritaire et presque unique des rationnels est la « galette », la deuxième étant la « baguette » qui sont respectivement associées à des activités de partage ou de graduation.

b) Le « partage équitable » n’est pas toujours respecté

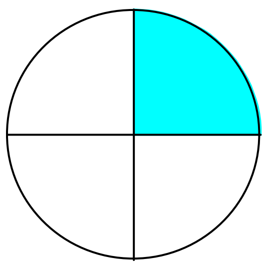
Exemples de dessins pour 1/3 :



B. Difficultés d'apprentissage des décimaux

1. Conceptions et représentations des fractions simples

c) Partie/tout ou partie/partie complémentaire



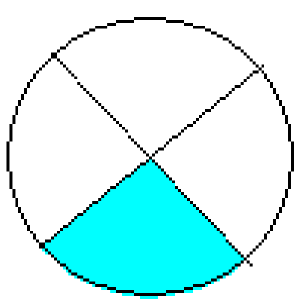
Cette représentation montre une autre source de confusion entre 1/3 et 1/4.

L'élève a colorié une part sur quatre, mais il a aussi colorié une part et en a laissé trois blanches.

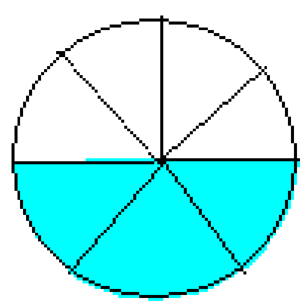
Il confond une part coloriée pour trois blanches et une part coloriée pour trois parts.

d) La conception « juxtaposition de deux entiers »

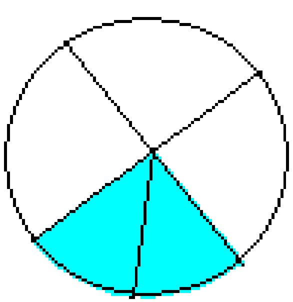
Des réponses comme celle proposée ci-dessous témoignent d'une telle conception.



$\frac{1}{3}$



$\frac{3}{4}$



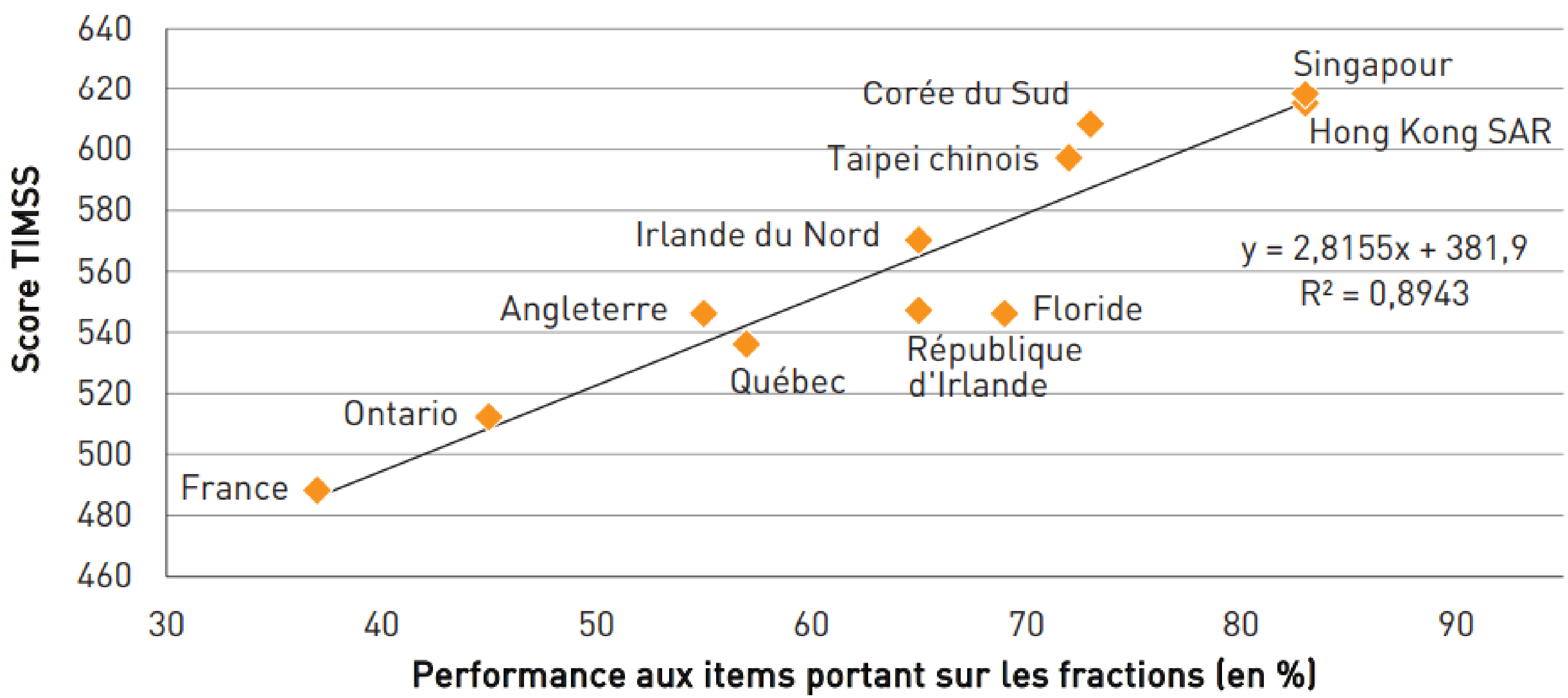
2,3

Introduction

1. Des difficultés d'apprentissage qui interrogent

a. Résultats récents de la France à TIMSS 4 - 2015

Corrélation entre le score TIMSS et la performance aux items portant sur les fractions.



Éducation & formations n° 94 © DEPP

Avant d’aborder les fractions : rappel sur les grandeurs

2. La mesure des grandeurs discrètes

Pour rendre compte de l’importance d’une collection d’objets matériels, on peut (théoriquement) la peser, déterminer les dimensions de l’espace qu’elle occupe ou encore la dénombrer, etc.

À la boite de sucre, on peut associer : son poids (masse) ; sa longueur, largeur et hauteur ; son volume ; ou le nombre de morceaux de sucre.

À la collection de billes, on peut associer son poids ou son cardinal (le nombre de billes).

Au paquet de riz, on évitera d’associer le nombre de grains…

À toutes les collections d’objets séparables et insécables, on peut (théoriquement) associer une même grandeur : le cardinal (le nombre d’objets qu’elles comporte).

Cette grandeur est dite « discrète », sa mesure s’exprime par un nombre entier : le nombre d’objets (ou le cardinal de la collection).

Avant d’aborder les fractions : rappel sur les grandeurs

2. La mesure des grandeurs continues

Lorsqu’un objet est d’un seul tenant, il est (théoriquement) divisible en parts de tailles variables. Différentes grandeurs peuvent (ou on) lui être associées (poids, volume, longueur, etc.). Elle sont dites « continues » car les nombres entiers ne suffisent pas pour exprimer la mesure de toutes les parts qu’on pourrait réaliser.

En géométrie, aux lignes, surfaces et solides correspondent respectivement les grandeurs continues longueur, aire et volume.

Les grandeurs continues sont illustrées à l’école par des rubans (pour les longueurs) ; des tartes, pizzas ou galettes (pour les aires) ; etc.

L’unité de mesure est souvent l’objet lui-même, et on a recours aux fractions pour exprimer la mesure des parties créées par découpage.

Avant d’aborder les fractions : rappel sur les grandeurs

3. Des grandeurs continues-discrètes

Cette catégorie intermédiaire correspond à des situations fréquente de la vie quotidienne.

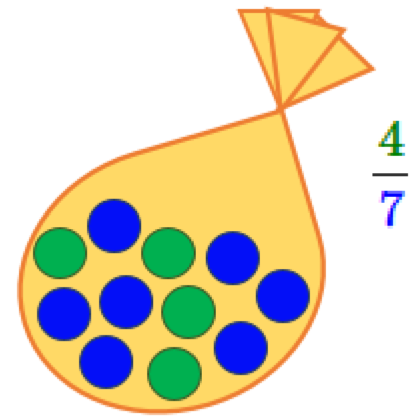
Cas continu/discret : un ou plusieurs objets qui sont prédécoupés.

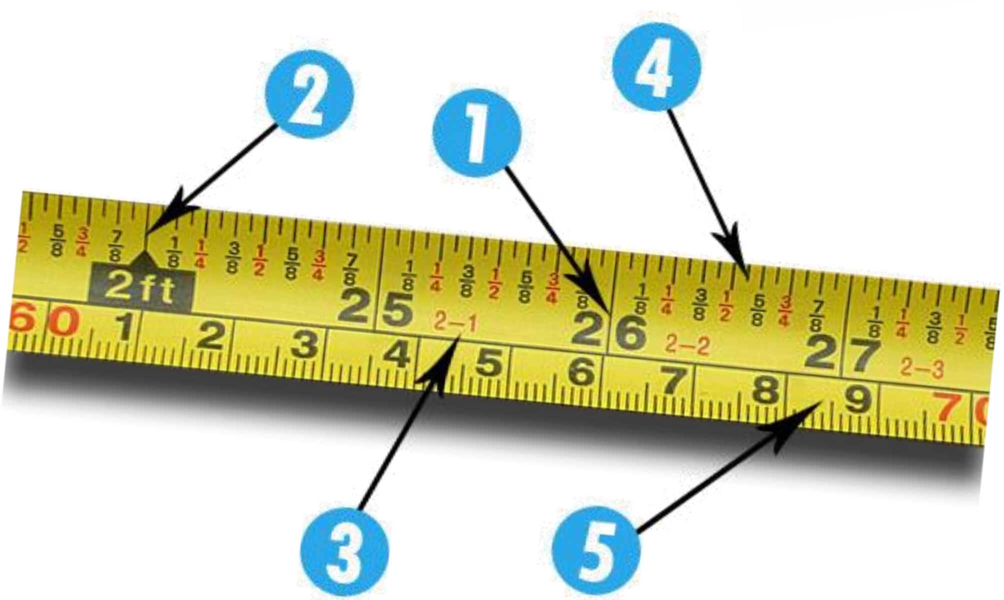
L’unité est la plaque de chocolat, des sous-unités sont visibles (la barre, le carré individuel) et fractionnables.

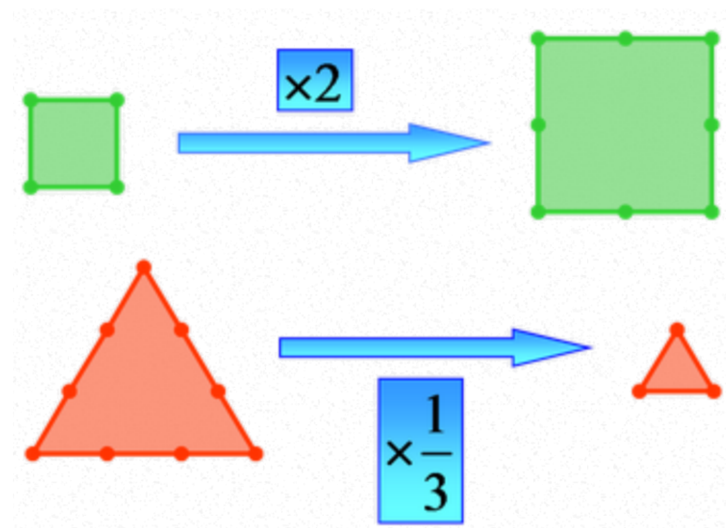
Cas discret/continu : l’objet est composé d'un emballage qui contient plusieurs objets : l’unité c’est la boîte d’œufs, les œufs sont des sous-unités de la boîte, mais pas fractionnables…

2
Cinq aspects des fractions

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$$



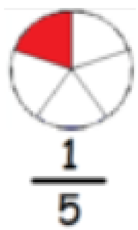




A. Les fractions « partie d'un tout »

1. Quand le tout est une unité d'une grandeur continue

a. Les fractions unitaires (dont le numérateur est 1) et les autres



La fraction 1/n désigne la taille d'une partie de l'unité lorsque n parties de cette même taille forment l'unité.

La fraction 1/5 désigne la taille de la part rouge car il faut 5 parts de cette même taille pour faire l'unité (le disque).

Dans la fraction 1/b, b est le **dénominateur**.

La fraction a/b désigne la taille d'une partie de l'unité composée de a parts de taille 1/b.

La fraction 3/5 désigne la taille de la part orange car cette part est composée de 3 parts de taille 1/5.

Dans la fraction a/b, a est le **numérateur**.

$$a/b = a \times 1/b$$

A. Les fractions « partie d'un tout »

1. Quand le tout est une unité d'une grandeur continue

b. Équivalence de fractions

1/5 est la taille d'une part de l'unité telle que 5 parts de cette même taille forment l'unité.

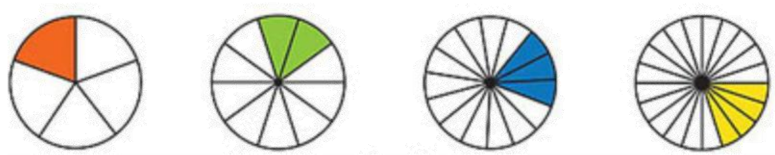
1/10 est la taille d'une part de l'unité telle que 10 parts de cette même taille forment l'unité.

Pour faire la même quantité unité, il faut donc 2 fois plus de parts de taille 1/10 que de parts de taille 1/5.

Les fractions 1/5 et 2/10 sont équivalentes, les nombres qu'elles représentent sont égaux, et on écrit : 1/5 = 2/10.

Plus généralement :

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20}$$



A. Les fractions « partie d'un tout »

1. Quand le tout est une unité d'une grandeur continue

c. Précision de vocabulaire et de notation sur l'équivalence des fractions

Une fraction est une écriture (un signifiant) qui représente un nombre rationnel (un signifié).

Deux fractions sont équivalentes lorsque les nombres qu'elles désignent sont égaux.

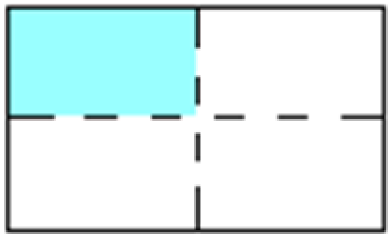
Exemple : les fractions 1/2 et 2/4 sont différentes (ce n'est pas la même écriture) et équivalentes (elles représentent le même nombre).

On écrit 1/2 = 2/4 pour indiquer que les fractions 1/2 et 2/4 sont deux fractions (écritures) différentes représentant le même nombre.

Plus généralement, en mathématiques :
« A = B » signifie « A et B sont deux écritures du même objet ».

A. Les fractions « partie d'un tout »

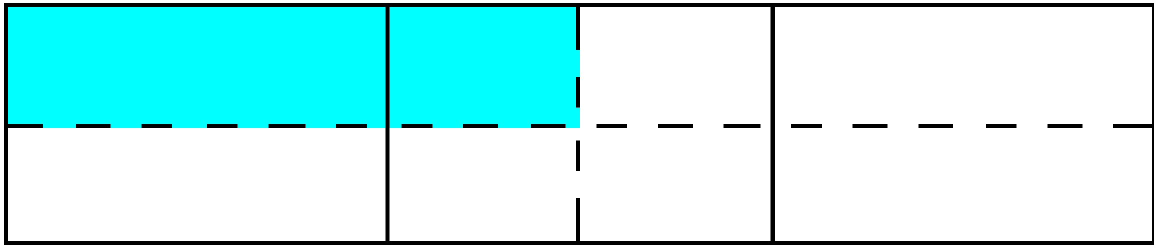
2. Quand le tout est formé de plusieurs unités continues



Si le tout est un rectangle unité, 1/4 désigne la taille d'une part telle que 4 de ces parts font le rectangle unité.

Dire que « n = 1/b de l'unité » signifie « n x b = 1 »

Si le tout est formé par 3 rectangles unités, 1/4 du tout désigne la taille d'une part telle que 4 de ces parts font 3 rectangles unités.



Dire que « N = 1/b de a unités » signifie que « N x b = a »

Quel est le lien entre ces deux « quarts » ?

A. Les fractions « partie d'un tout »

2. Quand le tout est formé de plusieurs unités continues

n = 1/b de l'unité signifie n x b = 1

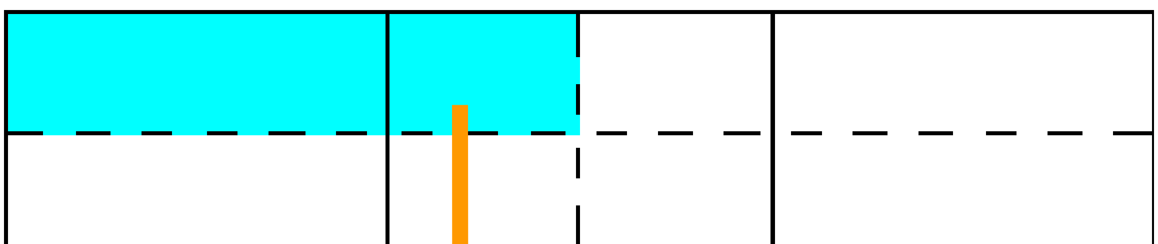
N = 1/b de **a** unités signifie N x b = a

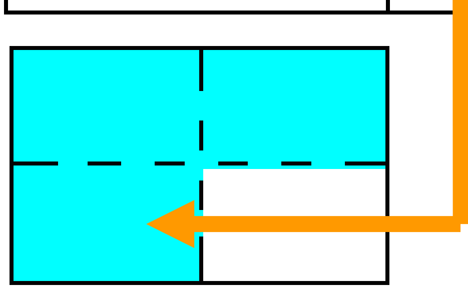
En multipliant par a les deux membres de la première égalité, on conserve une égalité :

a x (n x b) = a x 1 donc (a x n) x b = a

et donc N = a x n

On peut ainsi comprendre que : 1/b de a unités = a x 1/b de l'unité





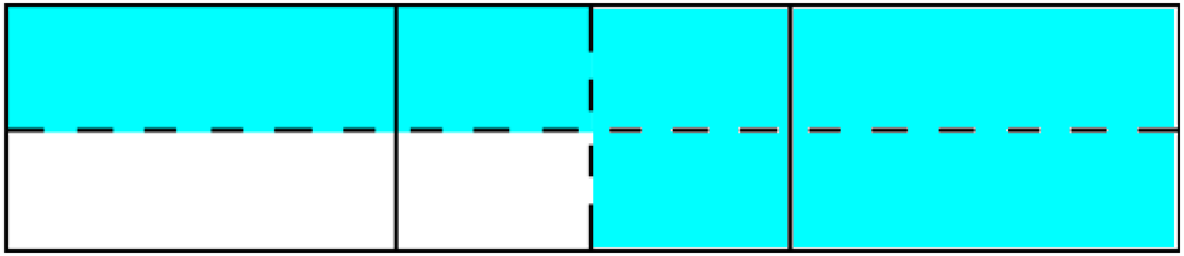
1/4 de 3 unités = 3 x 1/4 de l'unité

Un quart de trois, c'est exactement trois fois plus grand qu'un quart de l'unité

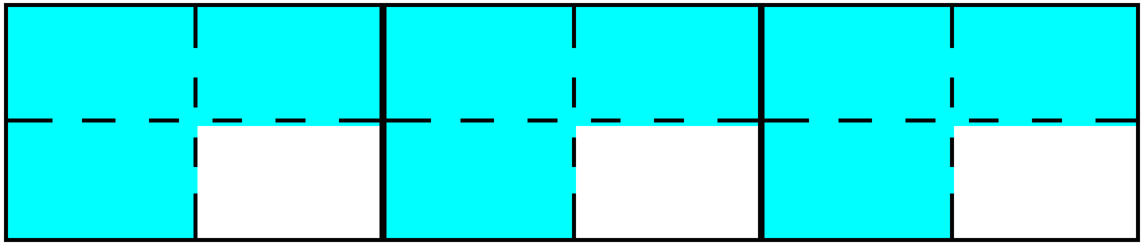
A. Les fractions « partie d'un tout »

2. Quand le tout est formé de plusieurs unités continues

Si le tout est composé de 3 rectangles unités, 3/4 du tout désigne la part égale à 3 fois 1/4 du tout.



Et l'on remarque que c'est aussi 3 fois 3/4 d'un rectangle unité



Une fraction de trois unités, c'est exactement trois fois plus grand que la même fraction de l'unité

a/b* de *N* = *a/b* x *N

A. Les fractions « partie d'un tout »

3. Quand le tout est une quantité discrète (fractions « partition »)

a. Fraction unitaire d'une quantité discrète

Les trente bananes forment le tout.

La fraction 1/6 désigne la taille de la part encadrée car il faut 6 parts de cette taille pour faire le tout.

1/6 de 30 = 5 = 30 ÷ 6

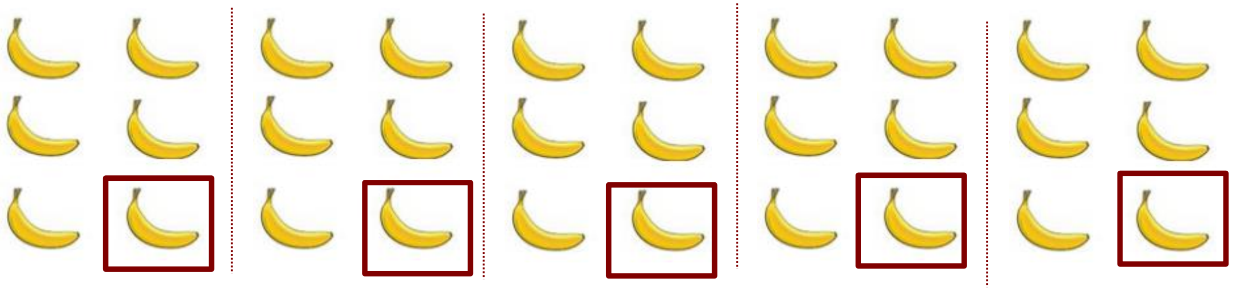
à approfondir…

A. Les fractions « partie d'un tout »

3. Quand le tout est une quantité discrète

b. Pourquoi le nom du dénominateur est-il analogue à un ordinal…

La fraction 1/6 du tout peut aussi se prendre en retirant la sixième banane à chaque fois qu'on en compte 6 (c'est-à-dire la sixième de chaque lot de 6).



En rassemblant toutes ces bananes retirées, on obtient de nouveau 5 bananes, c'est-à-dire une part de taille telle que 6 de ces parts forment le tout.

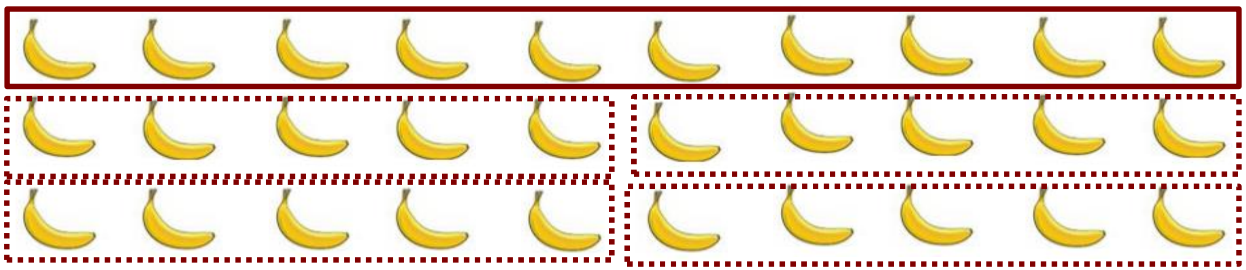
C'est pourquoi cette part qui est noté 1/6 est appelé un sixième.

A. Les fractions « partie d'un tout »

3. Quand le tout est une quantité discrète

c. Autres fractions des quantités discrètes

La fraction 2/6 désigne la taille de la part encadrée car elle vaut deux fois la taille de la part désignée par la fraction 1/6.



2/6 de 30 = 2 x 1/6 de 30 = 2 x (30 ÷ 6)

Plus généralement :

***a/b* de *N* = *a* x (*N* ÷ *b*)**

En réintroduisant le résultat précédent et la règle d'associativité :

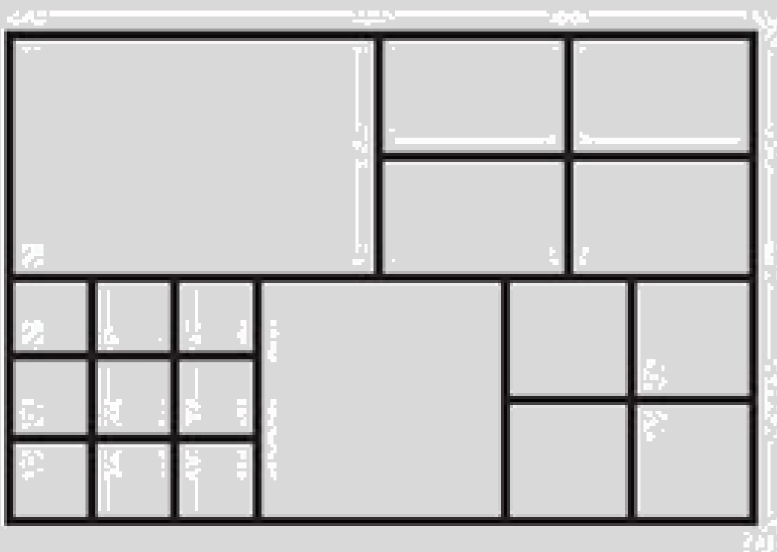
a/b* de *N* = a/b x N = *a* x (*N* ÷ *b*) = (a x N) ÷ *b

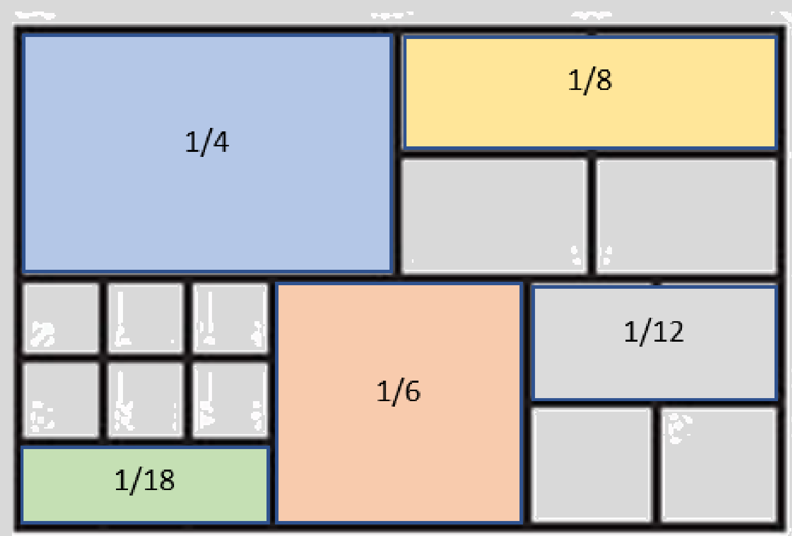
Quand les parts sont déjà dessinées…

Unitizing/ partioning

Juste avec des couleurs, indiquez sur le grand rectangle, les fractions suivantes de ce rectangle :

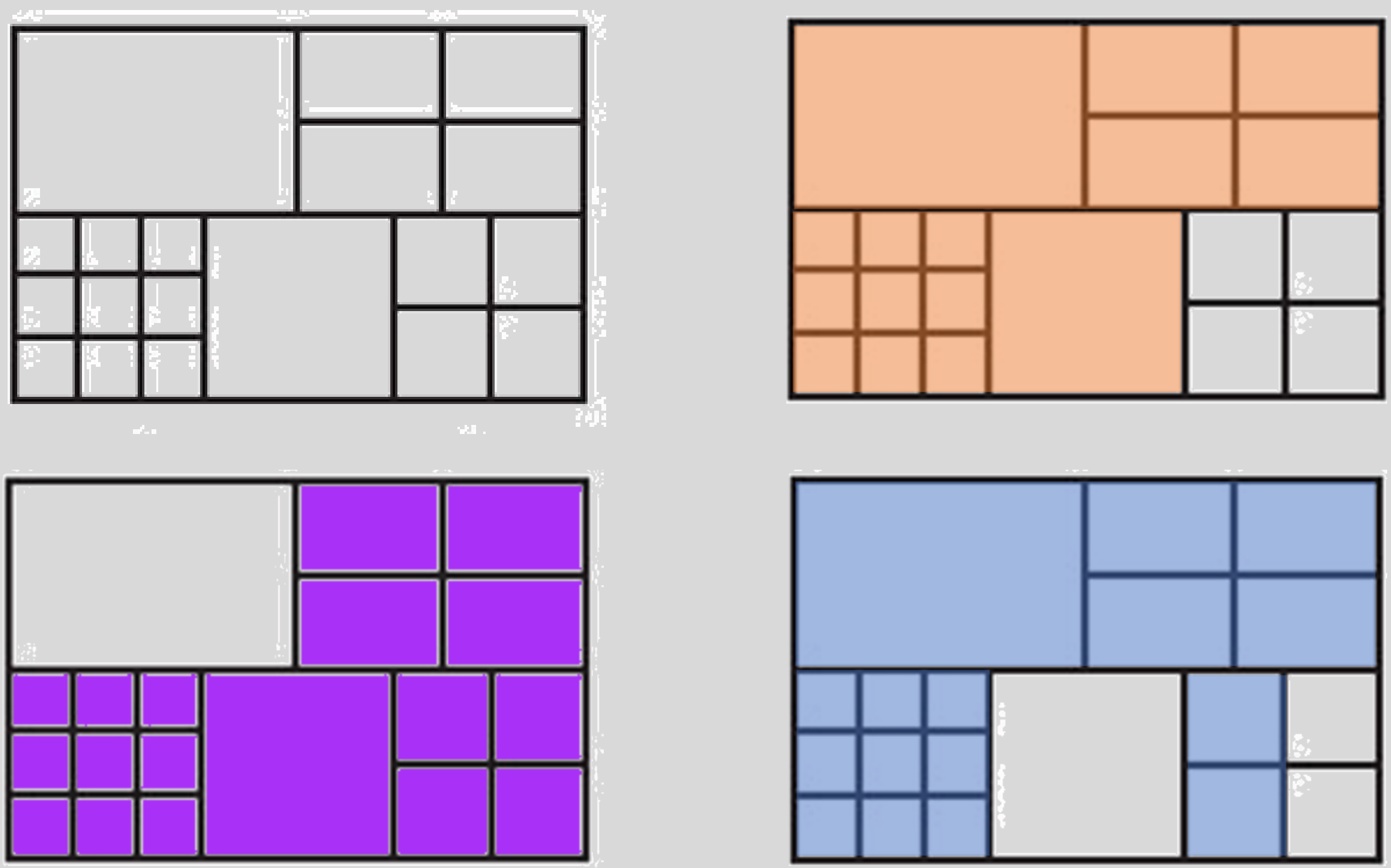
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{16}$





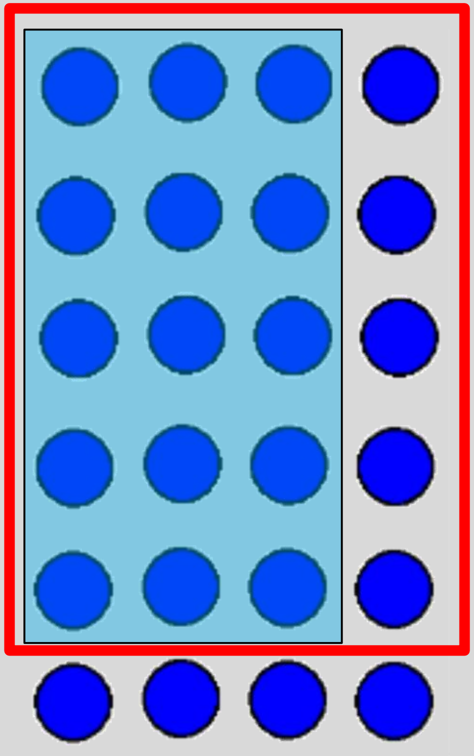
Quand les parts sont déjà dessinées…

Juste avec des couleurs, indiquez sur le grand rectangle, les fractions suivantes de ce rectangle : 5/6 puis 3/4 (de différentes façons)



Quand le tout est une fraction

Calcul des 3/4 de 5/6



Considérons une collection de 24 jetons.

On les organise en 4 colonnes de 6 jetons.

On va prendre les 3/4 des 5/6 des jetons.

On encadre en rouge les 5/6 de la collection.

On encadre en bleu les 3/4 des jetons situés dans le cadre rouge.

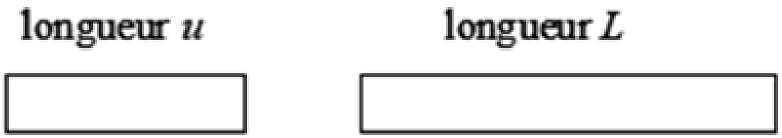
On a encadré 15 jetons sur les 24 donc :

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6}$$

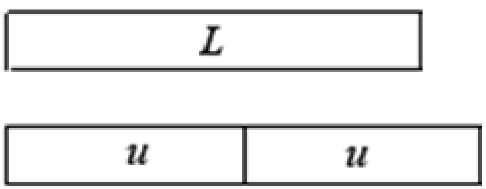
B. Les fractions « mesure »

1. Méthode de la coïncidence

On cherche à mesurer la longueur L avec l'unité u



On constate que $L > u$ et que $L < 2u$



On pourrait penser à diviser u pour mesurer L, mais comme u est l'unité, ce n'est pas la première idée qui vient ! Sauf si on sait déjà comment se termine l'histoire...

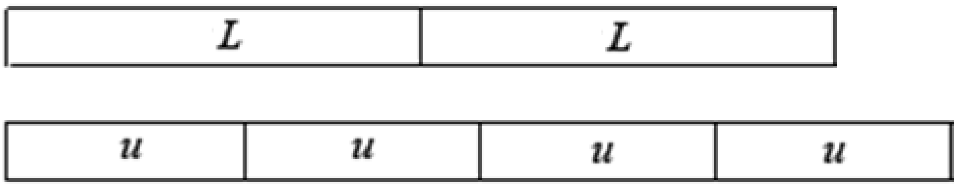
L'idée des mathématiciens a plutôt d'abord été de recommencer avec plusieurs L et plusieurs u pour arriver à faire coïncider les deux longueurs obtenues.

Donc on essaie encore…

B. Les fractions « mesure »

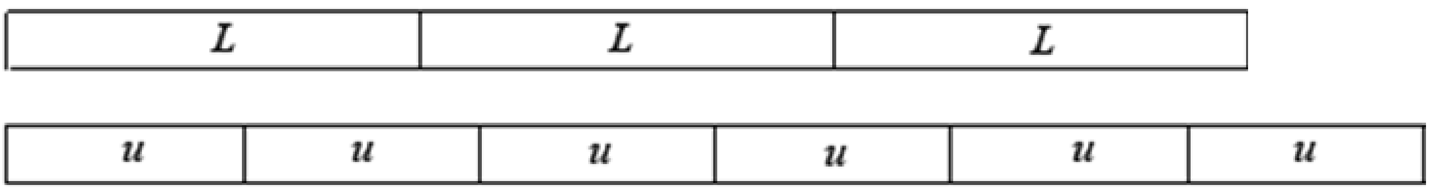
1. Méthode de la coïncidence

On essaie…



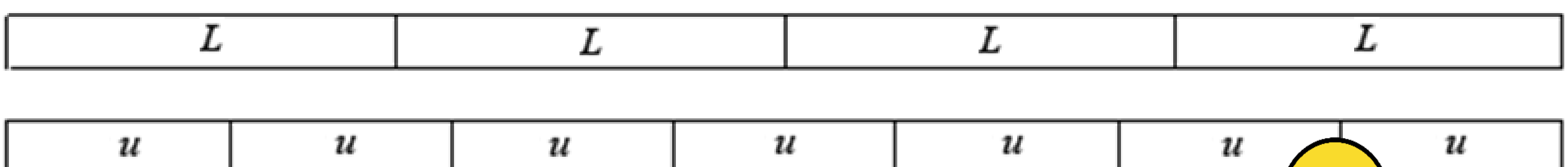
On constate que $2L > 3u$ et que $2L < 4u$

On n’arrive pas à une coïncidence donc on essaie encore…



On constate que $3L > 5u$ et que $3L < 6u$

On n’arrive pas à une coïncidence donc on essaie encore…



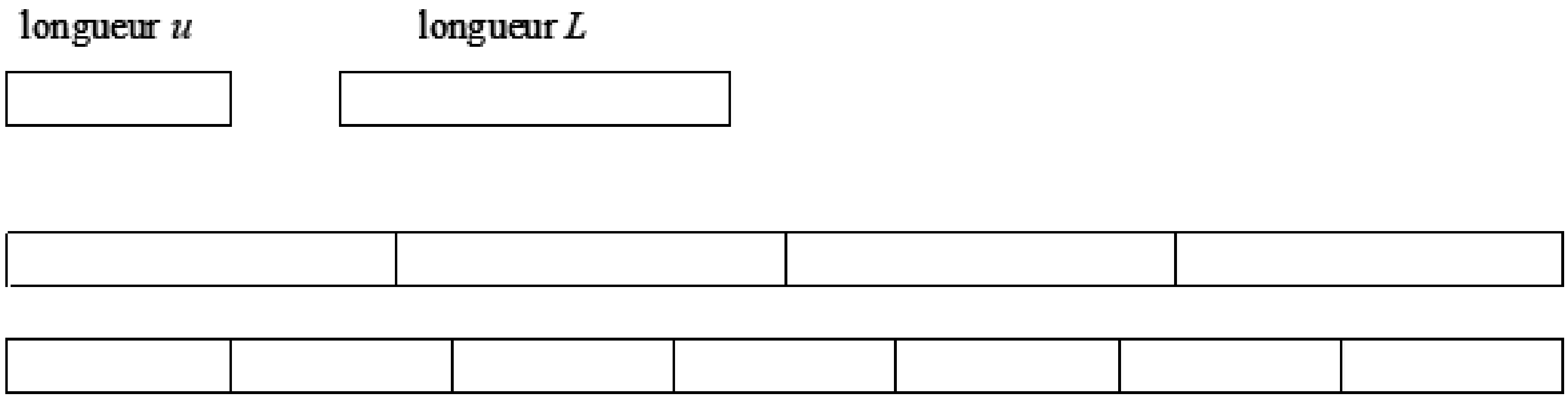
Enfin, on obtient une coïncidence ! On trouve $4L = 7u$ 

B. Les fractions « mesure »

1. Méthode de la coïncidence

Bilan :

On voulait mesurer la longueur *L* avec l'unité *u*.



On a obtenu que 4 reports de *L* coïncident avec 7 reports de *u.*

Comme 4 fois **7** coïncident avec 7 fois **4**, on conclut que :

L est à *u* comme 7 est à 4

Mais cela ne dit pas « bien » **combien** *L* fait de *u*…

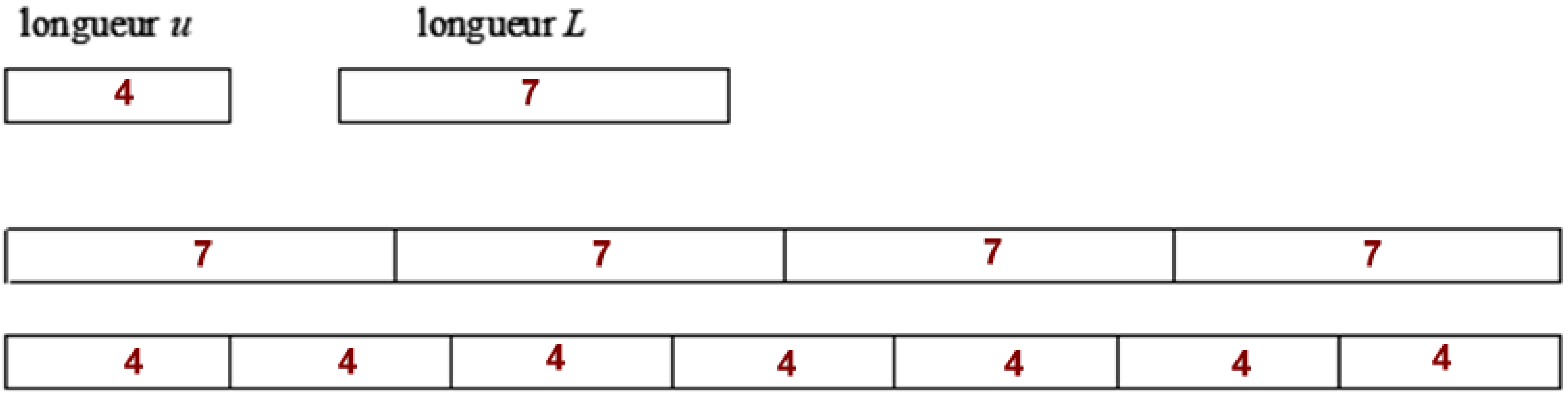
Question : Comment exprimer ***avec un seul nombre*** la longueur *L* en référence à l'unité *u* ? ***Pas avec un nombre entier… c'est sûr !***

B. Les fractions « mesure »

2. De la coïncidence à la commune mesure

Réfléchissons en introduisant notre résultat sur le graphique :

L est à *u* comme 7 est à 4



Pour exprimer ***avec un seul nombre*** la longueur *L* en référence à l'unité *u*, il faut accepter de renoncer à penser en « nombre (entier) de *u* ».

On va maintenant raisonner en nombre de « fractions de *u* »

Introduisons des « quarts de *u* » puisque *L* est à *u* comme 7 est à 4.

B. Les fractions « mesure »

2. De la coïncidence à la commune mesure

Pour faire **un nombre** de cette coïncidence, on introduit une nouvelle mesure qu'on note *m* et qui est une « commune mesure » à *L* et à *u* parce qu'on peut exprimer *L* et *u* en nombre entier de *m*

- 28 reports de *m* correspondent à 4 reports de *L*
  donc *L* correspond à 7 reports de *m*, c'est-à-dire $L = 7 \times m$
- 28 reports de *m* correspondent à 7 reports de *u*.
  donc *u* correspond à 4 reports de m, c'est-à-dire $u = 4 \times m$

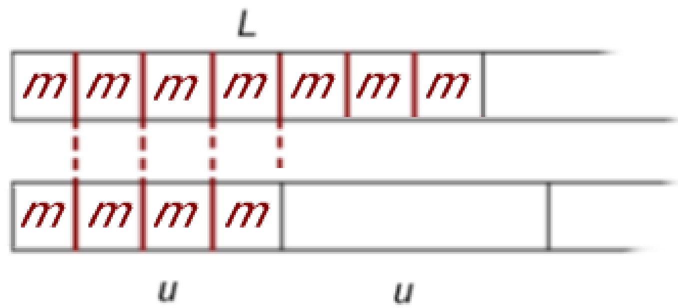
Donc $m = ¼ \, u$ et, en référence à l'unité *u*, $L = 7 \times 1/4 = 7/4$.

$$L = 7/4\ u$$

B. Les fractions « mesure »

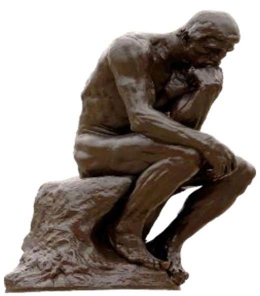
2. De la coïncidence à la commune mesure

Finalement, en référence l'unité *u :* L = 7 x 1/4 = 7/4 = 1 + ¾



Bilan :

On peut penser la fraction comme deux nombres en relation mais aussi comme un seul nombre



On peut penser *L* comme **7** fois « un **quart** de *u* »

mais aussi comme **7/4** fois *u.*

avec : 1 < 7/4 < 2 et 7/4 = 1 + 3/4 et 7/4 = 2 – 1/4

C. Les fractions « quotient »

1. Rappels sur la division des entiers

On fabrique des sachets de billes à partir d'un sac de 40 billes.

<u>Partition</u> : recherche de la taille des sachets connaissant leur nombre

Si l'on fabrique 5 sachets, alors chaque sachet aura n billes avec : $5 \times n = 40$. On en déduit que $n = 8$ et on écrit $n = 40 \div 5 = 8$.

<u>Quotition</u> : recherche du nombre de sachets connaissant leur taille

Si l'on fabrique des sachets de 4 billes, alors il y aura p sachets de 4 billes avec : $p \times 4 = 40$. Donc $p = 10$ et on écrit $p = 40 \div 4 = 10$.

<u>Lien avec la multiplication</u> : si a, b et c sont des entiers et $b \neq 0$

$$a \div b = c \text{ signifie } a = b \times c$$

<u>Bilan</u> :

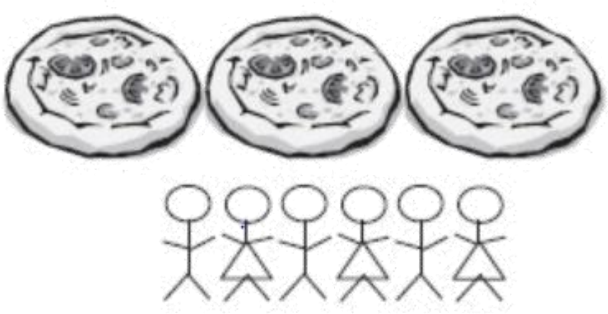
Le quotient de *a* par *b* est :
1° le nombre qui est contenu *b* fois dans *a* (partition)
2° le nombre de fois où *b* est contenu dans *a* (quotition).

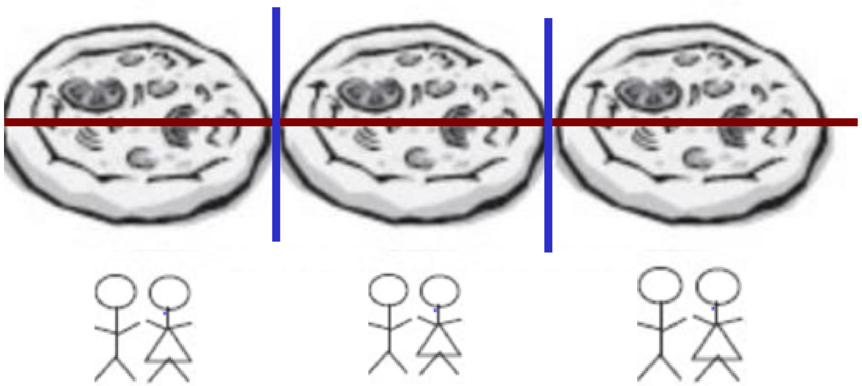
Cet énoncé vaut si le quotient est entier !

C. Les fractions « quotient »

2. Un exemple avec la division partition

Partage de 3 pizzas en 6 personnes





On partage les 3 pizzas en 6 parts égales.
Chaque personne aura une demi-pizza.

1/6 de 3 = 3 ÷ 6 = 1/2

On partage la 1re pizza en 6 parts égales et chacun a une part. On recommence pour chacune des 3 pizzas.
Chaque personne aura 3 fois 1/6 de pizza.

1/6 x 3 = 1/2 = 1/6 de 3

C. Les fractions « quotient »

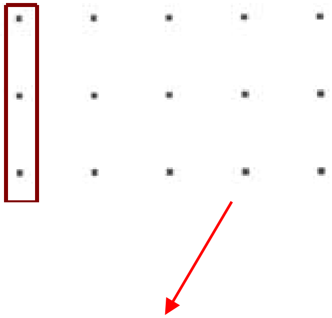
3. Fraction et quotient d'une division

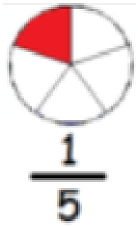
a. Cas des fractions qui désignent un nombre entier (l'exemple de 15/5)

On considère le réseau de 15 points comme un tout.

Une barre de trois points constitue 1/5 du tout.

Donc 1/5 de 15 = 3 = 15 ÷ 5





Imaginons que chaque point est une unité dont on peut prendre une fraction ; le cinquième par exemple.

Alors prendre 1/5 de 15 peut se réaliser en prenant 15 fois 1/5 de l'unité (1/5 de chaque point).

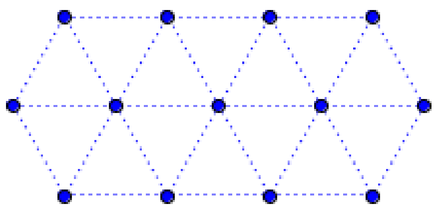
Cela fait 15/5 d'unité et toujours 3 unités.

Au bilan : **15/5 = 15 x 1/5 = 15 ÷ 5 = 1/5 de 15 = 3**.

C. Les fractions « quotient »

3. Fraction et quotient d'une division

b. Cas des fractions qui ne désignent pas un nombre entier (l'exemple de 13/5)



On considère le réseau de 13 points comme un tout.

Prendre 1/5 de 13 unités peut se réaliser en prenant 13 fois 1/5 de l'unité, cela fait 2 unités et 3/5.

Au bilan : $13/5 = 10/5 + 3/5 = 2 + 3/5$.

Prendre 1/5 de 13 peut aussi se réaliser en divisant 13 en cinq parts de même valeur (cette valeur est le quotient exact de la division).

En multipliant cette valeur par 5 on doit obtenir 13.

Cette valeur est égale à $2 + 3/5$ car $5 \times (2 + 3/5) = 10 + 3 = 13$.

On en conclut que $13 \div 5 = 2 + 3/5 = 13/5$.

Et plus généralement : $a \div b = a/b$

C. Les fractions « quotient »

4. Lien entre le numérateur et le dénominateur d'une fraction

a. Avec l'exemple de 2/5

Analysons la fraction 2/5 non plus seulement pour le nombre qu'elle représente, mais aussi pour comprendre le lien qu'il y a entre ce nombre et la relation qui relie le numérateur au dénominateur.

Exprimer la relation qui relie 2 à 5, c'est exprimer 2 comme un nombre de fois 5.

On cherche donc le nombre N tel que : $2 = N \times 5$

Or $1 = 1/5 \times 5$

Donc $2 = 2/5 \times 5$

En conclusion : 2 représente les deux cinquièmes de 5.

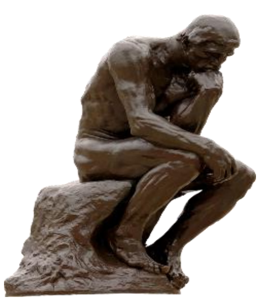
2 est avec 5 dans un rapport de 2/5.

C. Les fractions « quotient »

4. Lien entre le numérateur et le dénominateur d'une fraction

a. Avec l'exemple de 2/5

$$\frac{2}{5}$$

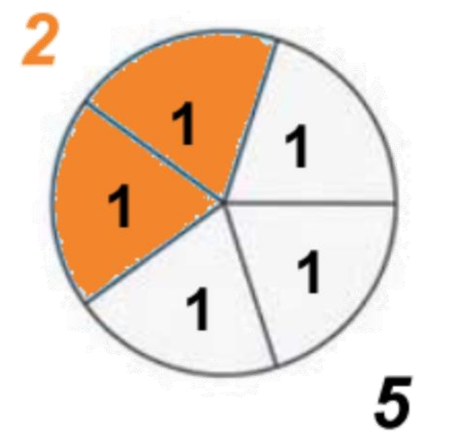


2 est avec 5
dans un rapport de 2/5

2 est égal à
2/5 de 5

2 est égal à
2/5 x 5 (= 0,4 x 5)

2 est à 5
comme 2/5 est à 1



C. Les fractions « quotient »

4. Lien entre le numérateur et le dénominateur d’une fraction

b. Bilan et généralisation à a/b

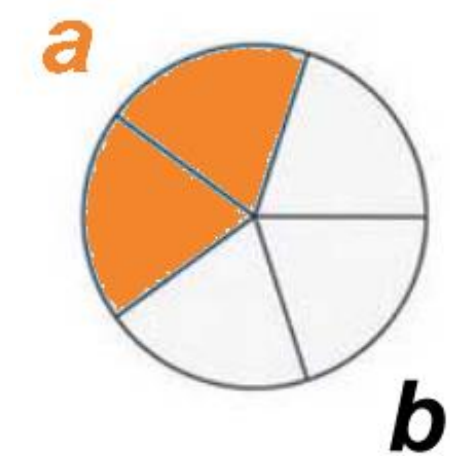
$$\frac{a}{b}$$

a est dans un rapport
de *a/b* avec *b*

a est égal à
a/b de *b*

a est égal à
a/b x *b*

a est à *b*
comme *a/b* est à l’unité



C. Les fractions « quotient »

4. Lien entre le numérateur et le dénominateur d'une fraction

c. Avec les exemples des deux fractions équivalentes : 2/5 et 4/10

$$\frac{2}{5}$$

2 est à 5
comme 4 à 10

2 est égal à 2/5 de 5
comme
4 est égal à 2/5 de 10

2 est égal à 4/10 de 5
comme
4 est égal à 4/10 de 10

2 est égal à 40% de 5
comme
4 est égal à 40% de 10

$$\frac{4}{10}$$

D. Les fractions « opérateur »

1. Rappels sur la multiplication

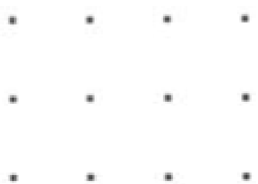
On peut considérer la multiplication d'entiers de différentes façons.

Addition réitérée

« 4 multiplié par 3 » ou « 3 fois le nombre 4 » ?

4 x 3 = 4 + 4 + 4 = 12

Produit cartésien



Avec 3 lignes de 4 points, on a 12 points.

Avec 4 colonnes de 3 points on a 12 points.

3 x 4 = 4 x 3 = 12

Coefficient d'agrandissement

Dans un agrandissement à l'échelle 2, toutes les longueurs sont multipliées par 2.

Échelle vraie grandeur (1)

Échelle d'agrandissement (2)

D. Les fractions « opérateur »

2. Opérateurs sur des longueurs

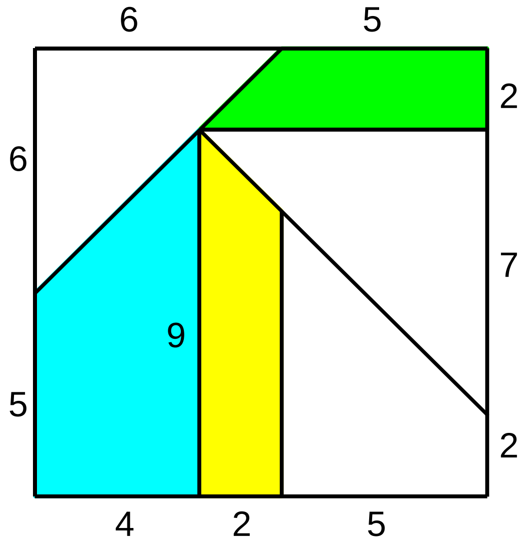
b. Une situation où la multiplication se distingue de l'addition

Les élèves sont répartis en groupe de 4 ou 5, il s'agit d'agrandir ce puzzle de manière que le segment qui mesure 4cm sur le puzzle originel mesure 7cm sur le puzzle agrandi.

Chaque membre du groupe agrandit une pièce différente d'un ensemble de 4 ou 5 pièces voisines.

Dans cette situation, les élèves ne peuvent plus procéder par addition, ils obtiennent sinon des pièces déformées par rapport aux originelles, et le puzzle ne fonctionne plus…

Il faut donc procéder par multiplication.



D. Les fractions « opérateur »

2. Opérateurs sur des longueurs

b. Une situation où la multiplication se distingue de l'addition

Par combien multiplier 4 pour obtenir 7 ?

Par un nombre qui est supérieur à 1 et inférieur à 2 ! On peut noter ce nombre ($4 \to 7$), mais ça ne dit pas « combien » il vaut…

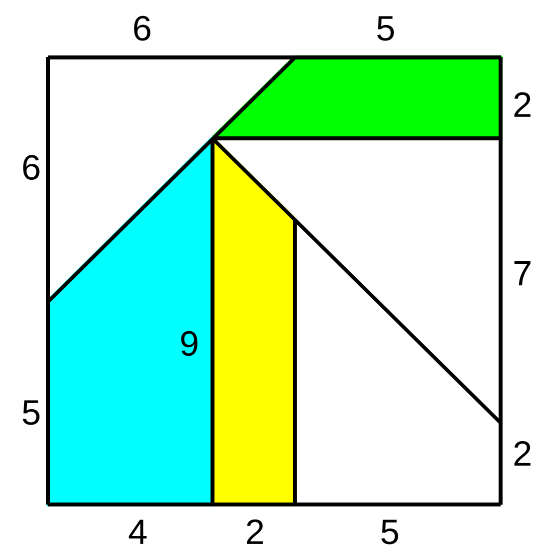
Les élèves ayant travaillé sur les fractions mesures peuvent réfléchir à la valeur de ce nombre :

($4 \to 7$) = ($2 \to$ la moitié de 7) = ($2 \to \frac{7}{2}$)

($4 \to 7$) = ($1 \to$ la moitié de $\frac{7}{2}$) = ($1 \to \frac{7}{4}$)

Ce nombre est donc $\frac{7}{4}$

En multipliant 4 par $\frac{7}{4}$ on obtient 7



E. Les fractions « rapport » et les fractions « ratio »

1. Mesure absolue ou relative : c'est le regard qui change…

Les enfants de la famille Després

Les enfants de la famille Deschamps

Dans quelle famille y a-t-il plus de filles ? de garçons ?

Avec mes excuses pour reproduire ici des stéréotypes de genre…

E. Les fractions « rapport » et les fractions « ratio »

2. Rapports et ratios pour exprimer des relations « inclusives »

a) Des rapports pour exprimer les relations « partie / tout »

Pour faire de la peinture grise Maud a fait un mélange à partir de peinture blanche et noire : elle obtient un pot de 7L comportant 2L de noir et le reste de blanc. Lucie a préparé un mélange de 10L contenant 3L de noir et le reste de blanc. Quelle est la peinture la plus foncée ?

La relation « partie/tout » s'exprime « facilement » par une fraction.

Il faut donc comparer les deux fractions : 2/7 et 3/10.

En utilisant la calculatrice : 2/7 < 0,29 et 3/10 = 0,3

Nous en concluons que la peinture de Lucie est plus foncée.

Sans calculatrice, on retrouve ce résultat :

2/7 = 6/21 et 3/10=6/20.

E. Les fractions « rapport » et les fractions « ratio »

2. Rapports et ratios pour exprimer des relations « inclusives »

b. Des ratios pour exprimer des relations « partie : partie complémentaire »

Pour faire de la peinture grise Maud réalise
un mélange comprenant 2L de noir pour 5 L de blanc.

Lucie a mélangé 3L de noir pour 7L de blanc.

Quelle est la peinture la plus foncée ?

Une relation différente de la relation partie-tout apparaît lorsqu'on lit 2L de noir pour 5L de blanc.

Cette relation s'écrit « 2 : 5 » (programmes de la classe de 4e).

Il faudrait donc comparer « 2 : 5 » et « 3 : 7 »

c. Relation « partie : partie »

Les français ont des animaux domestiques : 12,7 millions de chats ; 7,3 millions de chiens ; 5,8 millions d'oiseaux ; 34,2 millions de poissons ; etc.

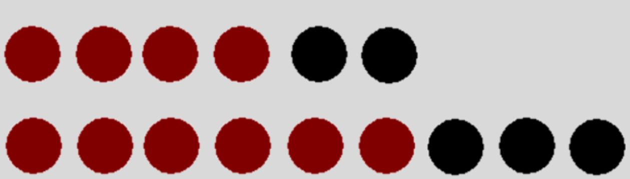
Il y a en France environ 174 chats pour 100 chiens.

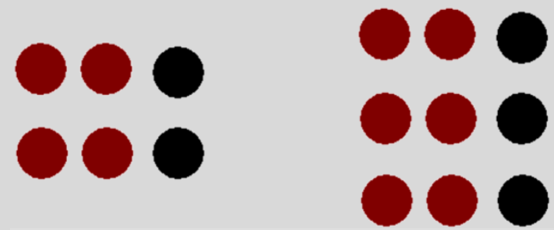
Quand le rapport ressemble à la partie d’un tout

Numérateur et dénominateur dans le même rapport :

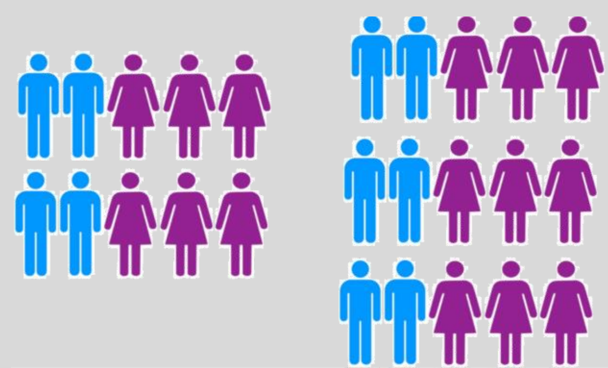
$$\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

Avec des fractions parties d’un tout (la part du tout est la même)





Avec des fractions ratios (les partes comparées sont dans le même rapport)



Synthèse

5 aspects des fractions détaillés dans les travaux du Rational Number Project

Les différents auteurs de ce projet qui a duré 30 ans, mettent en évidence l'importance du traitement de ces 5 aspects pour permettre au élèves de conceptualiser ce que sont les rationnels.

Les études internationales montrent que l'aspect le plus enseigné est celui de la partie/tout. Les aspects ratio et rapport étant de loin les plus difficiles à appréhender.

D'autres études, en relation avec un courant « early algebra », ont montré un lien entre difficultés de conceptualisation des nombres rationnels et apprentissages algébriques sans pour le moment avancer des explications.

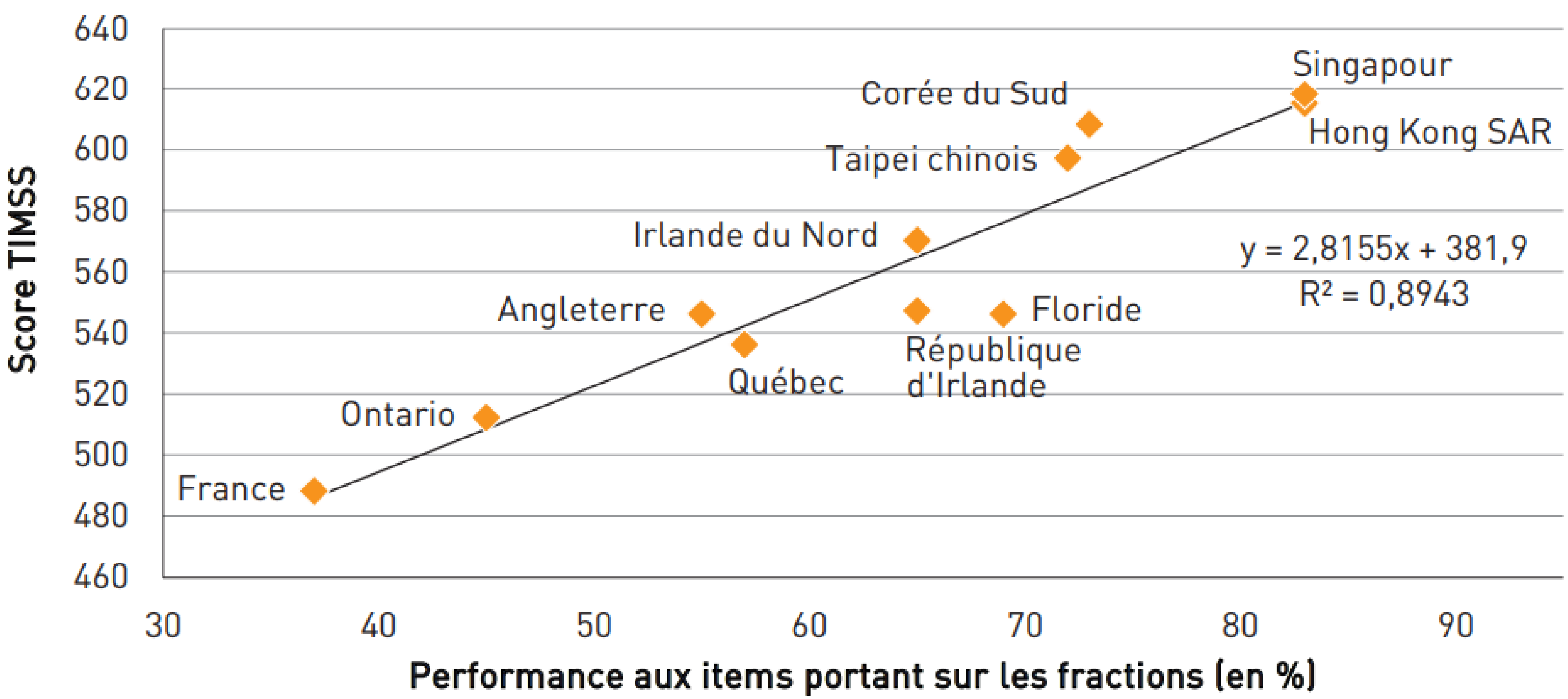
Une piste serait liée au traitement et à la production d'écriture équivalente d'un nombre et à ce qu'ils appellent le « raisonnement proportionnel ».

Introduction

1. Des difficultés d'apprentissage qui interrogent

a. Résultats récents de la France à TIMSS 4 - 2015

Corrélation entre le score TIMSS et la performance aux items portant sur les fractions.



Éducation & formations n° 94 © DEPP

Partie 3

Etude longitudinale sur les expositions de connaissances orales et écrites qui traduisent des éléments du processus d'institutionnalisation

Comparaison des pratiques intra personnelles et inter personnelles.

Eléments de contextualisation de la recherche

<u>Objectif</u> : décrire et débusquer les résistances, les raisons de ces difficultés à exposer des connaissances dans les pratiques des PE.

- Dans quelle mesure les EC participent au PI ?
- Dans quelle mesure est-il possible de mener jusqu'au bout un PI basé sur des situations solides ?
- Un PI conduit par des enseignants :

dont la gestion de classe est assurée.

dont le rapport au mathématique est bon.

Pour réaliser cette étude, choix de l'enseignement des rationnels (Fractions, fractions décimales et décimaux).

Cette notion est nouvelle en CM dans les programmes français.

Etude longitudinale : diminution des Ec écrites.

Classe de Solène

Années scolaires	Nombre de leçons (titres différents)
2008-2009	14
2010-2011	13
2011-2012	15
2012-2013	4
2013-2014	8

« Comment expliques-tu que tu sois passée d'une dizaine de leçons à quatre? »

Solène explique que les premières années, elle se servait des leçons écrites par sa collègue avec qui elle travaillait. Elle ajoute qu'elle ne sait pas les faire.
Elle ajoute qu'ils font suffisamment d'exercices et elle de rappels.
Elle ne produit aucun texte sur les techniques opératoires car « sa collègue de CE2 ne fait que ça. »

EC1	Une proposition de définition.

Les nombres fractionnaires.

<u>Définition</u> : Un nombre fractionnaire s'écrit avec un nombre au numérateur et un nombre au dénominateur.

3 : Le nombre au-dessus de la barre de fraction est le numérateur.
4 : Le nombre en dessous est le dénominateur.

Numérateur, barre de fraction et le dénominateur forment un nombre fractionnaire.

EC1	Des exemples de lecture de fractions dites usuelles.

Les fractions les plus utilisées dans la vie courante sont celles qui représentent:

½ : se lit un demi ou une moitié.

¼ : se lit un quart

1/3 : se lit un tiers

¾ : se lit trois quarts.

EC1	Des exemples de leur utilisation dans la vie courante.

→Tu as déjà du entendre ses expressions :

« Donne-moi la moitié de ce gâteau », « j'arrive dans une demi-heure », « ce gâteau est un quatre quart », « un quart

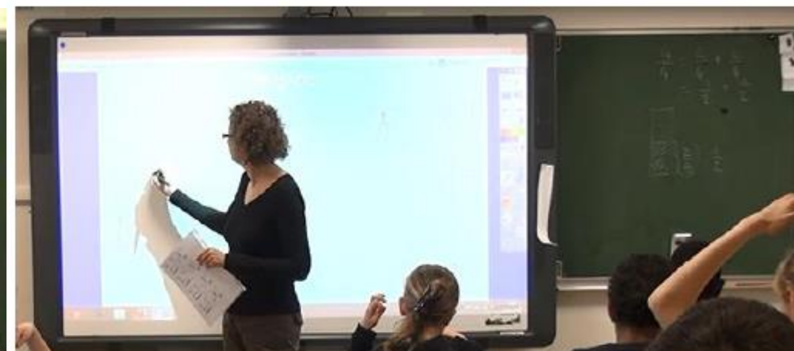
A l'oral : augmentation du temps de parole

Classe de Solène

Pour le calcul mental	
ANNEE (1) : Premier essai de la séance	ANNEE (3) : la séance est « rodée »
Trouver la moitié, c'est couper en deux un nombre ou une figure. [$EC_G \rightarrow EC_{rmc}$] **Ens :** *que prendre le quart c'est chercher « <u>Dans la table de 4 qu'est ce qui fait 36 ?</u> » ou encore <u>« c'est 4 fois quelque chose ? ».</u>*	*Trouver la moitié, c'est la moitié d'un chiffre. [$EC_{G.}$]* *Le quart c'est un nombre (Numéro d'après un élève) c'est la moitié de la moitié. [$EC_{G.}$]* *Un quart c'est aussi un quart de gâteau. C'est une part. [$EC_G \rightarrow EC_{rmc}$]*
Ces EC **diffuses** apparaissent lors de justifications ou encore lors de validations de résultats <u>« 4x4=16 pas 28 donc 4 n'est pas le quart de 28 »</u>. Ces EC sont **improvisées** car liées à ce que retient l'enseignant des propos des élèves.	

Interprétations de ces variabilités.

Classe de Solène



(Sur le TNI, seuls sont écrits les résultats (1/4…). La grande majorité des explications est portée à l'oral. L'utilisation du tableau n'est pas optimisée.)

Année (1) : le triptyque aimanté

Année (2) : le support change.

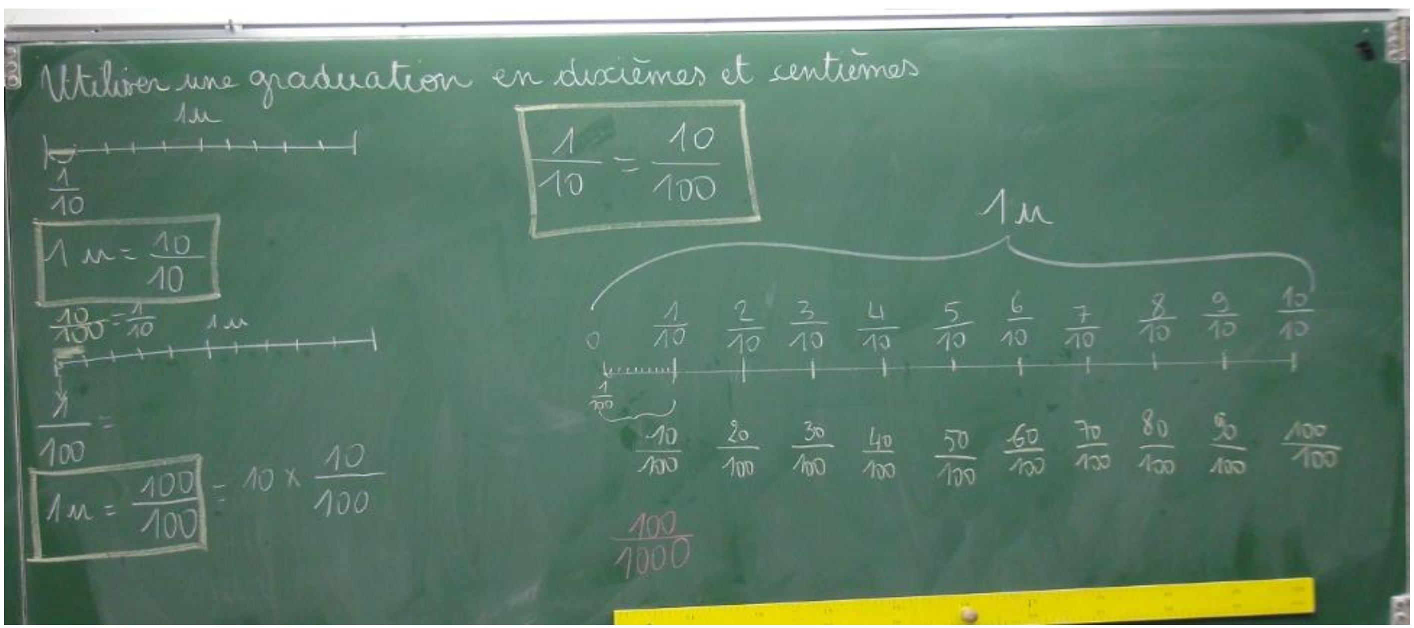
Variabilités des pratiques intra personnelle.

Ne s’autorise plus à enrichir les connaissances des élèves mais :

- Modifie les scénarios,
- Articule les ressources
- Propose des situations robustes
- Aménage des temps de recherche conséquents…
- … et parfois des validations par le milieu.

Les aspects rencontrés

Conformément au programme, seuls les aspects « partie d'un tout » et mesure sont abordés dans les cas de mesures de grandeur continue et continue/ discrète. Un contexte prévaut : la mesure de longueur de segment à partir d'un unité donnée.
Ce contexte est choisi pour utiliser et donner du sens aux graduations sur la droite graduée. Elle produit de nombreuses écritures équivalentes.
Des écrits « éphémères » lors des phases de rappel.



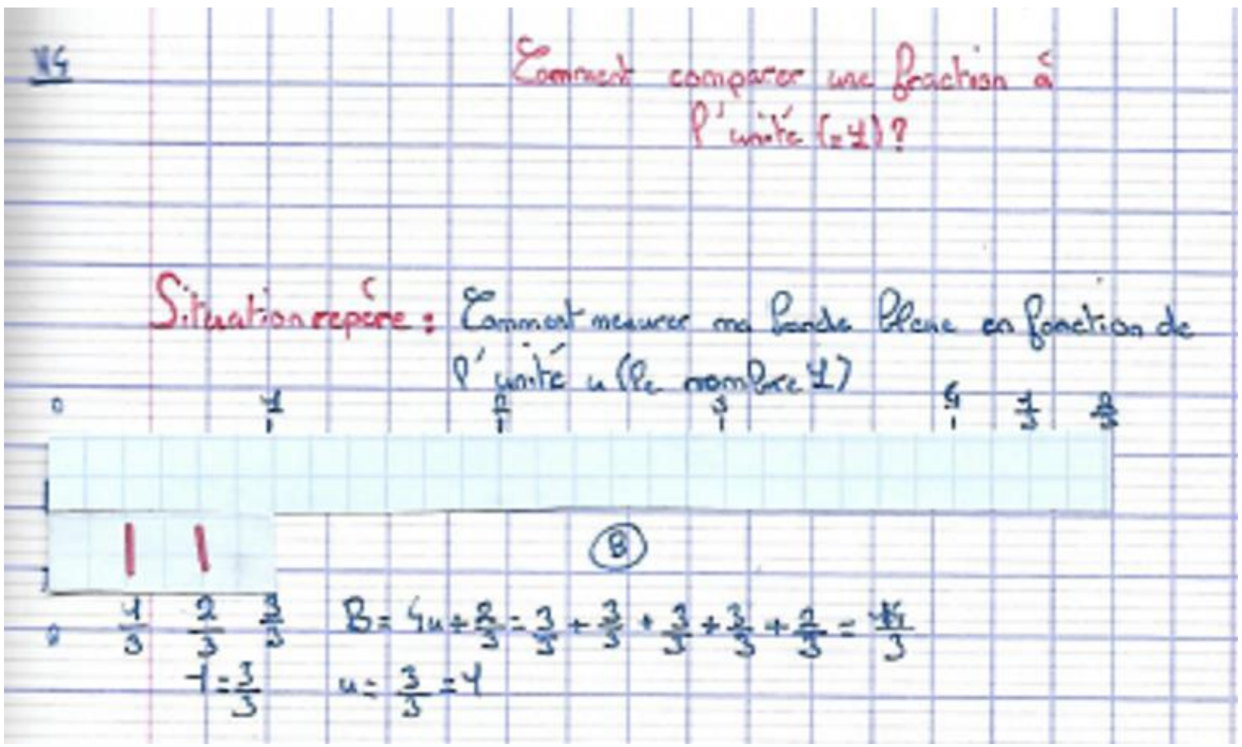
Sasha propose des écrits intermédiaires : **accompagnement** du processus, **visibilité des étapes**, **partage** des responsabilités.

- des EC intermédiaires qui reprennent les situations suivis par des essais de structurations étiquetés par « je retiens »
- des EC de synthèse sous forme de carte heuristique appelée aussi carte mentale.

Ce qui marque le PI de Sasha c'est la prise en compte d'**écrits intermédiaires** appelés **situation repères** que j'illustre. (Sensevy 1996)

➔ <u>Voici un exemple</u> : les élèves individuellement refont en temps limité la situation

Classe de Sasha



N4

Comment comparer une fraction à l'unité (= 1) ?

Situation repère : Comment mesurer ma bande bleue en fonction de l'unité u (le nombre 1)

$0 \quad \frac{1}{1} \quad \frac{2}{1} \quad \frac{3}{1} \quad \frac{4}{1} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3}$

B

$0 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{3}$

$B = 4u + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$

$1 = \frac{3}{3}$ $\quad u = \frac{3}{3} = 1$

29/01/2020 14:09

Je retiens

* 3 est le <u>dénominateur</u> : il indique que l'on a partager 1 en 3 parts égales.

* 2 est le <u>numérateur</u> : il indique le nombre de parts qui ont été reportées.

②. Si le numérateur et égal au dénominateur, la fraction est égale

$\frac{3}{3} = 1$ / $1u = \frac{3}{3}u$.

Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fra

plus petite que 1. $\frac{2}{3} < 1$ (c'est $\frac{1}{3}$ de moins que l'unité 1)

Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fr

plus grande que 1. $\frac{14}{3} > 1$ $\frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$

*3 est le dénominateur : il indique que l'on a partager 1 en 3 parts égales.

*2 est le numérateur : il indique le nombre de parts qui ont été reportées.

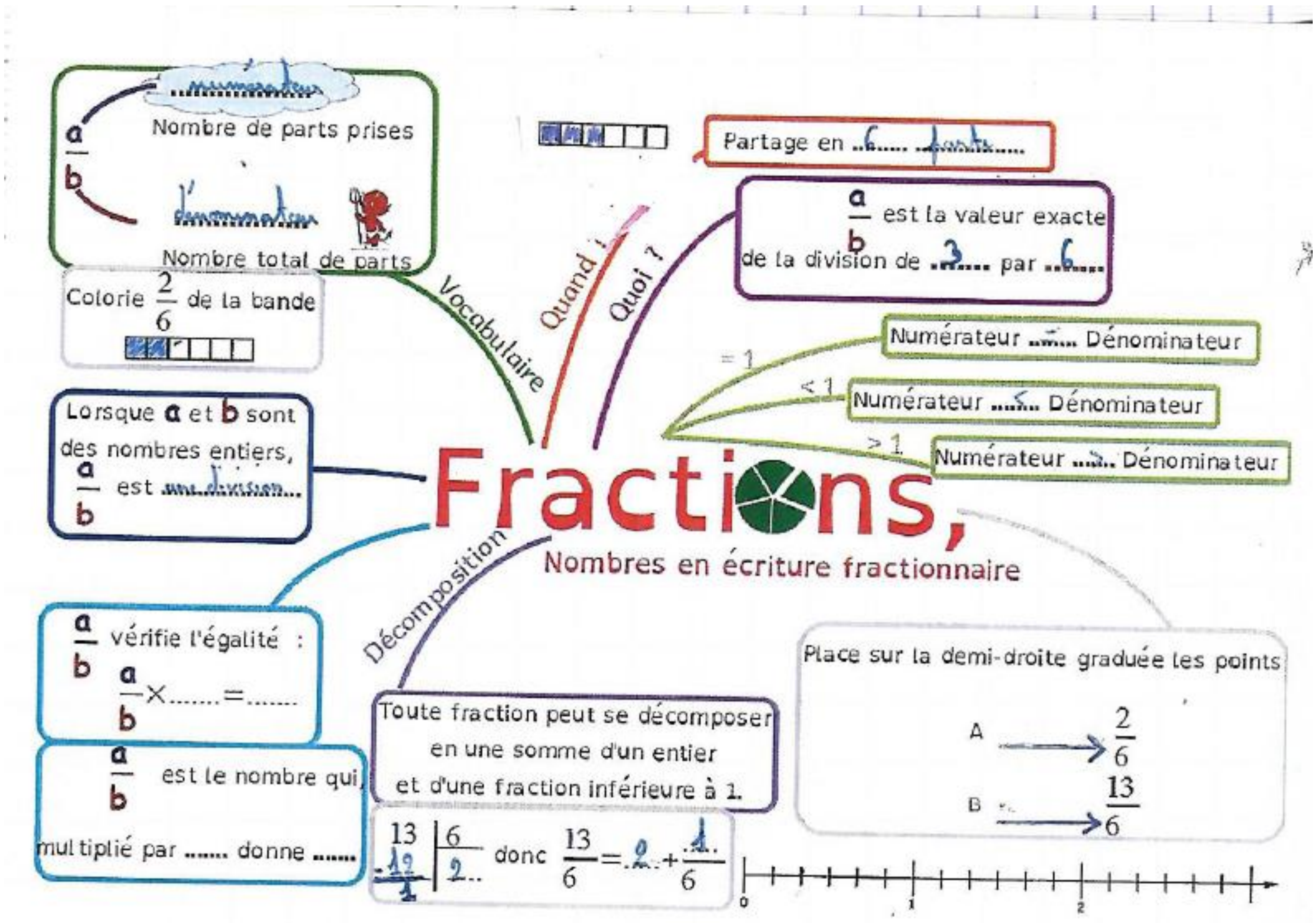
②. Si le numérateur et égal au dénominateur, la fraction est égale à 1

$\frac{3}{3} = 1$ / $1u = \frac{3}{3} u$.

Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction plus petite que 1. $\frac{2}{3} < 1$ (c'est $\frac{1}{3}$ de moins que l'unité 1)

Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction plus grande que 1. $\frac{14}{3} > 1$ $\frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$

Ecrits de synthèse



Rôle majeur de l’écrit.

- Les pratiques de Sasha se distinguent donc par le rôle majeur que joue l’écrit dans le PI et des efforts de généralisation des textes.

- Les EC orales de Sasha sont assez proches de ce qu’elle a écrit. Le support écrit, pensé et retravaillé d’une année sur l’autre est un outil pour la PE pour penser et produire et dire des **EC.**

Comparaison : les régularités

Choix identiques des activités du Ermel.

Les pratiques de Solène et Sasha montrent aussi la construction de « connaissances didactiques en acte » :

- Statut de l'égalité et production d'écritures équivalentes de nombres, un seul contexte « celui des mesures de longueurs ».
- Instrumentalisation de la bande : essentiellement prise en charge à l'oral par Solène et Sasha.
- Dans les modalités de prise en charge du PI.

Ces « connaissances didactiques en acte» marquent les EC et détournent parfois celles orientées sur la connaissance en jeu.

Les deux autres PEMFs : Gwen et Julien.

Classe de Gwen

N2 Les fractions

1)Lire et écrire des fractions.

• Une fraction est un nombre. Elle est composée de deux parties :

le numérateur → 4 ← le nombre de parts utilisées

le dénominateur → 5 ← le nombre de parts de l'unité

$$\frac{4}{5}$$

Mon unité (camembert, bande…) est divisée en 5 parts, j'en prends 4.

• $\frac{1}{2}$ se lit : un demi $\frac{3}{2}$ se lit : trois demis $\frac{1}{3}$ se lit : un tiers $\frac{5}{3}$ se lit : cinq tiers

$\frac{1}{4}$ se lit : un quart $\frac{3}{4}$ se lit : trois quarts $\frac{7}{10}$ se lit : sept dixièmes $\frac{9}{5}$ se lit : neuf cinquièmes

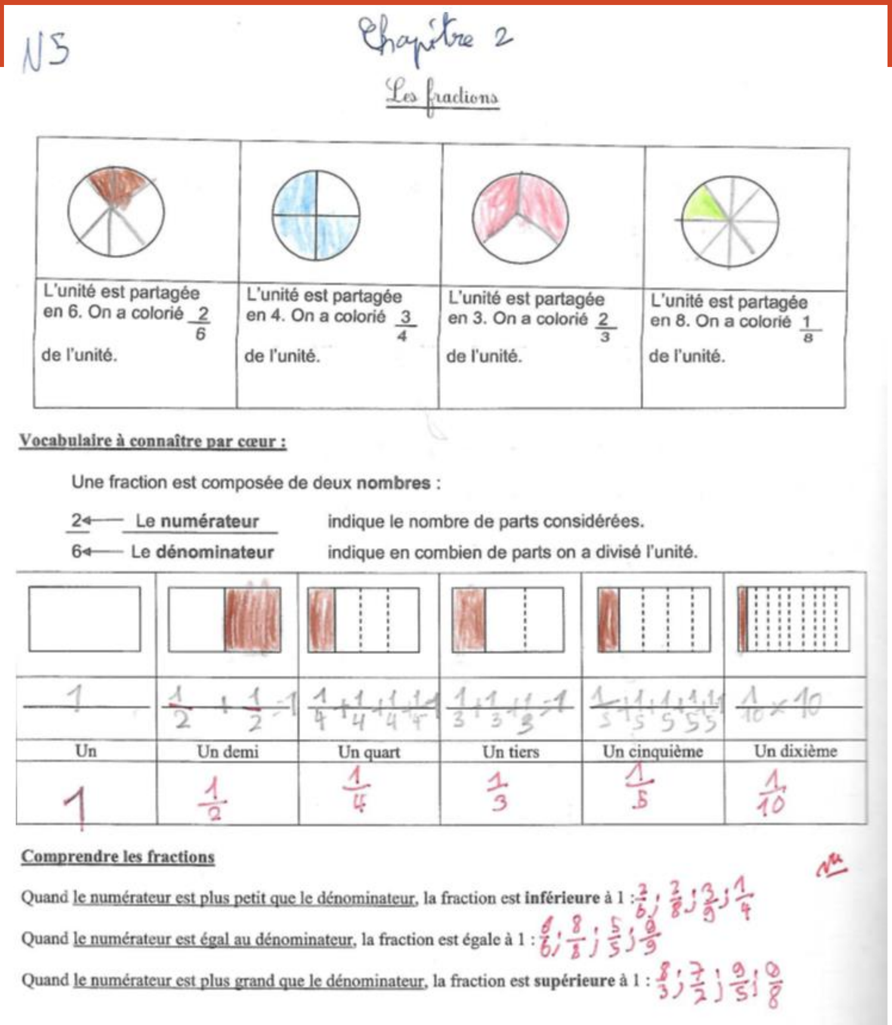
N2 2) Dire si une fraction est supérieure, inférieure, ou égale à 1.

• Une fraction est **supérieure** à 1 quand le numérateur est plus grand que le dénominateur. ($\frac{7}{3} > 1$)

• Une fraction est **inférieure** à 1 quand le numérateur est plus petit que le dénominateur. ($\frac{2}{15} < 1$)

• Une fraction est **égale** à 1 quand le numérateur est égal au dénominateur. ($\frac{16}{16} = 1$)

- Des représentations graphiques
- Une définition
- Articulation des registres graphiques et essai de formulation et de formalisation.
- Des règles de comparaison



NS

Chapitre 2

Les fractions

L'unité est partagée en 6. On a colorié $\frac{2}{6}$ de l'unité.	L'unité est partagée en 4. On a colorié $\frac{3}{4}$ de l'unité.	L'unité est partagée en 3. On a colorié $\frac{2}{3}$ de l'unité.	L'unité est partagée en 8. On a colorié $\frac{1}{8}$ de l'unité.

Vocabulaire à connaître par cœur :

Une fraction est composée de deux **nombres** :

2 ← Le **numérateur** indique le nombre de parts considérées.

6 ← Le **dénominateur** indique en combien de parts on a divisé l'unité.

1	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$	$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}\times 10$
Un	Un demi	Un quart	Un tiers	Un cinquième	Un dixième
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

Comprendre les fractions

Quand le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est **inférieure** à 1 : $\frac{3}{6}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{1}{4}$

Quand le numérateur est égal au dénominateur, la fraction est égale à 1 : $\frac{6}{6}$; $\frac{8}{8}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{9}{9}$

Quand le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction est **supérieure** à 1 : $\frac{8}{3}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{9}{8}$

Classe de Julien

Synthèse sur les Connaissances sur les fractions.

	Solène	Sasha	Gwen	Julien
Deux aspects pris en charge *Dans contexte de longueur*	✓	✓	*aire*	✓
Fraction définie comme un nombre	✓	✓	✓	
Numérateur et dénominateur sont définis		✓	✓	✓
Les règles de comparaison de la fraction à l'unité sont proposées	*L'année(1) seulement à l'oral*	✓	✓	✓
Propose de nombreuses écritures équivalentes des nombres	✓ *(au tableau)*	✓ *(dans les exercices)*		✓ *(simplification des fractions)*

Synthèse sur ce que nous apprennent les pratiques des PEMFs :

	Solène	Sasha	Gwen	Julien
Niveau 1	✓	✓	✓	✓
Niveau 2	✓	✓	*non*	✓
Niveau 3	✓	✓	*non*	✓
Niveau 4	✓	✓	*non*	*non*
Niveau 5	*Pris en charge mais EC diffuses, improvisées et non étiquetées en tant que telles. Peu d'EC, difficilement mémorisable, non formalisé*	*Le PI est beaucoup plus abouti malgré parfois des imprécisions. Des connaissances didactiques en construction.*	*Pas de prise en charge d'EC intermédiaires. Peu mémorisable*	*PI présent sans prise en charge des EC intermédiaires. Difficilement mémorisable.*

Synthèse sur le PI

	Caractéristiques du PI
Sasha	*PI caractérisé par des* ***EC écrites intermédiaires.*** *Les EC écrites sont de* ***plus en plus décontextualisées****, elles sont détemporalisées, formulées et parfois formalisées.*
Solène	*Le PI a essentiellement une existence à l'oral portée par des EC* ***discutées, diffuses et non étiquetées*** *en tant que telles. Les EC sont produites suite à des interactions de plus en plus nombreuses. Les proximités discursives ascendantes (des élèves produisent des EC, l'enseignant en propose des reformulations) et horizontales (même niveau de formulation) sont nombreuses.*
Julien	*Le PI est non abouti, les EC sont parfois trop rapidement décontextualisées, parfois hors programme, hors de portée car sans lien avec les activités proposées. Elles sont détemporalisées et dépersonnalisées. Les niveaux de formulation ne sont pas toujours adaptés.*
Gwen	*PI tout juste amorcé. Il y a bien* ***l' « intentionnalité » d'institutionnalisation*** *mais les situations proposées ne sont pas assez robustes pour assurer cela. Le rapport aux mathématiques est à questionner.* *Les EC orales sont souvent hors de portée. Les EC écrites sont difficilement mémorisables. L'aspect outil de la notion est seulement envisagé.*

Résultats : du côté du PI

Des EC écrites ou orales peu décontextualisées :

- La notion visée (des jeux possibles entre les registres, un seul contexte, deux aspects enseignés)
- Les ressources (axées sur les situations)
- Des énoncés dont les degrés de décontextualisation sont faibles
- Un déficit de formation
- Manque de textes d'appui.

➔Produire des EC, inscrire un PI dans une dynamique prenant en compte tous les acteurs est une activité très complexe qui se construit sur un temps long.

Résultats : du côté des pratiques

- Le PI relève de gestes professionnels, d’un « savoir d’expérience »
- Il s’appuie sur :

la construction de connaissances didactiques déclaratives ou en actes

des connaissances mathématiques des PE.

Des routines (Butlen) et des gestes d’institutionnalisation à construire (Forget, 2011)

➔Ce PI est en construction sur un temps long (pour les élèves et pour l’enseignant) et en constante évolution, il dépasse la dialectique novices/experts.

Inférences/conséquences

- Manque de visibilité des EC conduit au constat suivant :

➔ C'est à la charge des élèves d'identifier ce qui est de l'ordre du contexte et de l'ordre du savoir.

- Des variabilités intra et inter personnelles constatées n'assurent pas que les savoirs enseignés soient les mêmes d'un enseignant à l'autre.

Perspectives pour la formation

- Faire prendre conscience de l’importance de produire des textes, mettre en garde contre trop d’improvisation

- Réhabiliter la dimension collective, la place de l’écrit comme moyen de régulation dans les classes.

- Importance de la production d’écrits intermédiaires et de synthèse.

- Études des ressources en pointant le manque d’accompagnement du processus. (présence d’un écrit finalisé dans les fascicules qui accompagnent les manuels français)