

# **LA RECONNAISSANCE DE FIGURES GEOMETRIQUES PLANES (CERCLE, CARRE, RECTANGLE ET TRIANGLE) CHEZ LES ENFANTS DE 5 ANS**

Laetitia PINET

Laboratoire « Psychologie et NeuroCognition », CNRS UMR 5105, UPMF, France

Edouard GENTAZ

Laboratoire « Psychologie et NeuroCognition », CNRS UMR 5105, UPMF, France

## **Introduction**

L’acquisition de connaissances géométriques élémentaires est essentielle à l’Homme pour comprendre et transformer son environnement spatial. Cette recherche évalue, chez les jeunes enfants scolarisés en grande section de maternelle, la reconnaissance visuelle de quatre figures géométriques planes ( cercle, carré, rectangle et triangle). Ces figures géométriques peuvent être considérées comme quatre catégories (Neisser, 1987) comprenant une infinité d’exemplaires qui partagent des propriétés géométriques. La principale question est alors d’examiner comment les jeunes enfants arrivent à traiter de la même façon des exemplaires d’une catégorie et donc à dépasser leurs spécificités au profit de leur généralité. Cette activité de catégorisation permettra ainsi à l’enfant d’organiser ses connaissances géométriques et de les généraliser à de nouveaux exemplaires.

Les évaluations françaises (2003) auprès d’élèves de CE2 montrent que les taux d’échec pour reconnaître un carré et un rectangle à partir de leurs sommets sont respectivement de 20 % et 30 %. Les difficultés des enfants semblent provenir des figures proposées durant les tests, de la faible différence entre les deux dimensions du rectangle à identifier et de l’influence de certains exemplaires de figures (les prototypes, cf. plus loin pour la définition) des catégories. Au collège, Noirlalise (1991) étudie la construction de figures géométriques à partir d’une consigne orale auprès de quinze élèves de 6<sup>ème</sup>. Il observe aussi que certains exemplaires de figures sont « cognitivement plus prégnants » que d’autres. Malheureusement, toutes les catégories de figures ne sont pas évaluées et les caractéristiques définissant une « figure prégnante » ne sont pas précisées par l’auteur mais elles semblent très proches de celles des prototypes. Selon des évaluations américaines effectuées au collège, les enfants présentent de sérieuses difficultés à acquérir certains concepts géométriques élémentaires. Par exemple, Kouba et al. (1988) montrent que les performances des élèves de 5<sup>ème</sup> pour identifier des notions géométriques simples, comme des lignes parallèles ou le diamètre d’un cercle, sont acceptables, mais deviennent problématiques avec des notions moins courantes comme les lignes perpendiculaires ou le

radius d'un cercle. Relativement, la situation n'est guère meilleure au lycée. Parmi les élèves inscrits en enseignement mathématique, seulement 63 % identifient correctement les triangles présentés au milieu de distracteurs (Usiskin, 1987).

Plus récemment, Clements et al. (1999) étudient la façon dont les enfants de 3 à 6 ans différencient les exemplaires d'une catégorie de figure parmi d'autres figures. Pour se faire, 97 enfants sont évalués au cours d'un entretien individuel dans lequel on demande à chaque enfant de marquer chaque figure cible. L'ensemble des tests est présenté en annexe 1. Les auteurs mesurent le nombre de figures cibles correctement reconnues parmi les distracteurs pour 3 groupes d'âge (4, 5 et 6 ans). Quatre figures sont testées : cercle (figure 1a), carré (figure 1b), rectangle (figure 1c) et triangle (figure 1d). Les résultats révèlent une augmentation des performances avec l'âge, pondérée par les figures. Ainsi, le cercle est très bien reconnu à tous les âges : 92 % à 4 ans, 96 % à 5 ans et 99 % à 6 ans. Le carré est reconnu à 82 % à 4 ans, à 86 % à 5 ans et à 91 % à 6 ans. Le rectangle est reconnu à 51 % à 4 ans, à 51 % à 5 ans et 59 % à 6 ans. Enfin, le triangle est reconnu à 57 % à 4 ans, à 58 % à 5 ans et 61 % à 6 ans. Il est cependant difficile de comparer les connaissances des enfants d'une figure à l'autre sans un contrôle plus rigoureux des figures cibles et distractrices proposées. En effet, le nombre de figures cibles et le nombre de figures total ne sont pas les mêmes pour les quatre tests. De plus, le choix des figures (la taille et l'orientation) n'est pas contrôlé. Dans l'ensemble, cette recherche présente des résultats intéressants mais qui méritent d'être confirmés avec une méthodologie plus rigoureuse (de la construction des tests aux traitements statistiques des données). La présente étude essaie de répondre à ces objections.

Le but général de cette expérience est d'étudier les propriétés géométriques et/ou spatiales des exemplaires des figures qui pourraient influencer leur reconnaissance par les jeunes enfants. S'il existe plusieurs propriétés qui peuvent jouer un rôle (e.g. le centre de masse ; Baud-Bovy et Soechting, 2001, Baud-Bovy et Gentaz, 2004), deux semblent candidates pour jouer un rôle crucial : (a) le nombre d'axes de symétrie disponibles dans les exemplaires et leurs orientations par rapport au sujet aligné la plupart du temps sur la gravité et (b) le rapport entre les différentes longueurs des côtés et l'orientation spatiale du plus grand côté pour les polygones.

(a) La présence d'un axe de symétrie vertical pourrait certainement jouer un rôle important et favoriser cette reconnaissance. En effet, Fisher, Ferdinandsen et Bornstein (1981) montrent que la symétrie verticale joue un rôle d'organisation dans la perception visuelle des formes dès l'âge de 4 mois. À cet âge, les bébés regardent plus longtemps une figure avec un axe de symétrie vertical qu'une figure asymétrique ou avec un axe de symétrie horizontal. Cet effet facilitateur de la symétrie verticale sur la reconnaissance des figures est aussi observé chez les enfants (Bornstein et Stiles-Davis, 1984) et des adultes (Royer, 1981; cf. Rock, 1983). Notre première hypothèse est que la reconnaissance des figures géométriques élémentaires par les enfants est déterminée en partie par leur nombre d'axes de symétrie. En d'autres termes, plus une catégorie de figure contiendra d'axes de symétrie, plus elle sera facile à reconnaître. Ainsi, comme le cercle est une figure contenant une infinité d'axes de symétrie, elle devrait être la figure la plus facilement reconnaissable. Ensuite, le carré avec quatre axes de symétrie devrait être mieux reconnu que le rectangle qui a seulement deux axes de symétrie. Enfin, la reconnaissance du triangle devrait dépendre du type de triangle considéré : l'équilatéral contient trois axes de symétrie, l'isocèle deux et le « quelconque » aucun. Notre seconde hypothèse est que la reconnaissance des figures serait aussi déterminée par l'orientation des axes de symétrie par rapport au corps du sujet, aligné la plupart du temps sur la gravité.

(b) Excepté pour le cercle, l'examen des manuels scolaires et des erreurs commises par les jeunes enfants suggèrent que les exemplaires prégnants reconnus correctement par les enfants présentent des rapports spécifiques entre les longueurs des côtés. Très souvent, la longueur d'un rectangle est une fois et demi plus grande (environ) que sa largeur et, en ce qui concerne le triangle, on retrouve soit des triangles équilatéraux, soit des triangles isocèles avec une base une fois et demie plus courte que les deux autres côtés isométriques. De plus, les figures sont représentées avec le plus grand côté aligné à l'horizontale et servant de base à la figure. Ces dernières caractéristiques spatiales permettent de définir un degré de typicalité de chaque exemplaire d'une figure. Cette définition est très proche de celle proposée par Rosch et *al.* dans le domaine des catégories et des concepts d'objets (Rosch, 1973, 1975; Rosch et Mervis, 1975). Selon ces auteurs, chaque catégorie inclurait des exemplaires très représentatifs (c'est-à-dire possédant beaucoup d'attributs caractéristiques de la catégorie) et des exemplaires moins représentatifs. Le triangle équilatéral peut, par exemple, être considéré comme très représentatif de la catégorie triangle, le triangle quelconque comme très peu représentatif. Pour retenir une catégorie, il suffirait de conserver en mémoire un représentant type (le prototype), possédant de nombreux attributs caractéristiques de la catégorie. Notre système cognitif s'organiserait donc autour d'un « noyau de sens » ou « *core meaning* », représenté par des éléments prototypiques. Le prototype est décrit classiquement comme le point de référence. Il correspond à l'exemplaire le plus représentatif de la catégorie, partageant un maximum de propriétés avec les autres membres de la catégorie et un minimum avec ceux des catégories contrastées (Rosch et Mervis, 1975). En dehors du prototype, les autres membres de la catégorie peuvent être hiérarchisés sur un gradient de typicalité, en fonction du nombre d'attributs caractéristiques qu'ils possèdent. Dans cette perspective, le « prototype » de chaque figure est défini par le nombre et de l'orientation des axes de symétrie et, des rapports de longueurs entre les côtés et de l'orientation du plus grand côté. Le carré posé sur sa base serait l'exemplaire prototypique de la figure « carré ». Le rectangle, avec les longueurs une fois et demie plus longues que les largeurs et un grand côté parallèle au plan vertical du sujet serait l'exemplaire prototypique de la figure « rectangle ». Le triangle équilatéral posé sur un côté serait le prototype du « triangle ». Ainsi, notre troisième hypothèse est que la reconnaissance des exemplaires prototypiques de chaque figure est nettement meilleure que celle des autres exemplaires de la même figure.

L'objectif de cette expérience est de savoir si la reconnaissance des figures géométriques des enfants de grande section de maternelle est déterminée à la fois par leur nombre d'axes de symétrie, leurs orientations spatiales d'une part et, par le rapport entre leurs côtés et leurs orientations d'autre part. Ces quatre caractéristiques géométriques et spatiales déterminent le degré de typicalité de l'exemplaire considéré. Deux hypothèses principales peuvent être formulées : (i) les performances en reconnaissance seront fonction du nombre d'axes de symétrie des figures : plus une figure contient d'axes de symétrie, plus sa reconnaissance sera facilitée. Ainsi, le cercle, contenant une infinité d'axes de symétrie, sera le mieux reconnu, puis viendra le carré (quatre axes de symétrie), ensuite le rectangle (deux axes de symétrie) et enfin le triangle (de trois à zéro en fonction du type de triangle considéré) et (ii) les performances en reconnaissance seront meilleures pour l'exemplaire prototypique d'une figure que pour tous les autres exemplaires de cette même figure. Pour tester ces hypothèses, nous avons proposé à 44 enfants scolarisés en grande section de maternelle, quatre tests de reconnaissance de figures cibles (cercle, carré, rectangle et triangle) parmi un ensemble de figures distractrices.

## Méthode

### Participants

Quarante-quatre enfants monolingues français ont participé à l'étude (20 garçons et 24 filles). Ces enfants sont scolarisés dans deux classes de la ville de Grenoble en grande section de maternelle (âge moyen 5 ans 6 mois, âge réel 5 ans à 6 ans, écart type 3 mois). Les élèves sont issus de classe socio-économique moyenne.

### Matériel

Les figures géométriques étudiées ont été choisies par rapport au contenu du programme des cycles 1 et 2 de l'Education nationale (2002)<sup>1</sup>. Aussi nous avons évalué les connaissances concernant le cercle, le carré, le rectangle et le triangle. Quatre tests sont ainsi construits, un pour chaque figure. Une feuille-test contient 20 figures géométriques planes, représentées par leur contour (trait de 0,8 mm d'épaisseur) sur une feuille de papier (A4 en format paysage). Pour chaque exemplaire de figure, nous avons contrôlé la taille (de 8,5 cm de côté pour les plus grands à 1,5 cm de côté pour les plus petits), l'orientation et les rapports entre les côtés. Chaque feuille-test compte 6 figures cibles (i.e., 6 exemplaires de la figure étudiée) et 14 figures distractrices (i.e., 14 exemplaires de figures non étudiées). L'ensemble des 14 figures distractrices d'un test est composé de trois types de figures géométriques, proches perceptivement des propriétés de la figure étudiée. Par exemple, le test du *carré* contient 6 exemplaires de carrés et 14 autres exemplaires de figures, dont des rectangles, des parallélogrammes et des trapèzes, l'ensemble variant en taille et en orientation (Annexe 2). Les figures cibles sont numérotées (de 1 à 6) afin de déterminer si certaines sont mieux reconnues que d'autres.

Au delà des précautions prises dans la construction du matériel, à savoir dans le choix des figures cibles et distractrices, nous avons évalué le degré de similarité perceptive entre chaque figure cible et chaque figure distractrice pour les quatre tests. Pour se faire, nous avons présenté sur une page une cible avec un distracteur, soit au total 42 associations pour le cercle, 84 pour le carré, 84 pour le rectangle et 84 pour le triangle. L'ensemble de ces associations est réparti aléatoirement en quatre sous-ensembles. Chaque sous-ensemble est évalué par 8 adultes ordinaires sans consigne de vitesse : les sujets doivent estimer sur une échelle de 1 (très peu ressemblant) à 10 (très ressemblant) la similarité perceptive entre les deux figures. La consigne spécifie de ne juger que sur l'apparence visuelle des figures. L'ensemble des réponses pour chaque figure est présenté dans l'annexe 3. Les résultats montrent que la médiane se situe à 5 pour le cercle, à 6 pour le carré, à 5 pour le rectangle et à 4 pour le triangle. Ceci signifie que la similarité perceptive entre les figures cibles et les figures distractrices varie légèrement d'une figure à l'autre. Elle est équitablement répartie pour le cercle et le rectangle, alors qu'elle est plus importante pour le carré (i.e.,

---

<sup>1</sup> Les attentes formulées dans les programmes de l'Education nationale (2002) mentionnent comme objectif d'amener progressivement les élèves à dépasser le stade de la simple reconnaissance perceptive des objets : « dans la plupart des problèmes de géométrie, les élèves appréhendent d'abord des propriétés de façon perceptive, puis sont amenés à utiliser des instruments pour vérifier les hypothèses émises ». Plus spécifiquement, parmi les compétences visées à la fin du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), les enfants doivent être capables (1) de reconnaître un triangle, un carré, un rectangle, un cercle parmi d'autres figures planes et (2) d'utiliser le vocabulaire approprié (carré, rectangle, triangle, cercle, côté et angle droit).

que les figures distractrices sont estimées comme étant plus proches perceptivement des figures cibles). En revanche, pour le triangle, les figures distractrices sont jugées comme légèrement moins ressemblantes des figures cibles. Nous examinerons dans la discussion, si ces différences peuvent expliquées les résultats obtenus par les enfants.

### Procédure expérimentale

Les tests sont administrés par les enseignantes de façon individuelle pour éviter que les enfants ne se communiquent les réponses. L'ordre de passation des quatre tests est aléatoire afin de palier à un éventuel effet d'ordre entre les tests. L'enseignante demande à l'enfant de marquer d'une croix toutes les figures cibles qu'il voit sur sa feuille-test. Aucune consigne de vitesse et aucun *feedback* sont donnés à l'enfant.

### Résultats

#### Analyse générale

##### *Nombre de figures cibles reconnues*

Les nombres moyens et les écart-types des quatre figures cibles correctement reconnues sont présentés dans la figure 1. Une analyse de la variance (ANOVA avec la « figure » comme facteur intra-sujet à quatre modalités, cercle, carré, rectangle et triangle d'où l'application d'une correction de Geisser-Greenhouse) sur le nombre de figures cibles reconnues révèle un effet significatif de la figure [ $F(3,129) = 34.52, p < .05$ ]. Le nombre moyen de figures cibles reconnues est significativement différent pour au moins une des quatre figures étudiées. À ce stade de l'analyse et bien que l'hypothèse alternative soit retenue, il est nécessaire de réaliser des contrastes pour décomposer l'effet d'ensemble de notre facteur « figure » afin d'éventuellement établir une hiérarchie entre les moyennes comme le spécifie notre hypothèse initiale. Nous avons réalisé des contrastes orthogonaux. Il en ressort que le contraste linéaire est significatif (test de linéarité :  $F(1,43) = 204.12, p < .001$ ) alors que le résidu ne l'est pas ( $F(2,86) = 2.38, p > .05$ ) : l'ordre de difficulté de reconnaissance des quatre figures géométriques planes des élèves de GS est conforme à notre hypothèse de départ ; à savoir que le cercle est la figure la plus facile à reconnaître, puis vient le carré, ensuite le rectangle et pour finir le triangle.

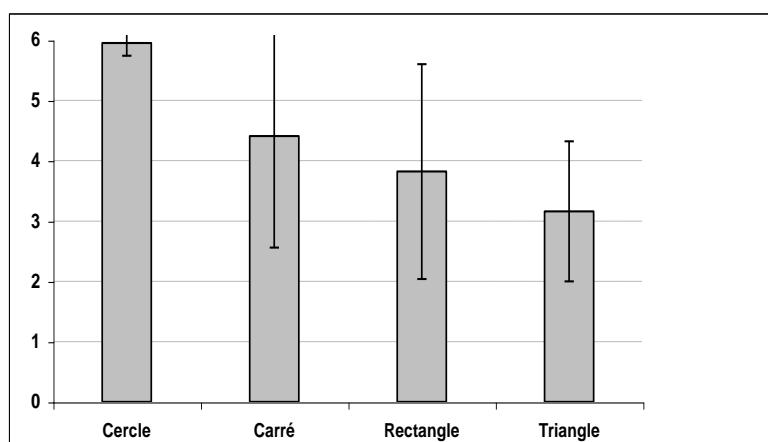


Figure 1 : nombre moyen (et écart-type) d'exemplaires cibles reconnus pour chaque figure (max. 6).

### *Nombre de fausses reconnaissances*

Une ANOVA avec le facteur « figure » (facteur intra-sujet à quatre modalités, cercle, carré, rectangle et triangle) sur le nombre de fausses reconnaissances révèle un effet significatif de la figure [ $F(3,129) = 23.09$ ,  $p < .001$ ]. Le nombre moyen d'erreurs diffère pour au moins une des quatre figures. La figure 2 montre que les enfants commettent très peu d'erreurs pour le cercle et davantage pour le carré, le rectangle ou le triangle (qui ne diffèrent pas statistiquement).

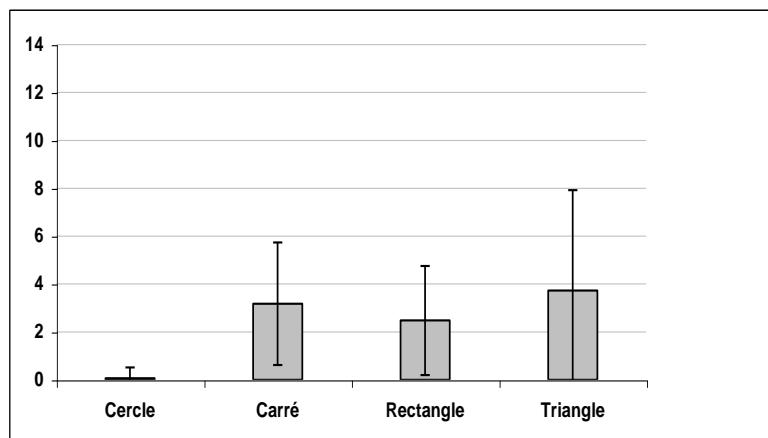


Figure 2 : nombre moyen (écart-type) de fausses reconnaissances pour chaque figure (max. 14).

### *Analyse descriptive détaillée*

Nous avons également effectué une analyse descriptive des performances obtenues pour chaque figure afin de compléter les résultats issus de l'analyse générale.

#### *Le cercle*

Le cercle est la figure géométrique la mieux reconnue par les élèves de grande section de maternelle avec un taux de reconnaissance de 99,24 % (soit 0,76 % d'omissions) et un taux d'erreur de 0,5 %. Toutefois, deux élèves parmi 44 au total ont omis un cercle parmi les 6 figures cibles (dont un petit cercle de 1,5 cm de diamètre et un cercle de taille moyenne de 2,5 cm de diamètre) et un troisième élève a cru à tort et à trois reprises, reconnaître un cercle parmi les distracteurs (i.e., 2 ellipses et 1 caillou). Rappelons que le cercle est une figure particulière puisqu'il n'existe pas de prototype (ou alors, tous les cercles sont des prototypes).

#### *Le carré*

Le carré est une figure géométrique relativement bien identifiée par les élèves avec un taux de reconnaissance de 73,48 % (ce qui représente 194 carrés cochés parmi les 264 carrés représentés au total). Plus précisément, 88,64 % des carrés n° 1 (prototypes) sont reconnus (soit 39 carrés prototypiques reconnus sur les 44 carrés prototypiques au total) contre 70,45 % des carrés n° 2 à 6 (non prototypiques) (soit 155 carrés non prototypiques reconnus parmi 220 carrés non prototypiques au total). Concrètement, seulement 10 élèves sur 44 au total, n'ont fait aucune omission ni aucune erreur et ont donc uniquement coché les 6 carrés.

Parmi les 26,52 % de carrés omis (soit 70 carrés oubliés sur les 264 carrés au total), on retrouve 11,36 % de carrés omis prototypiques (soit 5 carrés prototypiques omis sur 44 carrés prototypiques au total) contre 29,55 % de carrés omis non prototypiques (soit 65 carrés non prototypiques omis sur 220 carrés non prototypiques au total). Ainsi, 20 élèves n'ont pas omis de carrés, néanmoins dix d'entre eux ont en plus sélectionné, à tort, une ou plusieurs figures distractrices. Ces résultats confirment que les carrés prototypiques sont mieux reconnus que les carrés non prototypiques.

Autre résultat, 22,72 % des élèves de grande section de maternelle commettent des erreurs en pensant reconnaître à tort un carré (soit 140 fausses reconnaissances sur 616 figures distractrices proposées au total). La répartition des erreurs est la suivante : 45,71 % des quadrilatères sont considérés à tort comme des carrés (soit 64 quadrilatères cochés parmi les 132 quadrilatères proposés au total), 38,57 % des parallélogrammes sont considérés à tort comme des carrés (soit 54 parallélogrammes cochés parmi les 264 parallélogrammes au total) et 15,72 % des rectangles sont considérés à tort comme des carrés (soit 22 rectangles sélectionnés sur 220 rectangles au total). En résumé, ce sont avec les parallélogrammes et plus encore avec les quadrilatères que les carrés sont confondus (très peu avec les rectangles).

### *Le rectangle*

Le rectangle est une figure géométrique relativement bien identifiée par les élèves de GS avec un taux de reconnaissance de 63,64 % (soit 168 rectangles sélectionnés parmi les 264 rectangles proposés au total). Plus précisément, 72,73 % des rectangles n° 1 (prototypes) sont reconnus (soit 32 rectangles prototypiques reconnus sur les 44 rectangles prototypiques au total) contre 61,81 % de rectangles n° 2 à 6 reconnus (non prototypiques) (soit 136 rectangles non prototypiques sur 220 rectangles non prototypiques au total). Concrètement, seulement 5 élèves sur 44 au total, n'ont fait aucune omission ni aucune erreur et ont donc uniquement sélectionné les 6 rectangles.

Parmi les 36,36 % de rectangles omis (soit 96 rectangles omis sur les 264 rectangles au total), 27,27 % sont des rectangles prototypiques (soit 12 rectangles prototypiques omis sur 44 rectangles prototypiques au total) contre 38,19 % de rectangles non prototypiques (soit 84 rectangles non prototypiques omis sur 220 rectangles non prototypiques au total). Concrètement, 10 élèves n'ont pas omis de rectangles, néanmoins 5 d'entre eux ont en plus sélectionné à tort, une ou plusieurs figures distractrices. Ces données confirment que les rectangles prototypiques sont mieux reconnus que les rectangles non prototypiques.

Autre constat, 17,72 % des élèves de grande section de maternelle commettent des erreurs en pensant reconnaître à tort un rectangle (soit 109 fausses reconnaissances sur 616 figures distractrices au total). Parmi ces erreurs, 29,55 % des quadrilatères sont considérés à tort comme des rectangles (soit 52 quadrilatères cochés parmi les 176 quadrilatères proposés au total), 18,51 % des parallélogrammes sont considérés à tort comme des rectangles (soit 57 parallélogrammes cochés parmi les 308 parallélogrammes au total) mais aucun triangle n'est considéré à tort comme un rectangle (soit 0 triangle sélectionné sur 132 triangles au total). En résumé, ce sont avec les parallélogrammes et plus encore avec les quadrilatères que les rectangles sont confondus (et jamais avec les triangles).

### *Le triangle*

Le triangle est la figure la moins bien reconnue des élèves de GS avec un taux de reconnaissance de 52,65 % seulement (ce qui représente 139 triangles cochés parmi les 264 triangles proposés au total). Plus précisément, tous les triangles n° 1 (prototypes) (100 %) sont reconnus contre seulement 43,18 % de triangles n° 2 à 6 reconnus (non

prototypiques) (soit 136 triangles non prototypiques sur 220 triangles non prototypiques au total).

Parmi les 47,35 % de triangles oubliés (soit 125 triangles omis sur les 264 triangles au total), on ne retrouve aucune omission (0 %) concernant les triangles prototypiques (soit 0 triangles prototypiques omis sur 44 triangles prototypiques au total) contre 56,81 % de triangles omis non prototypiques (soit 125 triangles non prototypiques omis sur 220 triangles non prototypiques au total). Autrement dit, seulement quatre élèves n'ont pas omis de triangles, mais tous ont en plus sélectionné à tort une ou plusieurs figures distractrices. Là encore, les résultats indiquent que les triangles prototypiques sont bien mieux reconnus que leurs homologues non prototypiques.

En grande section de maternelle, 26,64 % des élèves commettent des erreurs, reconnaissant à tort un triangle (soit 164 fausses reconnaissances sur 616 figures distractrices proposées au total). Parmi les figures distractrices, 32,58 % des rectangles-triangles sont considérés à tort comme des triangles (soit 43 rectangles-triangles cochés parmi les 132 rectangles-triangles proposés au total), 28,90 % des triangles-arrondis sont considérés à tort comme des triangles (soit 89 triangles-arrondis cochés parmi les 308 triangles-arrondis au total) et 18,18 % des quadrilatères sont considérés aussi à tort comme des triangles (soit 32 quadrilatères cochés parmi les 176 quadrilatères au total). En définitive, ce sont d'abord avec les rectangles-triangles, puis avec les triangles-arrondis et enfin avec les quadrilatères que les triangles sont confondus.

### *Les prototypes*

Afin d'étudier globalement le rôle de la typicalité des exemplaires de chaque catégorie de figure sur leur reconnaissance, nous avons comparé la proportion moyenne de figures cibles prototypiques reconnues ( $M = 0,87$  ; i.e. chaque enfant reconnaît en moyenne 2,61 figures cibles prototypiques sur 3 au total) avec la proportion moyenne de figures cibles non typiques reconnues ( $M = 0,58$  ; i.e. chaque enfant reconnaît en moyenne 8,7 figures cibles non typiques sur 15 au total). Ces proportions tiennent compte seulement de trois figures (carré, rectangle et triangle) car le cercle n'a pas plusieurs types d'exemplaires. Un test T de Student de comparaison par paires pour échantillons appariés révèle que cette différence est significative [ $t(43) = 7,7$ ,  $p < .01$ ] : les performances en reconnaissance varient en fonction de la typicalité de l'exemplaire de la figure considérée et valide notre seconde hypothèse selon laquelle les exemplaires prototypiques seraient mieux reconnus que les autres.

## **Discussion**

Cette recherche vise à répondre à deux questions. La première question cherche à connaître les propriétés spatiales et géométriques des catégories de figures et des exemplaires qui pourraient influencer leur reconnaissance par les enfants. L'analyse des bonnes reconnaissances montre que la reconnaissance correcte des figures dépend en partie de leur nombre d'axes de symétrie avec une meilleure reconnaissance pour les cercles, puis pour les carrés, puis pour les rectangles et enfin pour les triangles. Ces résultats sont proches de ceux obtenus par Clements et al. (1999) avec des enfants âgés en moyenne de 5 ans (cf. Introduction). De plus, nos résultats montrent pour le carré, le rectangle et le triangle, que la reconnaissance de l'exemplaire prototypique est meilleure que celle des exemplaires non prototypiques. Ces données valident nos deux premières hypothèses mais aussi la définition du prototype qui intègre des caractéristiques spatiales et géométriques que nous

avons définis dans l'introduction. De façon complémentaire, l'analyse des fausses reconnaissances montre que des erreurs sont commises pour le carré, le rectangle et le triangle, indiquant que la catégorisation de ces trois figures géométriques n'est pas encore très spécifiée (i.e. ce qui est inclus dans une catégorie mais aussi ce qui en est exclu). Cette étude suggère que les enfants de grande section de maternelle commencent à être capables de se représenter les principales figures géométriques élémentaires mais avec des niveaux qui diffèrent selon la catégorie et l'exemplaire considéré. En d'autres termes, toutes les figures ainsi que tous les exemplaires d'une même figure ne sont pas reconnus de façon équivalente. L'ensemble de ces résultats ne peut pas s'expliquer par les différences de similarité perceptive entre les cibles et les distracteurs pour chaque test. En effet, les enfants rencontrent le plus de difficulté à reconnaître le triangle alors que c'est le test pour lequel les distracteurs sont estimés les plus différents perceptivement des triangles cibles. De même, les enfants rencontrent le moins de difficulté (après le cercle) à reconnaître le carré alors que c'est le test pour lequel les distracteurs sont estimés les plus proches perceptivement des carrés cibles. Discutons maintenant de ces résultats par rapport aux modèles du développement cognitif (cf. Clements et Battista, 1992).

Le modèle du développement proposé par van Hiele (van Hiele, 1959; van Hiele, 1986; van Hiele-Geldof, 1984) est le plus souvent utilisé dans ce domaine. Dans ce dernier, les auteurs proposent que la pensée géométrique des élèves évolue selon une progression en cinq stades successifs. Au cours du premier niveau (visualisation), les élèves perçoivent les objets géométriques en fonction de leur apparence physique. Ils raisonnent au moyen de considérations visuelles (prototypes visuels) sans utiliser explicitement les propriétés de ces objets. Par exemple, les élèves considèrent qu'un losange est un losange « parce qu'il est sur pointe » ou qu'une hauteur est une hauteur « parce qu'elle est verticale ». Le second niveau est celui de l'analyse. Les élèves sont capables d'associer les objets géométriques à leurs propriétés. Cependant, ils utilisent une suite de propriétés nécessaires pour l'identification et la description de ces objets. A ce niveau, les élèves considèrent qu'un carré est un carré parce qu'il possède 4 côtés de même longueur, 4 angles droits et que ses côtés opposés sont parallèles. Le troisième niveau est celui de l'abstraction. Les élèves sont capables d'ordonner les propriétés des objets géométriques, de construire des définitions abstraites, de distinguer les propriétés nécessaires des propriétés suffisantes pour la détermination d'un concept et de comprendre les déductions simples. Cependant, les démonstrations ne sont pas acquises. Pour exemple, les élèves considèrent qu'un carré est un carré parce que c'est un rectangle ayant 4 côtés de même longueur. L'avant dernier niveau est celui de la déduction. Les élèves sont capables de comprendre le rôle des différents éléments d'une structure déductive et d'élaborer des démonstrations originales ou du moins de les comprendre. Par exemple, les élèves sont capables de démontrer qu'un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange. Le cinquième et dernier niveau est celui de l'axiomatisation. Les élèves sont capables de travailler dans des systèmes axiomatiques différents et d'étudier des géométries variées en l'absence de modèles concrets. Ainsi, par exemple, ils sont capables de comprendre des géométries non euclidiennes.

Selon les auteurs, l'avancement d'un niveau à l'autre dépendrait du contenu et du mode d'instruction, et chaque niveau possèderait son propre vocabulaire et son propre système des relations. Des recherches récentes affinent le modèle de van Hiele en montrant par exemple l'existence d'un niveau « pré cognitif » avant le niveau 1 (visualisation). Par exemple, Clements et *al.* (1999) montrent que les jeunes enfants forment des schémas initiaux sur la base de l'analyse des caractéristiques des figures visuelles. Tandis que ces

schémas se développent, les enfants continuent à compter principalement sur l'assortiment visuel pour distinguer des figures. Ils sont, cependant, également capables d'identifier des composants et des propriétés simples des figures familiaires. Ainsi, les auteurs montrent l'existence d'un niveau pré cognitif (niveau 0) avant le niveau 1. Au niveau 0, les enfants percevraient des figures géométriques, mais peut-être en raison d'une insuffisance dans l'activité perceptive (Piaget et Inhelder, 1948), pourraient seulement s'occuper des caractéristiques visuelles d'une figure et ainsi ne pas identifier beaucoup de figures communes.

À la vue des résultats observés dans la présente expérience et à la lumière du modèle de van Hiele, les enfants de grande section de maternelle se situeraient au premier niveau de pensée géométrique (visualisation). Ils sont capables de reconnaître les prototypes visuels de chaque figure sans utiliser explicitement leurs propriétés. Ce niveau ne semble pas facile à dépasser car Shaughnessy et Burger (1985) ont montré que plus de 70 % des élèves entrant au lycée sont au niveau 1, et que seuls les étudiants qui parviendront à atteindre le niveau 2 auront une chance d'arriver ultérieurement à justifier leur raisonnement. En conclusion, il apparaît crucial de mettre de point des entraînements efficaces destinés à favoriser ces apprentissages dès le plus jeune âge.

## Remerciements

Nous remercions tout particulièrement, Blandine Guillemet et Sonia Rumillat, enseignantes de grande section à l'école Jean Jaurès de Grenoble pour leur motivation et implication dans cette étude, ainsi que la directrice, Catherine Gilloux. Nous remercions évidemment les élèves pour leur participation ainsi que leurs parents qui nous ont fait confiance. Merci aussi, à l'université Pierre Mendès France de Grenoble, au CNRS et aux Editions la Cigale pour leur soutien.

## Références bibliographiques

- BAUD-BOVY, G., SOECHTING, J.F. (2001). The visual localization of the center of mass of compact asymmetric two-dimensional shapes. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 27, 692-706.
- BAUD-BOVY, G., GENTAZ, E. (2004). The visual localisation of the center of triangles in young children and adults. *Current Psychology Letters* (Revue électronique).
- BORNSTEIN, M., STILES-DAVIS, J. (1984). Discrimination and memory for symmetry in young children. *Developmental Psychology*, 20, 637-649.
- BURGER, W.F., SHAUGHNESSY, J.M. (1986). Characterizing the van hiele levels of the development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 31-48.
- CLEMENTS, D.H., BATTISTA, M.T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D.A. Grouws (Eds.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*, pp. 420-464. NY : Macmillan.
- CLEMENTS, D.H., SWAMINATHAN, S., HANNIBAL, M.A.Z., SARAMA, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 192-212.

- FISHER, C., FERDINANSEN, K, BORNSTEIN, M. (1981). The role of symmetry in infant form discrimination. *Child Development*, 52, 457-462.
- KOUBA, V.L., BROWN, C.A., CARPENTER, T.P., LINQUIST, M.M., SILVER, E.A., SWAFFORD, J.O. (1998). Results of the fourth NAEP assessment of mathematics: Measurement, geometry, data interpretation, attitudes, and other topics. *Arithmetic Teacher*, 33, 10-16.
- MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE (2003). *Évaluations CE2 - 6ème - 5ème*. Repères Nationaux, septembre 2002. Direction de l'évaluation et de la prospective.
- MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE (2002). *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? Les nouveaux programmes*. Paris : CNDP, XO Editions.
- NEISSER, U. (1987). Introduction : The ecological and intellectual bases of categorization. In U. Neisser (Ed.), *Concepts and conceptual development: Ecological and intellectual factors in categorisation*. Cambridge : Cambridge University Press.
- NOIRFALISE, R. (1991). Figures prégnantes en géométrie ? *Repères-IREM*, Vol. 2, 51-58.
- PIAGET, J., INHELDER, B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris : PUF.
- RAZEL, M., EYLYON, B.S. (1991). Developing mathematics readiness in young children with the Angram Program. *Paper presented at the fifteenth conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Genova, Italie.
- ROCK, I. (1983). *The logic of perception*. Cambridge, MA : MIT Press.
- ROSCH, E. (1973). Natural categories. *Cognitive Psychology*, 4, 328-350.
- ROSCH, E. (1975). Cognitive representations of semantic categories. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 1, 305-322.
- ROSCH, E., MERVIS, C.B. (1975). Family resemblances: Studies in the internal structure of categories. *Cognitive Psychology*, 7, 573-605.
- ROYER, F. (1981). Detection of symmetry. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 7, 1186-1210.
- SHAUGHNESSY, J.M., BURGER, W.F. (1985). Spadework prior to deduction in geometry. *Mathematics Teacher*, 78, 419-428.
- USISKIN, Z. (1987). Resolving the continuing dilemmas in school geometry. In M.M. Lindquist, A.P. Shulte (Eds.), *Learning and Teaching geometry, K-12: 1987 Yearbook* (pp. 17-31). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.
- VAN HIELE, P.M. (1959). Development and learning process. *Acta Paedagogica Ultrajectina*, 17.
- VAN HIELE, P.M. (1986). *Structure and insight*. Orlando : Academic Press.
- VAN HIELE-GELDOF, D. (1984). The didactics of geometry in the lowest class of secondary school. In D. Fuys, D. Geddes, R. Tischler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele* (pp. 1-214). Brooklyn, NY: Brooklyn College, School of Education. (ERIC Document Reproduction Service No. 289 697).