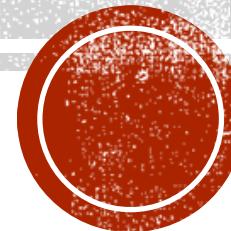


Les types de raisonnements en jeu dans les problèmes de recherche

Maud Chanudet, maud.chanudet@unige.ch
Stéphane Favier, stephane.favier@unige.ch



Journées romandes des formateurs en didactique des mathématiques
Connaissances mathématiques et connaissances didactiques des enseignants
Crêt Bérard, jeudi 30 janvier 2020

CONSIGNES DE TRAVAIL

- Résoudre les problèmes suivants
- Les regrouper
- Caractériser et expliciter les critères de regroupement utilisés

Pattern (motif tiré de Radford, 2004)

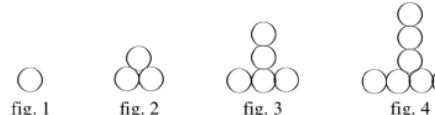
On construit une suite de figures selon le modèle ci-dessous. Combien de cercles y-aura-t-il dans la 8^e figure ? Dans la 100^e figure ?

fig. 1

fig. 2

fig. 3

fig. 4



Les glaces (adapté de la rubrique ARP, nouveaux MER 3P)

Le vendeur de glaces propose quatre parfums : vanille, fraise, pistache et chocolat.
Trouve toutes les combinaisons possibles pour les cornets avec deux boules.

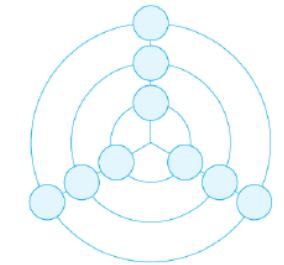
Jeu de cartes (adapté du document d'accompagnement français « Les problèmes pour chercher », site Eduscol)

Chaque carte de mon jeu représente soit un triangle, soit un carré. Je tire au hasard 15 cartes. Je compte tous les côtés des figures dessinées sur les cartes et je trouve 49. A ton avis, combien ai-je tiré de carrés et de triangles ?



Le marchand (adapté de la rubrique ARP, nouveaux MER 3P)

Quatre enfants font la file devant le marchand de fruits.
Loïc est le dernier. Marion est devant Sara. Ali est devant Marion.
Ecris les prénoms des quatre enfants dans la file, du premier au dernier.



Des 0 et des 1 (réserve d'activités, cours de DMS 10^e)

Déterminer tous les nombres entiers positifs de 7 chiffres au plus, divisibles par 6 et dont les chiffres sont des 0 ou des 1.

La cible

Place tous les nombres de 1 à 9 dans les petits disques colorés de façon que la somme des nombres se trouvant sur chaque cercle concentrique et sur chaque rayon soit toujours la même.

Quel métier ? (Recherche & Stratégies, MER 10^e)

Six personnes exerçant six métiers différents se retrouvent lors d'une soirée.

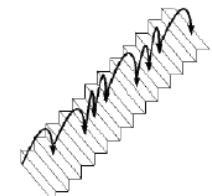
- Alessandro fait partie du même club que le charcutier et le peintre.
- Billy habite la même ville que le peintre et le vendeur.
- Alessandro, le vendeur et l'électricien apprennent à jouer au bridge.
- L'électricien a accompagné Billy et Camille au dernier match de football.
- Le cuisinier, Alessandro, Billy et Camille jouent à la belote tous les vendredis soirs.
- Dominique, l'électricien et le cuisinier projettent de faire un voyage en Jamaïque.
- Camille admire les compétences du vendeur.
- Le cuisinier bénéficie régulièrement de la clientèle d'Emma.

Quel est le métier de chacun ?

L'escalier (réserve d'activités, cours de DMS 10^e)

On peut monter un escalier une ou deux marches à la fois. La figure ci-contre montre un exemple.

- De combien de façons différentes peut-on monter un escalier de une marche ? de deux marches ? de trois marches ? de quatre marches ? de cinq marches ?
- De combien de façons différentes peut-on monter un escalier de 20 marches ?



CONSIGNES DE TRAVAIL

Primaire

- Résoudre les problèmes suivants
- Les regrouper
- Caractériser et expliciter les critères de regroupement utilisés

Secondaire

Pattern (motif tiré de Radford, 2004)

On construit une suite de figures selon le modèle ci-dessous. Combien de cercles y-aura-t-il dans la 8^e figure ? Dans la 100^e figure ?

fig. 1

fig. 2

fig. 3

fig. 4



Les glaces (adapté de la rubrique ARP, nouveaux MER 3P)

Le vendeur de glaces propose quatre parfums : vanille, fraise, pistache et chocolat.
Trouve toutes les combinaisons possibles pour les cornets avec deux boules.

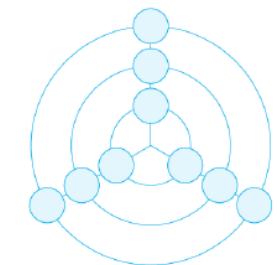
Jeu de cartes (adapté du document d'accompagnement français « Les problèmes pour chercher », site Eduscol)

Chaque carte de mon jeu représente soit un triangle, soit un carré. Je tire au hasard 15 cartes. Je compte tous les côtés des figures dessinées sur les cartes et je trouve 49. A ton avis, combien ai-je tiré de carrés et de triangles ?



Le marchand (adapté de la rubrique ARP, nouveaux MER 3P)

Quatre enfants font la file devant le marchand de fruits.
Loïc est le dernier. Marion est devant Sara. Ali est devant Marion.
Ecris les prénoms des quatre enfants dans la file, du premier au dernier.



Des 0 et des 1 (réserve d'activités, cours de DMS 10^e)

Déterminer tous les nombres entiers positifs de 7 chiffres au plus, divisibles par 6 et dont les chiffres sont des 0 ou des 1.

La cible

Place tous les nombres de 1 à 9 dans les petits disques colorés de façon que la somme des nombres se trouvant sur chaque cercle concentrique et sur chaque rayon soit toujours la même.

Quel métier ? (Recherche & Stratégies, MER 10^e)

Six personnes exerçant six métiers différents se retrouvent lors d'une soirée.

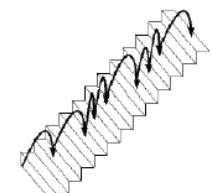
- Alessandro fait partie du même club que le charcutier et le peintre.
- Billy habite la même ville que le peintre et le vendeur.
- Alessandro, le vendeur et l'électricien apprennent à jouer au bridge.
- L'électricien a accompagné Billy et Camille au dernier match de football.
- Le cuisinier, Alessandro, Billy et Camille jouent à la belote tous les vendredis soirs.
- Dominique, l'électricien et le cuisinier projettent de faire un voyage en Jamaïque.
- Camille admire les compétences du vendeur.
- Le cuisinier bénéficie régulièrement de la clientèle d'Emma.

Quel est le métier de chacun ?

L'escalier (réserve d'activités, cours de DMS 10^e)

On peut monter un escalier une ou deux marches à la fois. La figure ci-contre montre un exemple.

- De combien de façons différentes peut-on monter un escalier de une marche ? de deux marches ? de trois marches ? de quatre marches ? de cinq marches ?
- De combien de façons différentes peut-on monter un escalier de 20 marches ?



DISCUSSION SUR LA CATÉGORISATION

- Quels problèmes avez-vous regroupés ensemble ?
- Quels critères de regroupement avez-vous utilisés ?

DISCUSSION SUR LA CATÉGORISATION (GROUPE 1)

- Exhaustivité des cas, recherche de tous les possibles (Les glaces, Des 0 et des 1, L'escalier)
 - Recherche de régularité, d'une loi (L'escalier, Pattern)
 - Ajustement d'essais successifs (Jeu de cartes, Cible, Le marchand)
 - Déduction (Quel métier, Le marchand)
-
- Notion mathématique (critères de divisibilité, Des 0 et des 1)
 - Modélisation (Les glaces, Quel métier, La cible)

DISCUSSION SUR LA CATÉGORISATION (GROUPE 2)

- Dénombrément, combinatoire, combinaison (L'escalier, Les glaces, Des 0 et des 1)
- Exhaustivité (Les glaces, Des 0 et des 1)
- Conjecture, généralisation §(L'escalier, Pattern)
- Pouvoir compter (L'escalier, Pattern)
- Essais-ajustements ((Le marchand), La cible, Jeu de cartes)
- Organisation, déduction, implication logique (Le marchand, Quel métier)

QU'Y-A-T-IL À APPRENDRE EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ?

- Apprentissages visés formulés souvent de manière très générale (développer des compétences, chercher, tester, conjecturer, prouver, etc.)

QU'Y-A-T-IL À APPRENDRE EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ?

- Apprentissages visés formulés souvent de manière très générale (développer des compétences, chercher, tester, conjecturer, prouver, etc.)
- Objectifs possibles pour les problèmes de type « problèmes pour chercher » :



QU'Y-A-T-IL À APPRENDRE EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ?

- Apprentissages visés formulés souvent de manière très générale (développer des compétences, chercher, tester, conjecturer, prouver, etc.)
- Objectifs possibles pour les problèmes de type « problèmes pour chercher » :



APPRENTISSAGE DE MODES DE RAISONNEMENTS

- Exhaustivité des cas : traiter tous les cas possibles et s'assurer de les avoir tous passés en revue



1010100

APPRENTISSAGE DE MODES DE RAISONNEMENTS

- Exhaustivité des cas : traiter tous les cas possibles et s'assurer de les avoir tous passés en revue



1010100

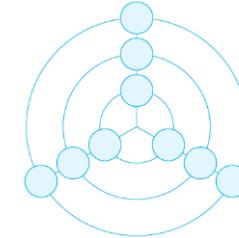
- Implication logique : raisonnement déductif qui respecte les règles de la logique mathématique (ex : une propriété est vraie ou fausse, un ex. ne suffit pas à prouver, etc...), sans appui sur des propriétés mathématiques



Quel métier !

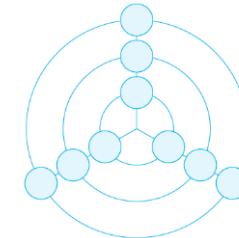
APPRENTISSAGE DE MODES DE RAISONNEMENTS ET DE DÉMARCHES

- Essais-ajustements : faire des essais, observer l'écart entre la réponse cherchée et le résultat obtenu et en tenir compte pour faire un nouvel essai



APPRENTISSAGE DE MODES DE RAISONNEMENTS ET DE DÉMARCHES

- Essais-ajustements : faire des essais, observer l'écart entre la réponse cherchée et le résultat obtenu et en tenir compte pour faire un nouvel essai



- Démarche expérimentale : faire des essais et les organiser en vue de trouver des régularités, établir une conjecture et si possible la prouver ou au moins la tester

fig. 1

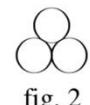


fig. 2

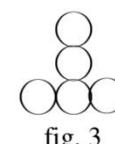


fig. 3

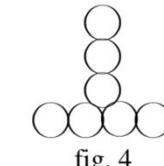
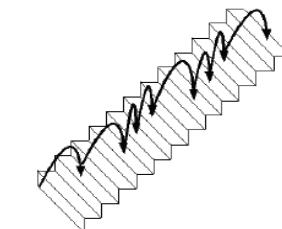


fig. 4



Modes de raisonnement

Démarche expérimentale

Ajustements d'essais successifs

Modes de preuve

Exhaustivité des cas

Implication logique

À suivre ...

LE CODE SECRET

Un prof de maths (un peu paranoïaque) a rangé ses épreuves dans un coffre-fort protégé par un code secret à neuf chiffres. Pour être sûr que personne ne les lui vole, il n'a pas écrit le code. Pour le retrouver, il sait juste que :

- Le nombre formé par les chiffres placés en 1^e et 2^e position est divisible par 2.
- Le nombre formé par les chiffres placés en 2^e et 3^e position est divisible par 3.
- Le nombre formé par les chiffres placés en 3^e et 4^e position est divisible par 4.
- Le nombre formé par les chiffres placés en 4^e et 5^e position est divisible par 5.
- Le nombre formé par les chiffres placés en 5^e et 6^e position est divisible par 6.
- Le nombre formé par les chiffres placés en 6^e et 7^e position est divisible par 7.
- Le nombre formé par les chiffres placés en 7^e et 8^e position est divisible par 8.
- Le nombre formé par les chiffres placés en 8^e et 9^e position est divisible par 9.

Il sait aussi que les chiffres de 1 à 9 sont tous utilisés et que parmi les deux solutions possibles, il faut garder celle qui forme le plus petit nombre. Avec toutes ces informations, serais-tu capable de retrouver le code secret ?

APPRENTISSAGE DE MODES DE RAISONNEMENTS

- Exhaustivité des cas : traiter tous les cas possibles et s'assurer de les avoir tous passés en revue
- Implication logique : raisonnement déductif qui respecte les règles de la logique mathématique (ex : une propriété est vraie ou fausse, un ex. ne suffit pas à prouver, etc...), sans appui sur des propriétés mathématiques
- Hypothético-déductif : raisonnement déductif qui s'appuie sur des propriétés mathématiques

LE CODE SECRET

Modes de raisonnement

Démarche expérimentale

Ajustements d'essais successifs

Modes de preuve

Exhaustivité des cas

Implication logique

Hypothético-déductif

À suivre ...