



Yana Lacek, Marina De Simone & Laura Weiss

DiMage

Journées romandes des formatrices et
formateurs en didactiques des
mathématiques

**Aborder le monde qui
nous entoure par les
mathématiques : un
enjeu de modélisation**

31 janvier 2025

1

Jeu de rôle

Chaussure du géant



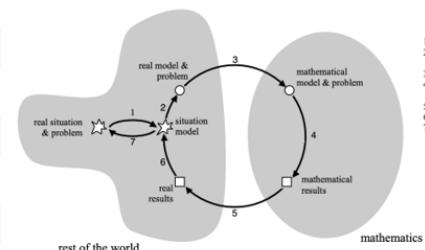
2

Approche théorique

Modélisation dans le PER

Cycle de modélisation de Blum (2007)

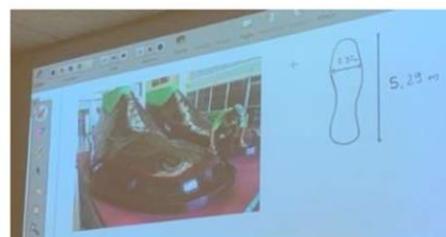
Mathématisation horizontale & verticale



3

Analyse 11CT

Problème « Chaussure du Géant »



4

Conclusion et Perspectives

D'un point de vue de la recherche...

Quelles retombées sur la formation...

1

Jeu de rôle

Chaussure du géant



Chaussure du géant

Dans un musée aux Philippines, Florentino Anonuevo Jr. est en train de polir une paire de chaussures. Selon le Livre Guinness des records, ces chaussures sont les plus grandes au monde, avec une largeur de 2,37 m et une longueur de 5,29 m. Combien mesurerait un géant capable de porter ces chaussures ? Explique ta solution.



Consignes du jeu de rôle

- 1. Temps individuel** pour s'approprier la situation (5 min)
- 2. Préparation du jeu de rôle** (15 -20 min)
 - 3 groupes élèves : réfléchir à comment un élève de 11^e pourrait s'y prendre pour résoudre le problème
 - 1 groupe enseignant : réfléchir à la mise en œuvre de ce problème
- 3. Jeu de rôle** (10-15 min maximum)
- 4. Débat**



1 Jeu de rôle

Chaussure du géant

Dans un musée aux Philippines, Florentino Anonuevo Jr. est en train de polir une paire de chaussures. Selon le Livre Guinness des records, ces chaussures sont les plus grandes au monde, avec une largeur de 2,37 m et une longueur de 5,29 m.

Combien mesurerait un géant capable de porter ces chaussures ? Explique ta solution.



Débat – Tout le monde reprend la casquette de formateur/formatrice

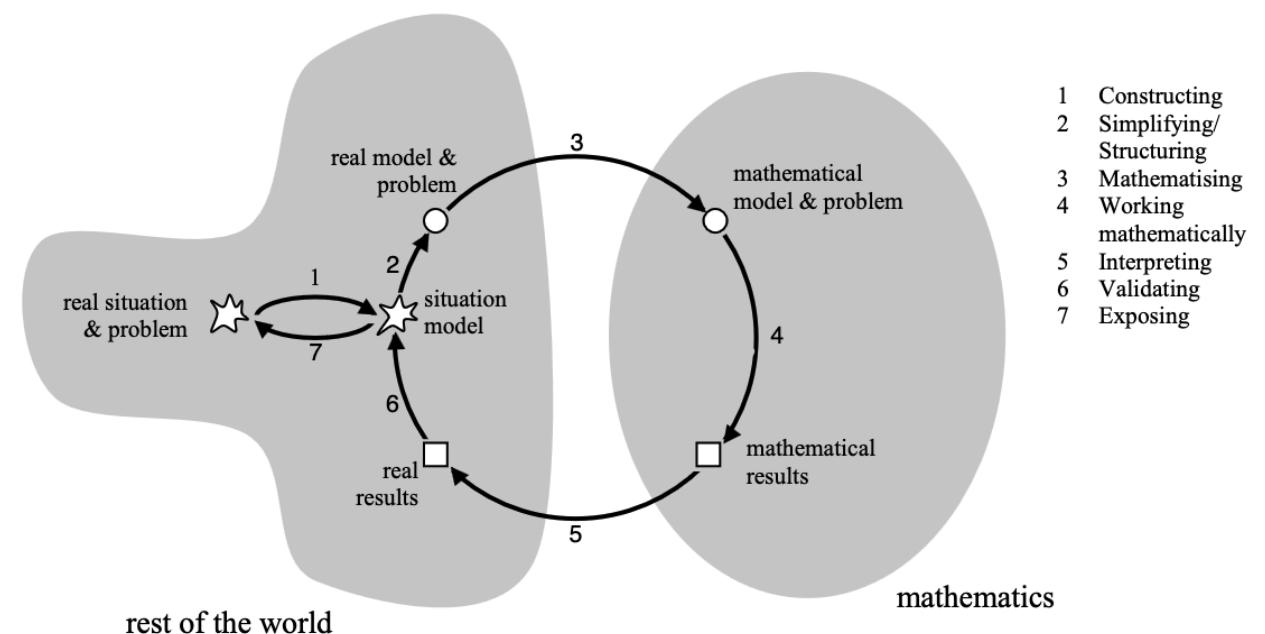
- 1) Quelles observations faisons-nous sur ce processus de dévolution ?
- 2) Quels en sont les avantages et les inconvénients ?

Approche théorique

Modélisation dans le PER

Cycle de modélisation de Blum (2007)

Mathématisation horizontale & verticale



2 Modélisation dans le PER

← MSN 35 - Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

MSN 35 — Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques...

MSN 25

- A ...en mobilisant des représentations graphiques (codes, schémas, tableaux, graphiques,...)
- B ...en associant aux grandeurs observables des paramètres
- C ...en triant, organisant et interprétant des données
- D ...en communiquant ses résultats et en présentant des modélisations
- E ...en traitant des situations aléatoires à l'aide de notions de probabilités
- F ...en dégageant une problématique et/ou en formulant des hypothèses
- G ...en recourant à des modèles existants
- H ...en mobilisant, selon la situation, la mesure et/ou des outils mathématiques (fonctions, statistiques, algèbre,...)

MSN 34

MSN 35

Objectifs liés : [MSN 31](#) – [MSN 32](#) – [MSN 33](#) – [MSN 34](#) – [MSN 36](#) – [MSN 37](#) – [MSN 38](#)

Progression des apprentissages			Attentes fondamentales	Indications pédagogiques
9 ^e année	10 ^e année	11 ^e année		
			Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...	Ressources, Indices, obstacles. Notes personnelles

Cet objectif n'est pas travaillé pour lui-même. Il s'active dans les autres axes seulement.

PER : Glossaire **MODÉLISER**

recouvre l'idée d'associer à une situation complexe un modèle qui la rend intelligible en la réduisant à ses éléments essentiels.

< MSN 35 - Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

PER : Commentaires spéciaux

Les outils communs au domaine sont, avant tout, **la posture scientifique** qui implique, face à une situation donnée :

- de s'interroger
- d'en analyser les caractéristiques pour en tirer les éléments essentiels
- de problématiser les questions
- d'émettre des hypothèses,
- de prendre des informations pertinentes,
- de tirer des conclusions
- de soumettre celles-ci à l'épreuve des données initiales.

< MSN 35 - Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

PER : Commentaires spéciaux

En Mathématiques, à la différence des Sciences de la nature, **on se focalise** plutôt sur le **traitement du problème**. Ce traitement a lieu **après la modélisation**, souvent liée au contexte, et s'organise :

- en essais-erreurs, ajustements,
- généralisation,
- formulation d'une conjecture
- validation de celle-ci par une démonstration mathématique.

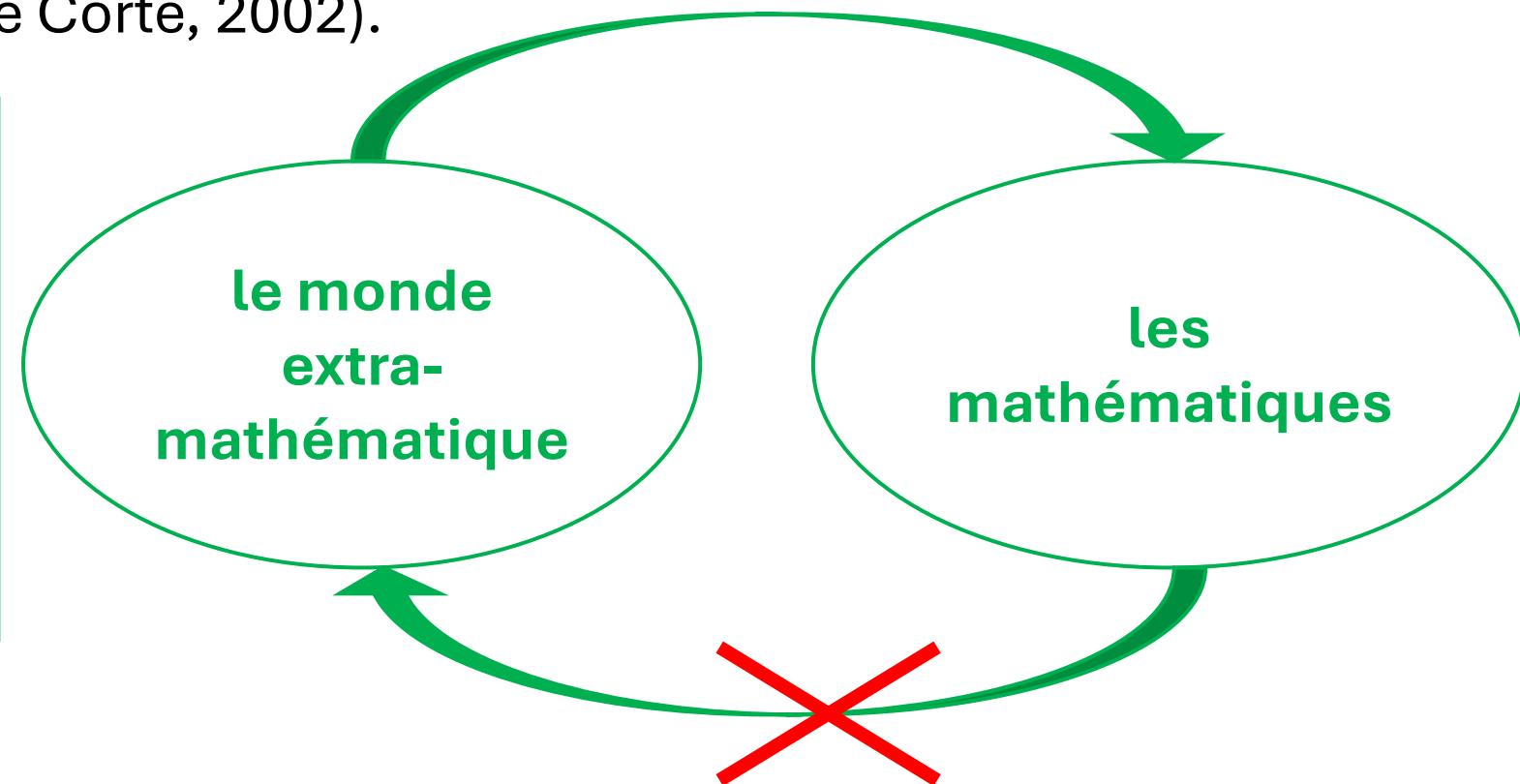
La modélisation

processus cyclique dans lequel **les problèmes de la vie réelle** sont exprimés **en langage mathématique**, résolus dans un **système symbolique**, et les solutions testées à nouveau **dans le système de la vie réelle** (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2002).

PER : Glossaire

MODÉLISER

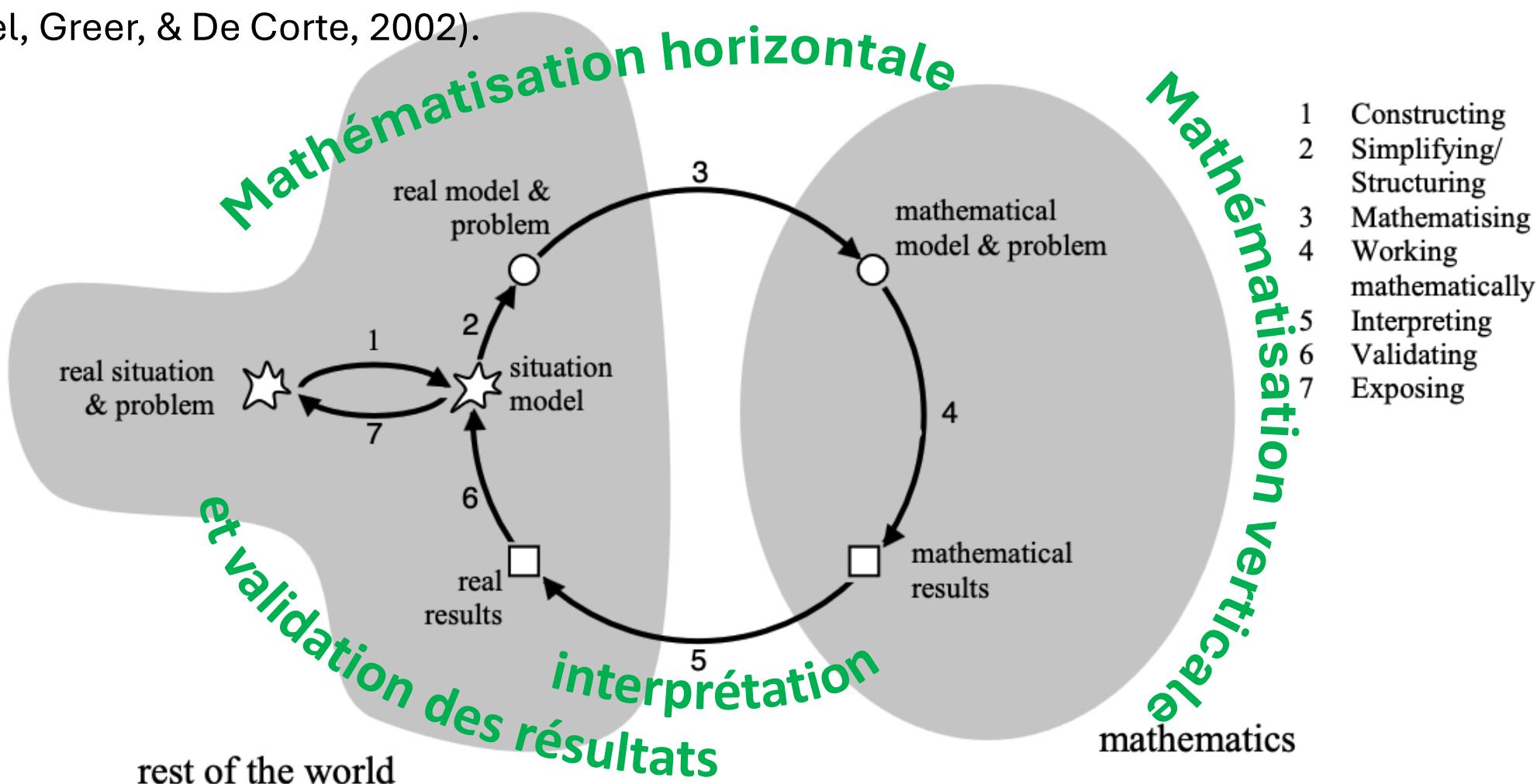
recouvre l'idée d'associer à une situation complexe un modèle qui la rend intelligible en la réduisant à ses éléments essentiels.



2 Cycle de modélisation

La modélisation

processus cyclique dans lequel **les problèmes de la vie réelle** sont exprimés **en langage mathématique**, résolus dans un **système symbolique**, et les solutions testées à nouveau **dans le système de la vie réelle** (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2002).

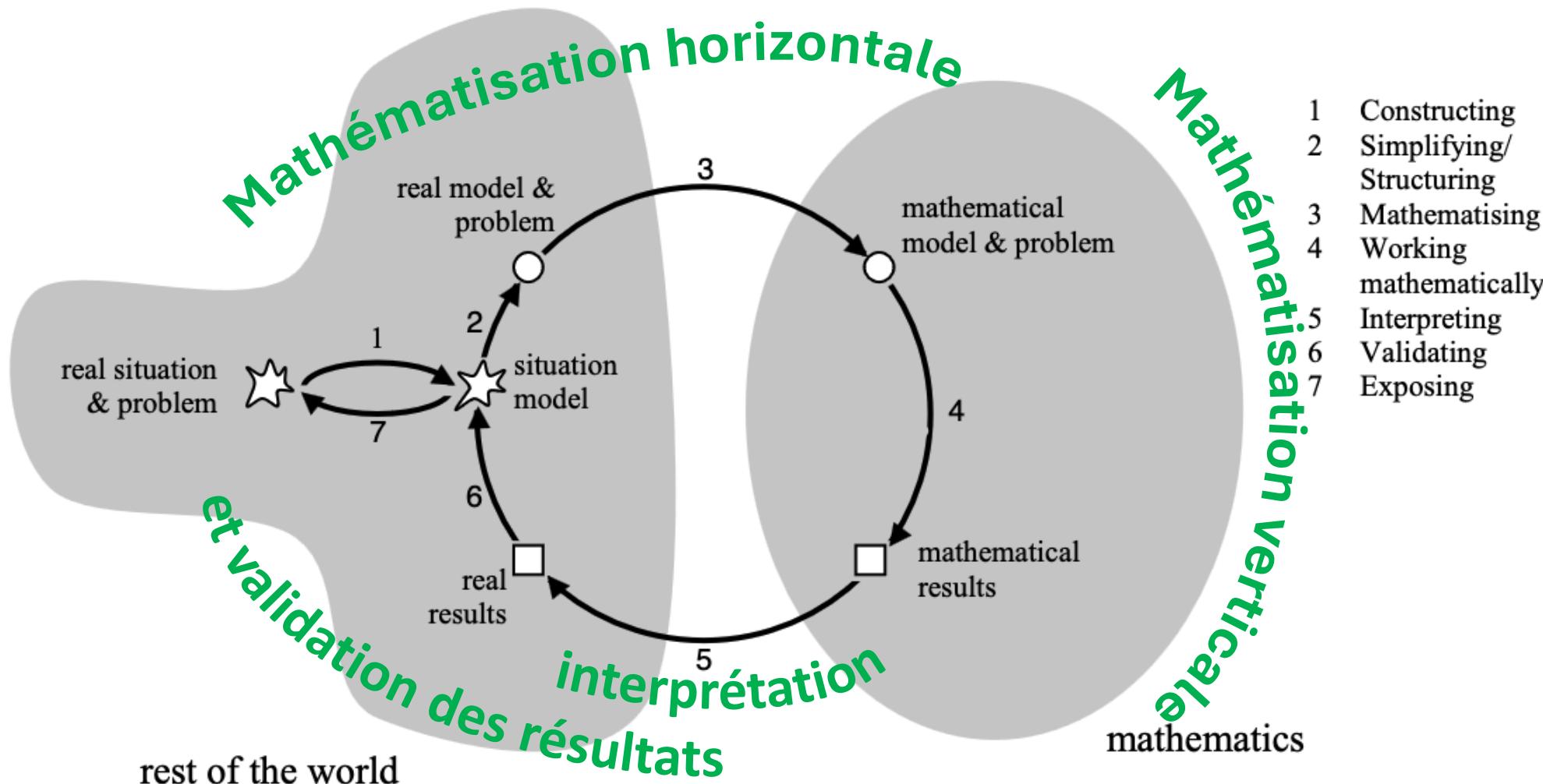


Cycle de modélisation (Blum & Leiss, 2007)

2 La compétence de modélisation

La compétence de modélisation

la capacité de construire et d'utiliser ou d'appliquer des modèles mathématiques en suivant les étapes appropriées, ainsi que d'analyser ou de comparer des modèles donnés. (Blum et al. 2007)



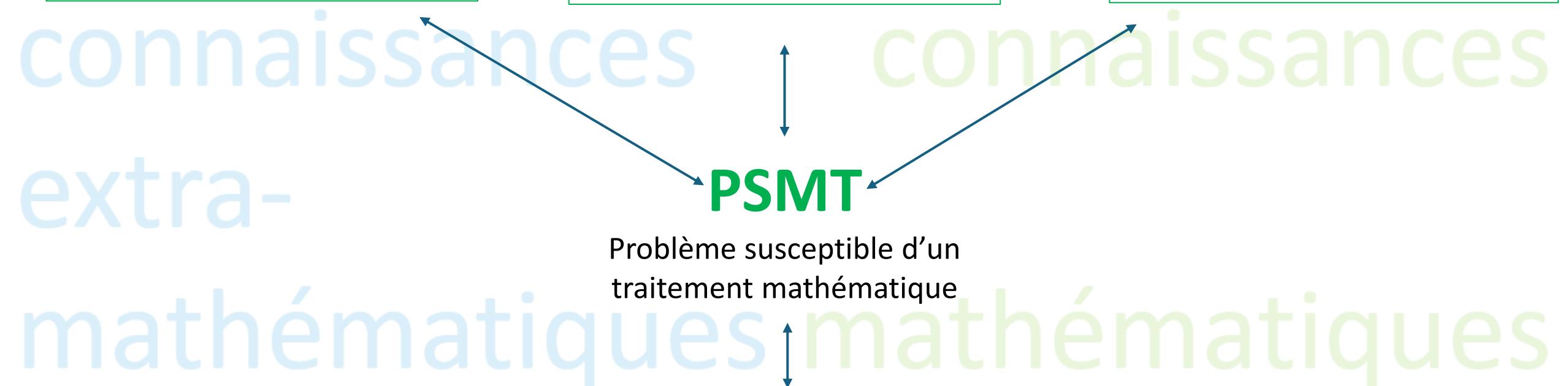
Cycle de modélisation (Blum & Leiss, 2007)

la mathématisation horizontale

Le choix des
fragments de réalité

Le choix des aspects
pertinents

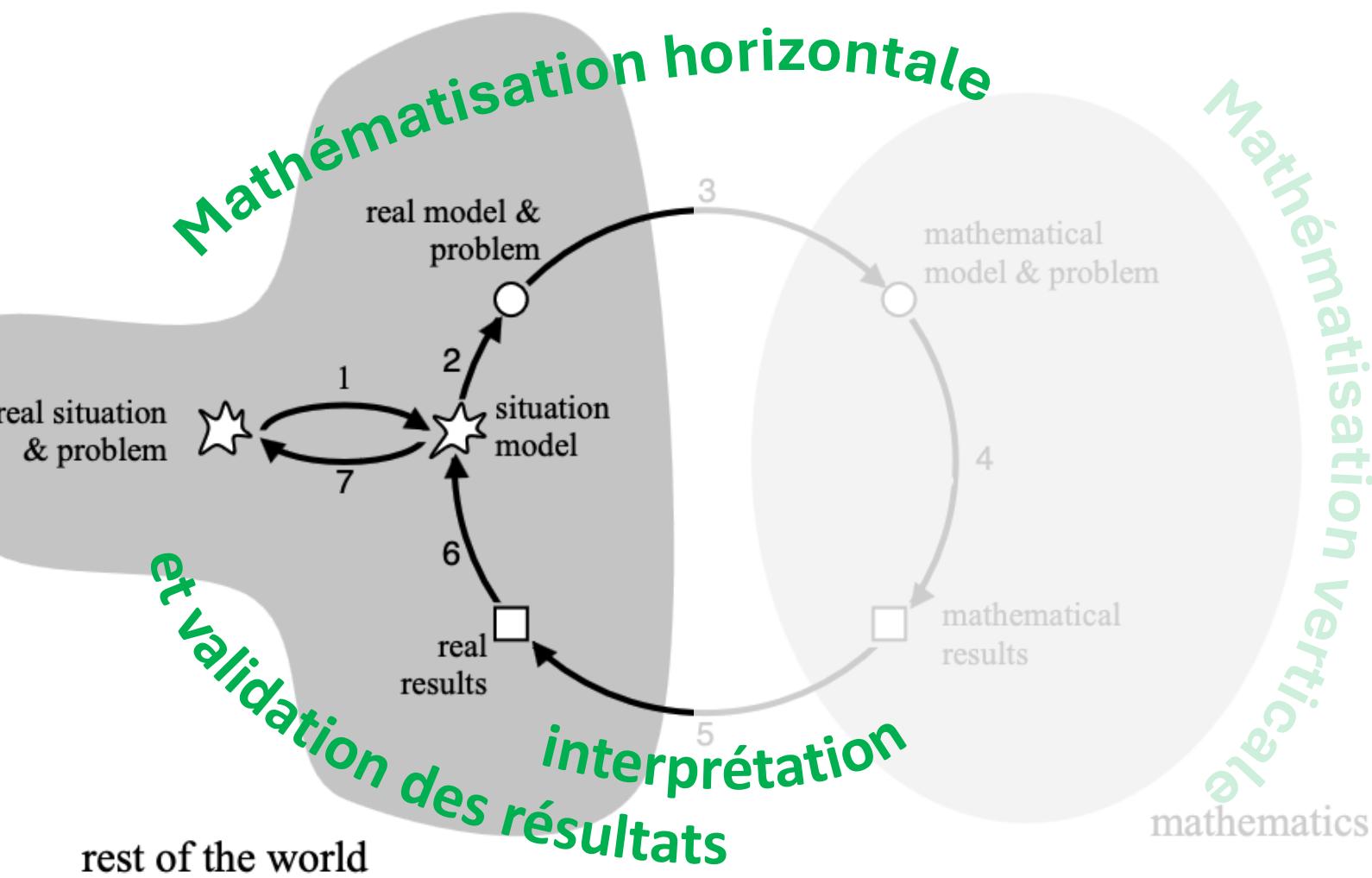
Les liens entre les
aspects retenus



la mathématisation verticale

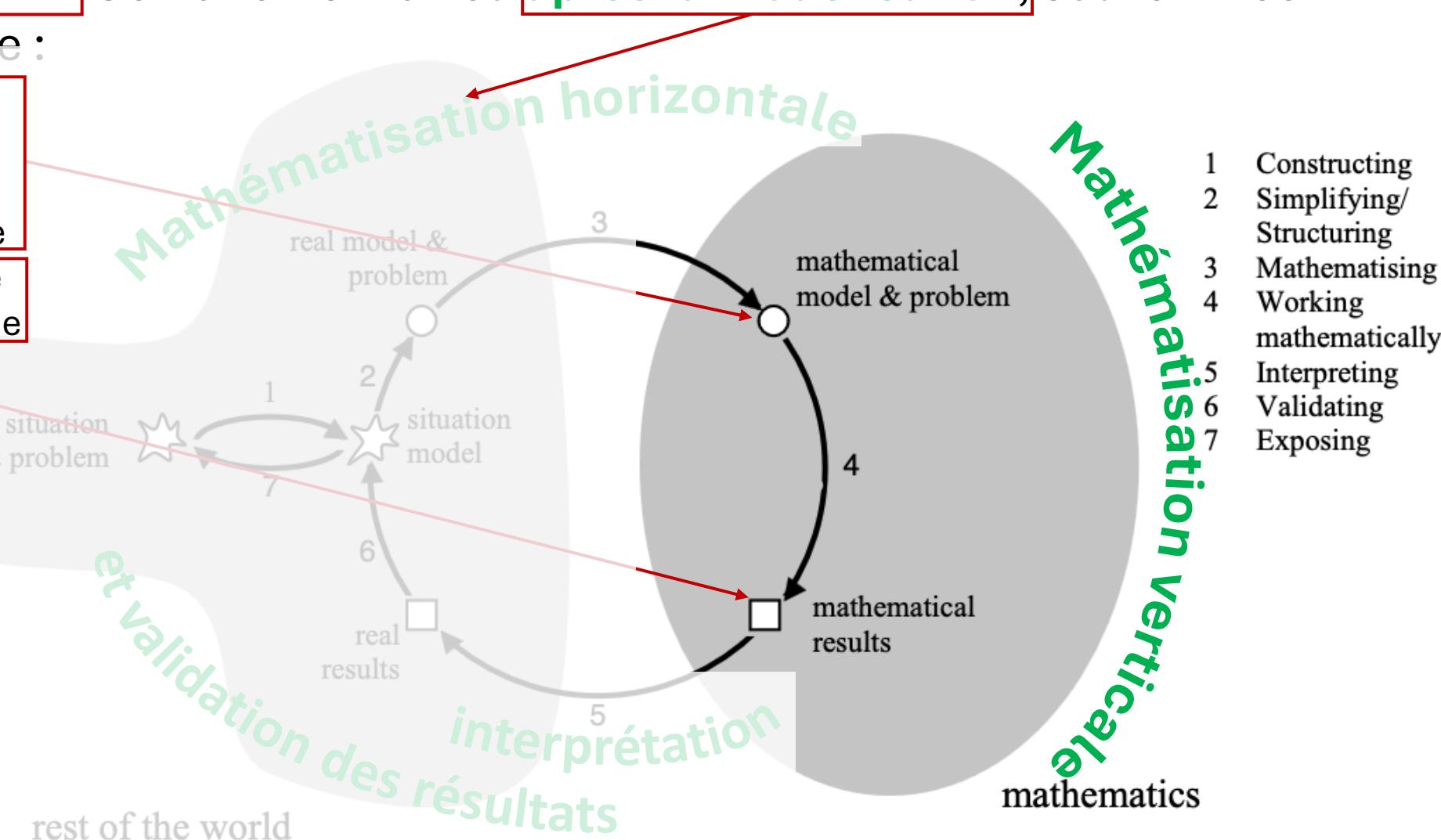
Les outils communs au domaine sont, avant tout, **la posture scientifique** qui implique, face à une situation donnée :

- de s'interroger
- d'en analyser les caractéristiques pour en tirer les éléments essentiels
- de problématiser les questions
- d'émettre des hypothèses,
- de prendre des informations pertinentes,
- de tirer des conclusions
- de soumettre celles-ci à l'épreuve des données initiales.



En Mathématiques, à la différence des Sciences de la nature, **on se focalise** plutôt sur le **traitement du problème**. Ce traitement a lieu **après la modélisation**, souvent liée au contexte, et s'organise :

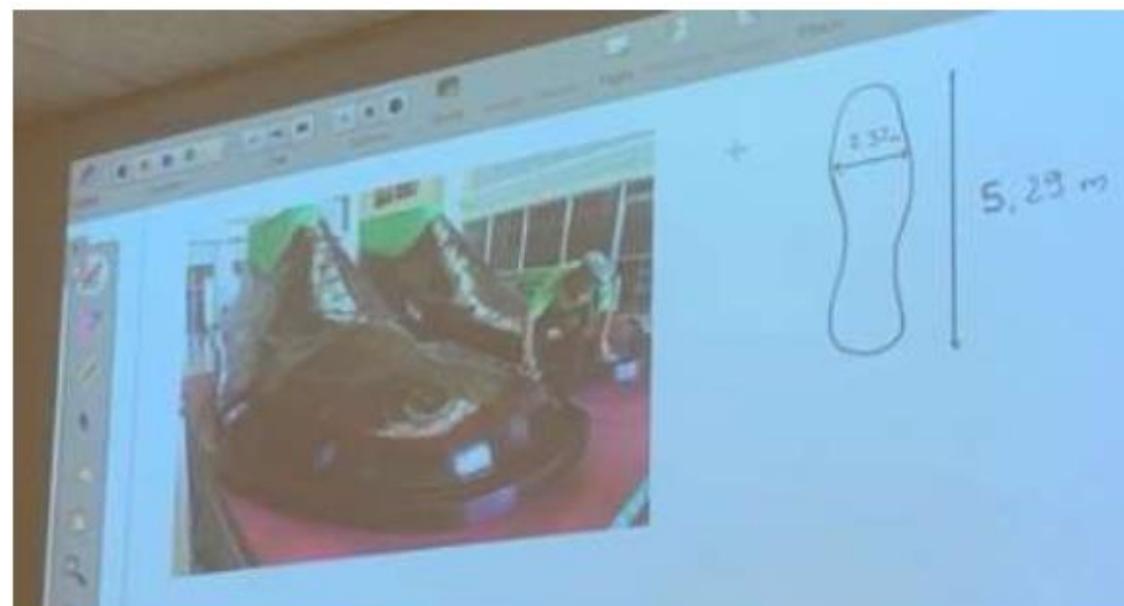
- en essais-erreurs,
ajustements,
- généralisation,
- formulation d'une conjecture
- validation de celle-ci par une démonstration mathématique



3

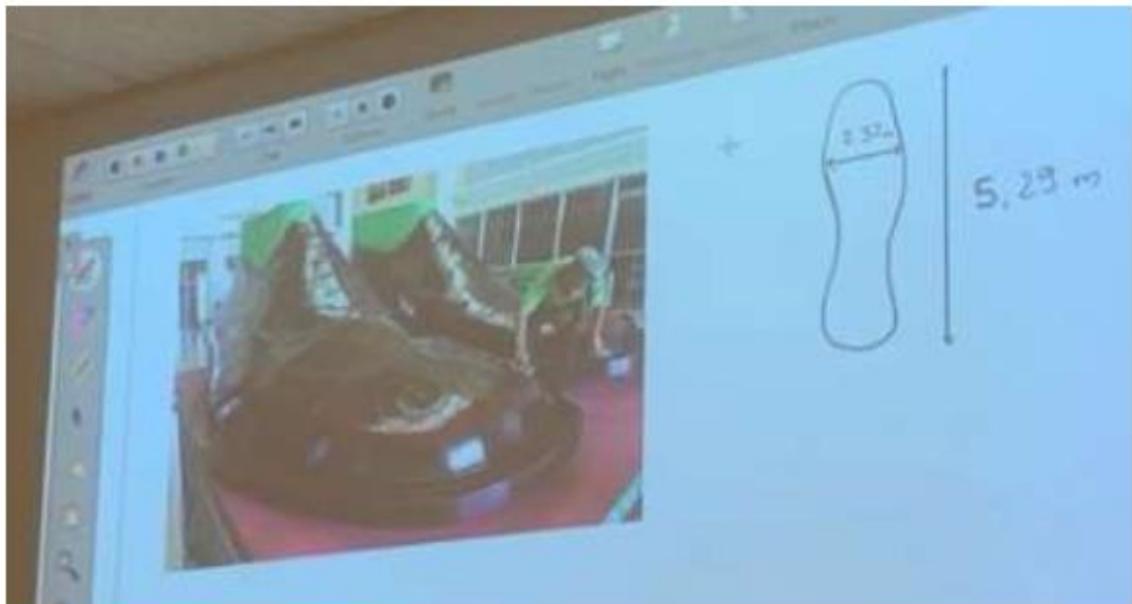
Analyse 11CT

Problème « Chaussure du Géant »





Problème « Chaussure du Géant »



Tom :

C'est qui est important quand on fait des maths c'est savoir se poser les bonnes questions, je vais rien vous donner...Est-ce que quelqu'un peut me décrire l'image ? Elia ?

Elia :

des chaussures un peu déformées

Tom :

des chaussures un peu déformées, ok. Qu'est-ce que vous voyez dans cette image ? comment vous comprenez cette image ?

Élèves :

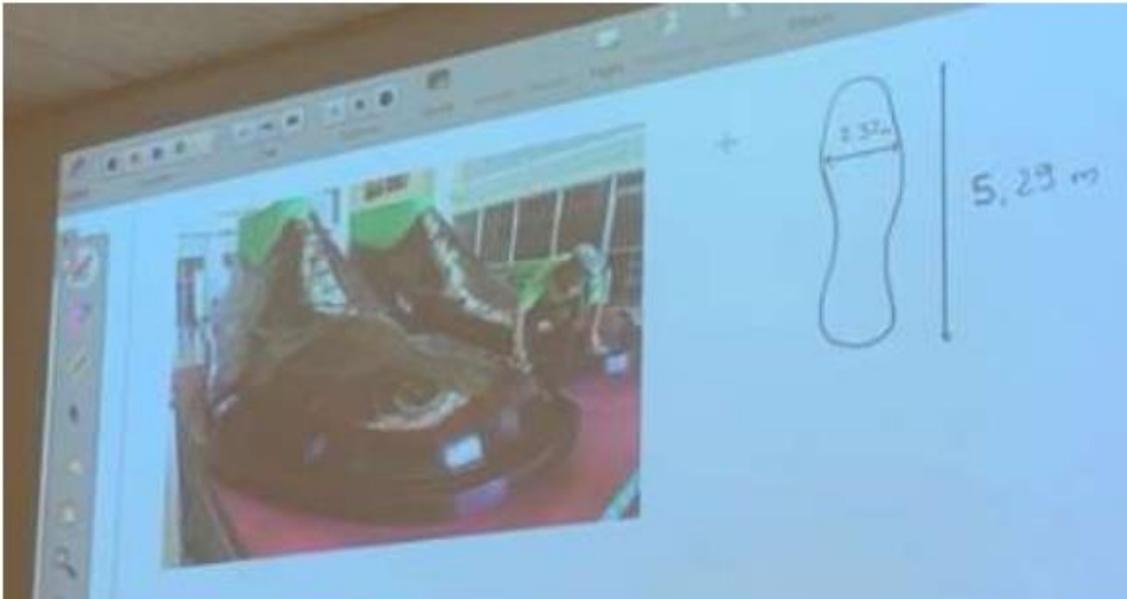
c'est des chaussures grandes, des trucs de géant

*Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus. Les difficultés commencent lorsqu'il s'agit de savoir **quels problèmes il doit se poser, qui les pose, et comment.** (Brousseau, 1998, p. 115)*

- Vision des mathématiques (répétée à plusieurs reprises)
- **Début de la mathématisation horizontale :** situation réelle (photo chaussures dans un musée)
- La question n'est pas encore formellement posée : *problem posing*



Problème « Chaussure du Géant »



Tom :

Mettez-vous dans la peau de quelqu'un, imaginez-vous que vous êtes un archéologue et un jour vous trouvez des empreintes de ces chaussures dans la forêt. Quelles questions vous vous posez ?

Grâce à l'« histoire de l'archéologue », Tom permet aux élèves de « se plonger » dans une **expérience mentale dynamique de la situation.**

Problème « Chaussure du Géant »

Élève : **qui les a fait ?**

Tom : qui les a fait. *Tom écrit au tableau la question*

Élève : **qui va les porter ?**

Tom : qui va les porter

Julia : **quelle taille il fait ?**

Tom : quelle taille il fait, c'est chouette

Élève : je m'en fous de la taille

Tom : pourquoi on s'en foutrait de la taille ? par curiosité tu ne demanderais pas quelle taille fait cette personne ?

Élève : c'est pas la peine

Tom : ah c'est marrant parce que moi j'aurais dit : imagine un jour tu te balades et tu te trouves une empreinte de pied d'humain dans le sol qui fait 5,29 m

Élève : moi je déménage

Élève : quel **poids** fait-il ?



Élève : **la taille des pieds**

Tom : c'est quelle ? il y a un terme

Élève : **pointure**

Tom : pointure. Quelle est la pointure de ces chaussures ? *il écrit la question au tableau ?*

Processus de construction des questions :
photo chaussures dans un musée → géant →
caractéristiques du géant (taille, pointure,
masse,...).

3 Analyse 11CT

Problème « Chaussure du Géant »

Élève : **qui les a fait ?**

Tom : qui les a fait. *Tom écrit au tableau la question*

Élève : **qui va les porter ?**

Tom : qui va les porter

Julia : **quelle taille il fait ?**

Tom : quelle taille il fait, c'est chouette

Élève : je m'en fous de la taille

Tom : pourquoi on s'en foutrait de la taille ? par curiosité tu ne demanderais pas quelle taille fait cette personne ?

Élève : c'est pas la peine

Tom : ah c'est marrant parce que moi j'aurais dit : imagine un jour tu te balades et tu te trouves une empreinte de pied d'humain dans le sol qui fait 5,29 m

Élève : moi je déménage

Élève : quel **poids** fait-il ?



Élève : **la taille des pieds**

Tom : c'est quelle ? il y a un terme

Élève : **pointure**

Tom : pointure. Quelle est la pointure de ces chaussures ? *il écrit la question au tableau ?*

Le choix fait par Tom de faire formuler aux élèves les questions relatives à cette situation de vie réelle donne lieu à une variété de **représentations mentales de la situation chez les élèves** (taille, pointure, masse, « peur »,...).

Aspects retenus : taille et pointure

Problème « Chaussure du Géant »

« Est-ce que vous pensez qu'on peut trouver une **réponse exacte** ? »

Tom : Est-ce que vous pensez qu'on peut trouver une **réponse exacte** ?

Élèves : **non**

Tom : pour quelle raison ? quel argument vous pouvez me donner en disant « on ne pourra jamais savoir sa taille ». Qu'est-ce que t'en penses, Teo ?

Teo : il fait plus que 2 mètres

Tom : alors tu penses qu'il fait plus que deux mètres, pourquoi ?

Teo : parce que la hauteur des chaussures étant deux mètres

Tom : parce que la hauteur des chaussures étant deux mètres forcément il dépasse du haut des chaussures, bien ok. Quoi d'autres ? Elia l'a dit tout à l'heure, Louis l'a dit, Guillaume l'a dit, qui chausse du 40, levez la main. 40, personne, 41, 42, 43 (4 élèves ont levé la main), regardez autour de vous, donc vous avez la même taille des pieds. Est-ce que vous faites la même taille ?

Élèves : non

Elève : **environ mais pas la même taille**

Une fois la/les questions choisies, l'idée est d'amener les élèves à la construction progressive d'un **problème susceptible d'un traitement mathématique**

Problème « Chaussure du Géant »

Concept de « proportionnalité »
qui émerge des élèves

Tom : est-ce que vous avez entendu ce que Joy a dit ?

Élèves : oui

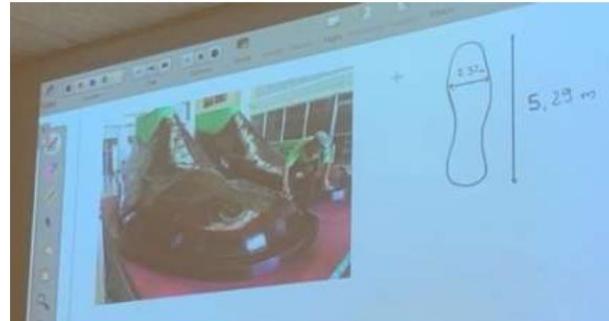
Tom : est-ce quelqu'un peut le répéter ? c'est une histoire de ...

Élèves : proportion

Tom : plus fort

Élève : proportion

Problème « Chaussure du Géant »



Histoire de l'archéologue



Représentations mentales de la situation chez des élèves (taille, pointure, masse, « peur », « qui les a faites »...)



Interventions de l'enseignant pour sélectionner **les éléments pertinents à retenir** (pointure, taille) et **leurs relations** → construction du *problème susceptible d'un traitement mathématique*



Les élèves évoquent le concept de « proportionnalité » : **début de la mathématisation verticale**

Problème « Chaussure du Géant »

Début du travail de groupe : différentes stratégies émergent, fondées sur le choix de fragments de réalité variés et sur les relations entre les aspects sélectionnés. Certains groupes se focalisent sur la relation entre leurs pointures et la longueur de leurs pieds, tandis que d'autres examinent la relation entre leurs tailles et la longueur de leurs pieds.



$$\begin{aligned} \underline{\text{Edonis}}: & \sim 30 \text{ cm} \times \boxed{6} = 180 \text{ cm} \\ \underline{\text{Géant}}: & \underline{5,29 \times 6} \simeq 31 \text{ m} \\ \underline{\text{Pointure}}: & 43 \rightarrow 29 \text{ cm} \\ & \quad \cdot 0,67 \\ & 789,5 \rightarrow 529 \text{ cm} \end{aligned}$$

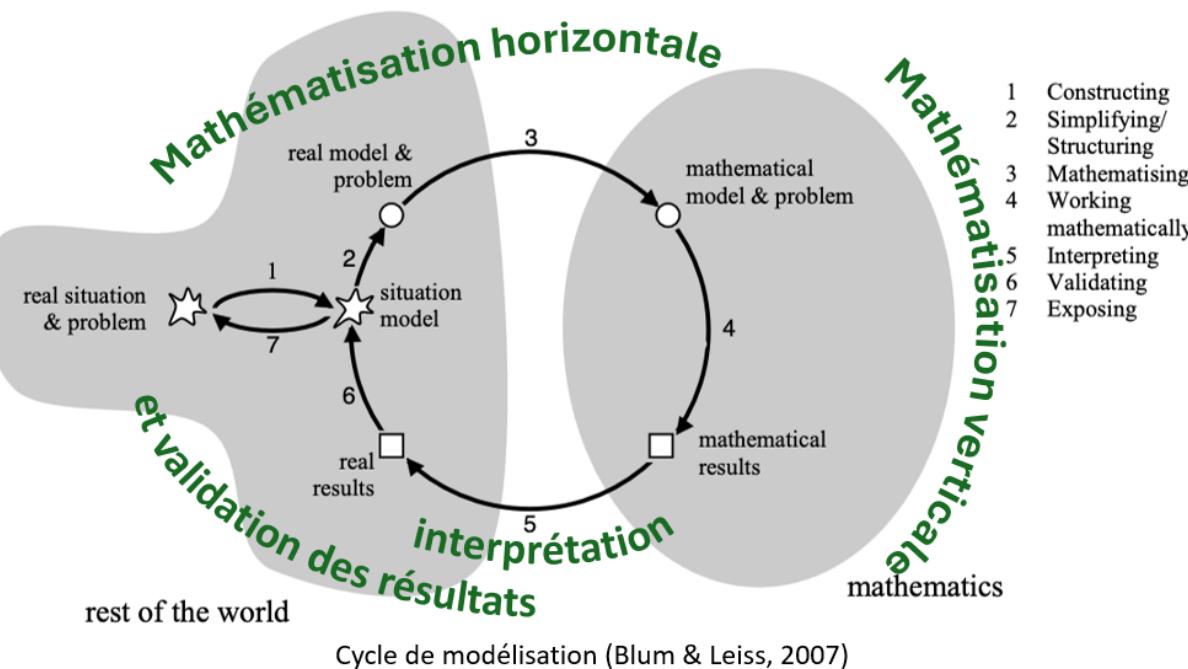
4

Conclusion et Perspectives

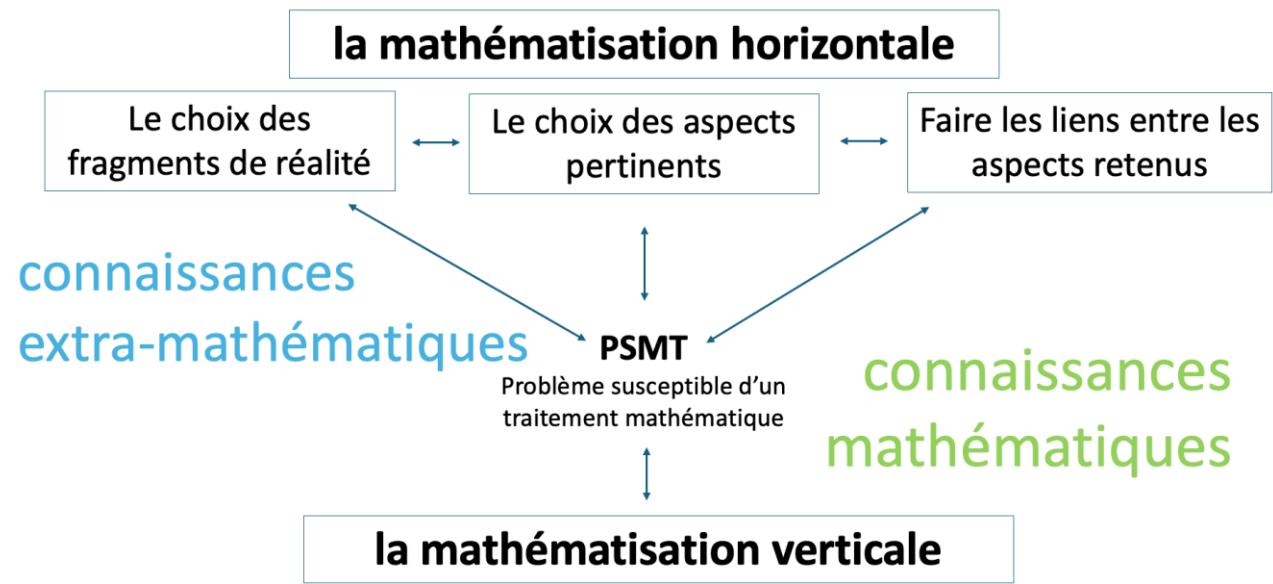
D'un point de vue de la recherche...

Quelles retombées sur la formation...

Cycle de modélisation



Caractéristiques de la MH



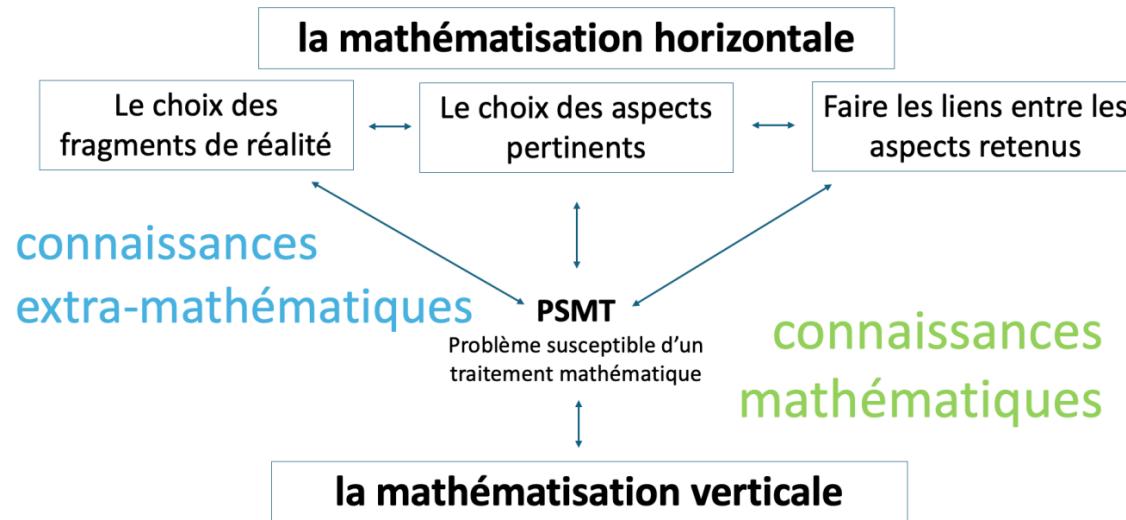
Yvain-Prébiski (2021)

- les invariants dans les processus de modélisation qui n'est pas linéaire
- outil d'analyse a posteriori pour la recherche

- les éléments nécessaires de la
- outil pour compléter l'analyse a priori des problèmes de modélisation
- outil pour anticiper les scénarios pour la mise en œuvre
- outil pour prévoir les régulations

Comment outiller les enseignant.es en formation (initiale/continue) afin d'implémenter ce genre de situation en classe ?

Analyse *a priori*

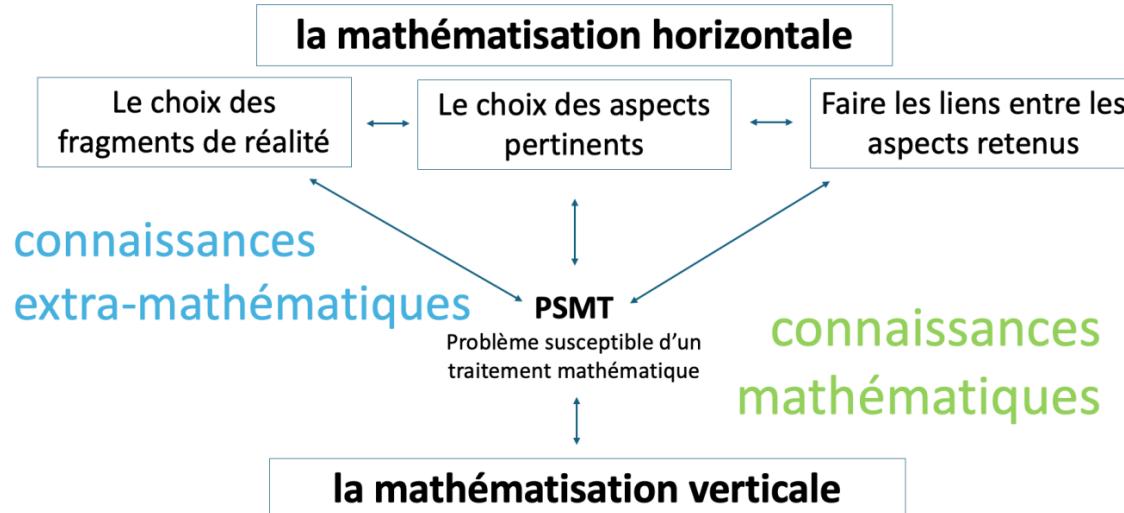


Quoi ?

Connaître et anticiper ces différents éléments caractérisant le processus de modélisation et leurs liens.

Comment outiller les enseignant.es en formation (initiale/continue) afin d'implémenter ce genre de situation en classe ?

Anticipation du scénario



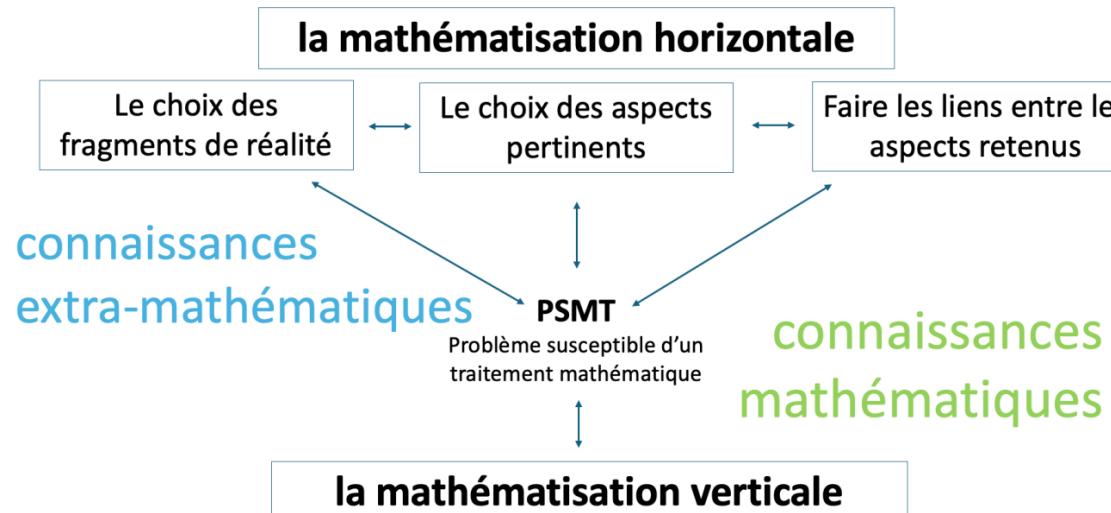
Comment ?

Anticiper un scénario de la mise en œuvre de la situation afin de prévoir **comment** permettre aux élèves de « naviguer » entre ces différents éléments sans faire à leur place (« comment aider ni trop, ni trop peu »).

“According to Stender et al. (2017), the teacher’s interventions must be planned in a way that support the students’ progress on the problem, by gradually transferring responsibility to them without directing them to the solution” (Aroreira et al., 2024, p.164)

Comment outiller les enseignant.es en formation (initiale/continue) afin d'implémenter ce genre de situation en classe ?

Institutionnalisation



Quel(s) institutionnalisation(s)?
Objet et/ou outil

Aroeira, A. J., Carreira, S., & da Ponte, J. P. (2024). Teacher Strategic Interventions to Support Students in Constructing the Model of the Situation in a Modelling Task. In H.-S. Siller, V. Geiger, & G. Kaiser (Éds.), Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times (p. 161-171). Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-53322-8_12

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73–96). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt ? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? In *Mathematical Modelling* (pp. 222–231). Elsevier. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>

Verschaffel, L., Greer, B., de Corte, E. (2002). Everyday Knowledge and Mathematical Modeling of School Word Problems. In: Gravemeijer, K., Lehrer, R., Van Oers, B., Verschaffel, L. (eds) Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education. Mathematics Education Library, vol 30. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-017-3194-2_16

Yvain-Prébiski, S. (2021). Didactical Adaptation of Professional Practice of Modelling: A Case Study. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical Modelling Education in East and West* (pp. 305–315). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_26