

Atelier

« Différentes activités mathématiques avec Geogebra au secondaire »

Jana Trgalova, ESPE – Université Claude Bernard, Lyon

Objectif :

Cet atelier propose quelques (germes d') activités avec Geogebra pour travailler des notions mathématiques au secondaire. L'objectif de ces activités est double :

- découvrir quelques outils / fonctionnalités du logiciel autres que celles de la géométrie dynamique classique ;
- questionner les apports du logiciel dans l'activité, le rôle du déplacement, le niveau d'usage du logiciel en référence au modèle SAMR...

Consigne :

Par groupes de 2 ou 3, travaillez sur les activités proposées dans l'ordre de votre choix.

Dans certaines activités, les outils / fonctionnalités de Geogebra supposés être peu connus sont surlignés **en gras**. Ainsi, la **consigne en gras** renvoie à l'utilisation d'un tel outil / fonctionnalité dont le fonctionnement est décrit dans la suite de l'activité.

Après avoir réalisé l'activité, échangez au sein de votre groupe sur :

- l'apport du logiciel aux apprentissages visés ;
- la tâche qui pourrait être confiée à l'élève et le niveau d'usage correspondant en référence au modèle SAMR ;
- les consignes pour une activité qui exploite ces fonctionnalités, éventuellement à divers niveaux d'usages...

Activités proposées

Activité	Thème mathématique	Fonctionnalités Geogebra mobilisées
1	Fonction polynôme du second degré	Curseur Zone de saisie
2	Intégrale	Commandes de l'analyse (somme inf, somme sup, intégrale) Bouton de sélection Affichage du texte avec des variables
3	Triangle inscrit dans un cercle	Couleurs dynamiques
4	Fonctions logarithme	Articulation graphique - tableur
5	Problème d'optimisation	Travail dans deux fenêtres graphiques liées
6	Section plane d'un cube	Outils de géométrie 3D
7	Patrons de solides	Outils de géométrie 3D (patron...)

Activité 1 – Etude de la fonction polynôme de second degré


Il s'agit d'étudier la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ en fonction des valeurs des paramètres a , b et c . La notion de paramètre peut être matérialisée dans Geogebra par un curseur.

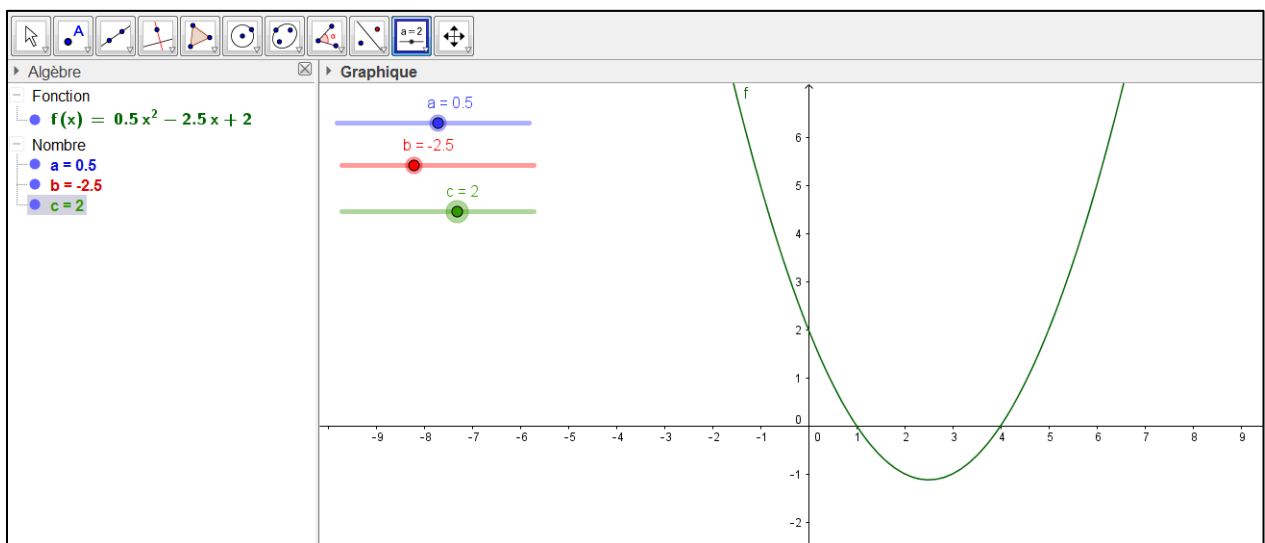
Travail à réaliser :

- Créer trois curseurs a , b et c .
- Créer la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- Modifier les valeurs des paramètres a , b et c et observer les changements de la courbe.
- Créer une activité (consigne, questions) qui exploite cette figure dynamique.

Outils Geogebra



- **Pour créer un curseur** : Cliquer sur l'icône , puis dans la fenêtre de dialogue définir le nom de la variable, la valeur minimale, la valeur maximale et le pas de variation.
- **Pour créer la fonction** : dans la zone de saisie, taper $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.






Activité 2 – Intégrale

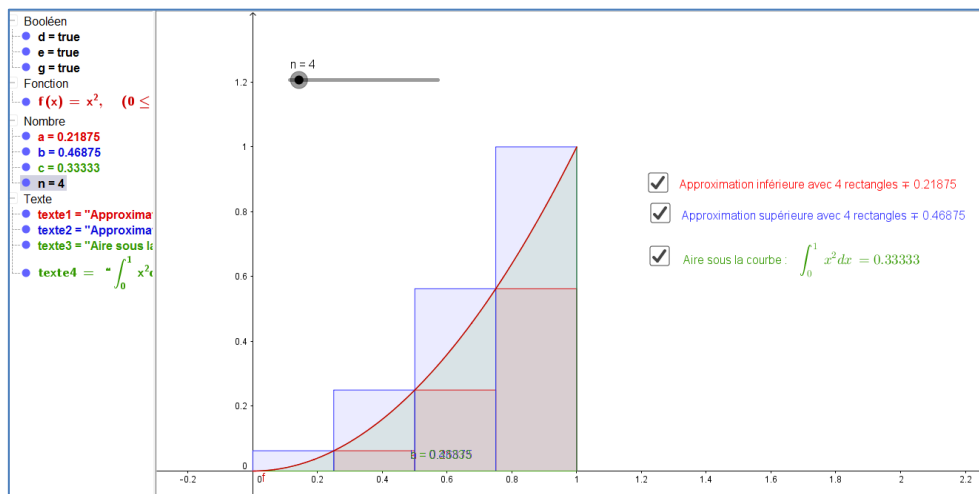
Il s'agit d'introduire l'intégrale par un encadrement de l'aire sous une courbe à l'aide d'un nombre variable de rectangles.

Travail à réaliser :

- Créer la représentation graphique de la fonction carré dans l'intervalle $[0 ; 1]$ (utiliser le zoom afin d'avoir une figure similaire à l'écran ci-dessous).
- Créer un curseur associé à un entier n donnant le nombre de rectangles à utiliser pour approximer l'aire sous la courbe.
- Créer l'approximation inférieure de l'aire sous la courbe avec n rectangles.
- Créer l'approximation supérieure de l'aire sous la courbe avec n rectangles.
- Créer l'aire sous la courbe.
- Créer un texte permettant d'afficher : Approximation inférieure avec 4 rectangles = 0.2188
- Créer un texte permettant d'afficher : Approximation supérieure avec 4 rectangles = 0.4687
- Créer un texte permettant d'afficher : Aire sous la courbe : $\int_0^1 x^2 dx = 0.3333$
- Créer trois boîtes de sélection permettant d'afficher chacune des aires et le texte correspondant.
- Créer une activité exploitant cette figure dynamique.

Outils Geogebra

- Pour créer la représentation graphique d'une fonction sur un intervalle : Dans la zone de saisie : taper Fonction[$x^2, 0, 1$], puis Valider.
- Pour créer un curseur : Cliquer sur l'icône , puis dans la fenêtre de dialogue définir le nom de la variable, la valeur minimale, la valeur maximale et le pas de variation.
- Pour créer l'approximation inférieure / supérieure de l'aire sous la courbe avec n rectangles : Dans la zone de saisie, taper SommeInférieure[f,0,1,n] / SommeSupérieure[f,0,1,n], puis Valider.
- Pour créer l'aire sous la courbe : Dans la zone de saisie : taper Intégrale[f,0,1], puis Valider.
- Pour créer un texte : Cliquer sur l'icône  (dans le menu Curseur), puis dans la fenêtre de dialogue taper le texte à afficher et cliquer sur les variables à intégrer dans le texte.
- Pour créer une boîte de sélection : Cliquer sur l'icône  (menu Curseur), puis sélectionner le texte à afficher.



Activité 3 – Triangle inscrit dans un cercle¹

Voici une utilisation particulière de l'option « trace » : il s'agit de visualiser la trace d'un point quand on le déplace tout en essayant de maintenir une condition donnée. Le déplacement du point est contrôlé à l'écran par l'utilisateur

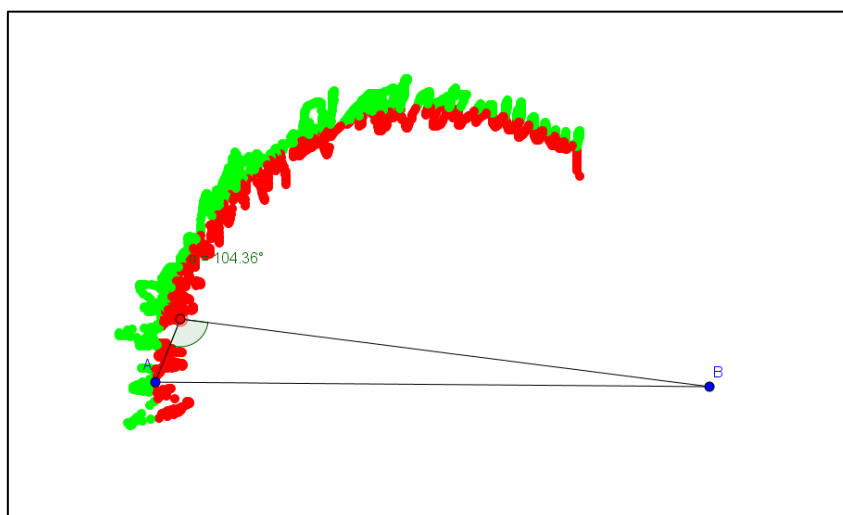
Travail à réaliser :

- Créer un segment [AB].
- Créer un point C n'appartenant pas à {AB}.
- Afficher la mesure de l'angle ACB.
- Trouver une position du point C tel que l'angle ACB soit droit.
- Trouver toutes les positions de C tel que l'angle ACB soit droit. Pour cela :
 - Activer la trace du point C.
 - Déplacer le point C tout en essayant de maintenir l'angle ACB droit.
 - Quelles sont ces positions ?

Remarque : Il est possible d'intégrer un étayage pour soutenir la recherche du lieu de points qui n'est pas simple pour les élèves n'ayant aucune idée de ce que peut être ce lieu. La trace peut **changer de couleur** suivant la valeur de l'angle ACB. Voir ci-dessous comment intégrer un tel étayage.

Couleurs dynamiques

- Sélectionner « propriétés » du point C (clic droit sur le point C).
- Dans l'onglet « Avancés », taper $\alpha > 90^\circ$ dans la ligne correspondant à une couleur (par exemple rouge) et $\alpha < 90^\circ$ dans la ligne correspondant à une autre couleur (par exemple vert), α étant le nom de l'angle dans la fenêtre Algèbre.
- Fermer la fenêtre de dialogue et déplacer le point C.



¹ Activité inspirée de « Apprivoiser la géométrie avec Cabri-géomètre », Monographie du CIP n°4, 1996 (p. 64).
<http://www.edu.ge.ch/CPTIC/publications/cabri/download/cabri.pdf>

Activité 4 – Graphe de fonction logarithme

Il s'agit de construire point par point la courbe représentative d'une fonction définie par une formule. En reliant ces points entre eux par une courbe de régression, on obtiendra la représentation graphique de la fonction. Cette activité montre la possibilité de faire interagir les représentations graphique (fenêtre Graphique) et tableau de valeurs (fenêtre Tableur) dans Geogebra.

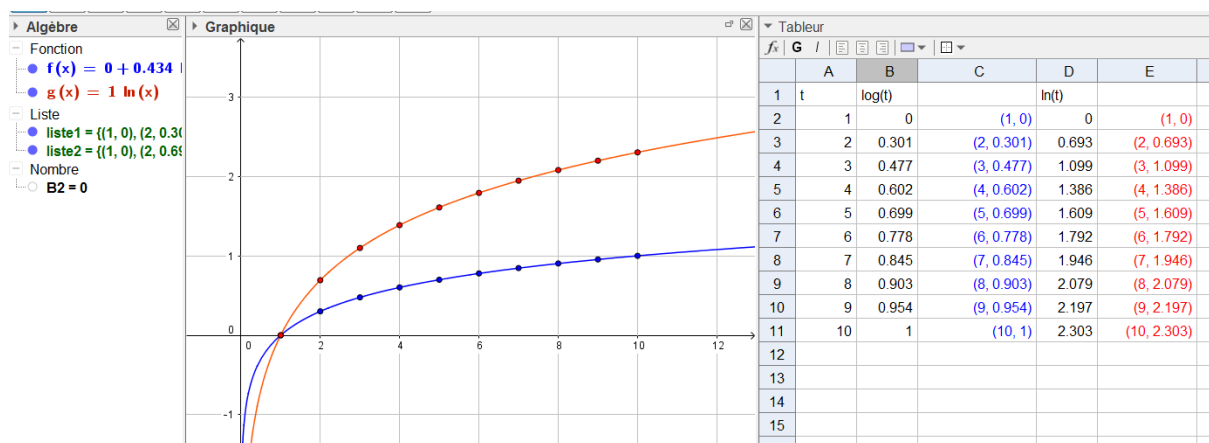
Travail à réaliser :

On va commencer par créer un tableau de valeurs pour comparer les valeurs de $f(t) = \log(t)$ et de $g(t) = \ln(t)$ pour $t = 1, 2, \dots, 10$ et afficher les nuages de points correspondants :

- Arrondir les nombres à 3 décimales (menu Options / Arrondi / 3 décimales).
- Afficher le tableur de Geogebra (menu Affichage / Tableur).
- Introduire le texte « t » dans la cellule A1, « log(t) » dans la cellule B1 et « ln(t) » dans la cellule D1.
- Dans les cellules A2 et A3, taper respectivement 1 et 2. Sélectionner les deux cellules et copier vers le bas jusqu'à la cellule A11.
- Dans la cellule B2, taper « =lg(A2) » et faire « Entrer ».
- Dans la cellule D2, taper « =ln(A2) » et faire « Entrer ».
- Dans la cellule C2, taper « (A2,B2) » et dans la cellule E2, taper « (A2,D2) ».

On va maintenant construire les courbes représentatives des fonctions f et g à partir des nuages de points :

- Sélectionner les cellules C2 à C11, faire clic droit et créer une liste. Cette liste apparaît dans la fenêtre graphique comme liste1.
- Faire de même avec les cellules E2 à E11. La liste liste2 est créée.
- Dans la zone de saisie, taper AjustLog[list1] et valider, puis AjustLog[list2] et valider. On obtient les courbes représentatives des deux fonctions, comme sur la figure ci-dessous.



Activité 5 – Problème d'optimisation

On dispose d'un terrain sous forme d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle mesurent respectivement 300 m et 500 m. Sur ce terrain, on veut construire une maison rectangulaire. On souhaite que la surface au sol de la maison soit la plus grande possible.

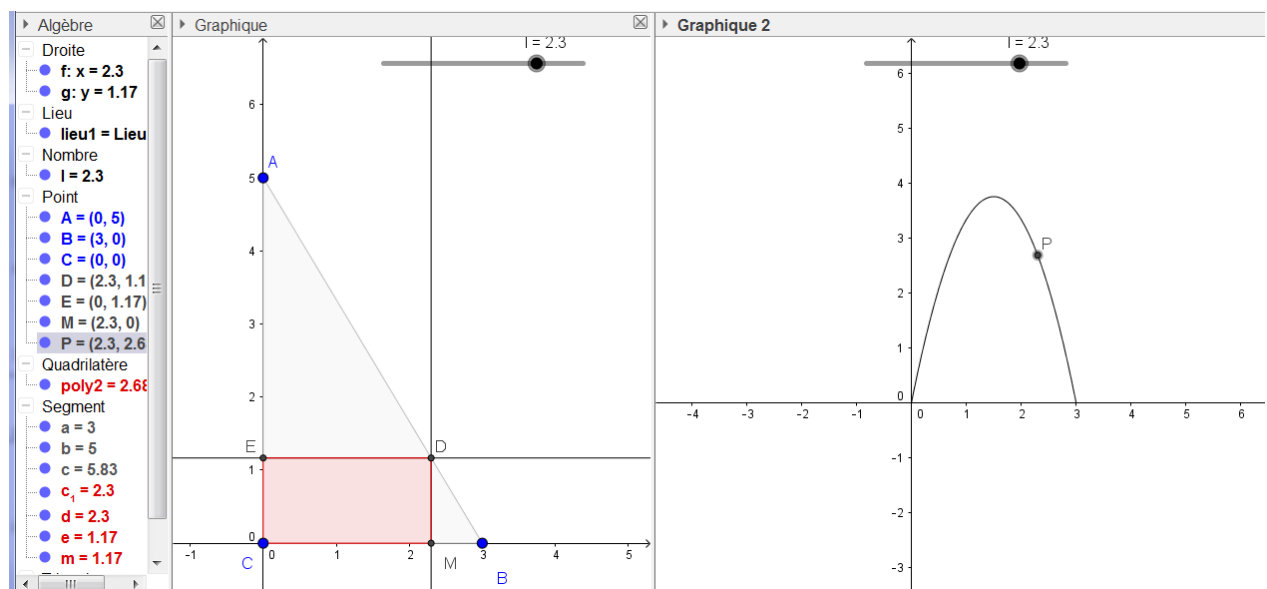
La résolution de ce problème se fera dans deux fenêtres graphiques de Geogebra : dans l'une, le modèle géométrique de la situation sera construit, dans l'autre, l'évolution de l'aire de base de la maison sera illustrée sur le graphe d'une fonction.

Travail à réaliser :

Construire d'abord le modèle géométrique de la situation dans la fenêtre Graphique (cf. figure ci-dessous, à gauche). Utiliser le curseur I pour placer le point M sur $[BC]$.

On va construire la fenêtre de droite :




- Dans le menu Affichage, sélectionner Graphique 2. Ajuster les deux fenêtres pour qu'elles soient côte à côte.
- Créer le point P : dans la zone de saisie, taper $P=(I, \text{poly1})$, où poly1 est l'aire du rectangle MDEC.
 - Recopier le curseur I dans la fenêtre du graphique 2 : clic droit sur le curseur, sélectionner Propriétés / Avancé, puis cocher « Graphique 2 » dans Localisation.
- Afficher la trace du point P ou le lieu du point P lorsque le curseur varie.
- Explorer les deux représentations et conjecturer la solution du problème.





Activité 6 – Construire la section plane d'un solide par un plan variable

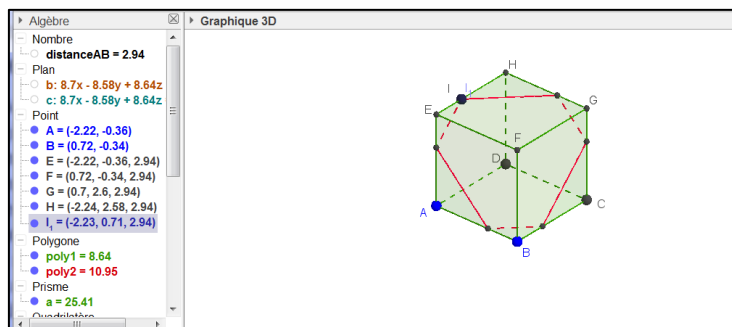
Soit ABCDEFGH un cube et I un point de l'arête [EH]. On note \mathcal{P} le plan passant par I et parallèle au plan (EBG), et \mathcal{S} la section du cube par le plan \mathcal{P} . On veut conjecturer la position de I pour que la section soit un hexagone régulier.

Travail à réaliser :

- **Construire un cube** ABCDEFGH.
- Supprimer les étiquettes de tous les objets créés ainsi que la mesure de AB, puis fermer la fenêtre 2D.
- Placer un point I sur le segment [EH].
- Sélectionner l'outil  (« Plan passant par trois points ») et créer le plan (EBG).
- Créer le plan passant par I et parallèle à (EBG) avec l'outil  (« Plan parallèle ») dans le menu Plan). [Note : on peut faire disparaître et apparaître les plans en cliquant sur les points bleus correspondants dans la fenêtre Algèbre].
- Déplacer le point I et observer la nature de la section du plan avec le cube.
- Pour une meilleure visualisation, faire apparaître la trace de l'intersection avec l'outil  (« Intersection de deux surfaces »). Cliquer sur le plan variable passant par I.
- Faire varier le point (le logiciel transforme I en M) et conjecturer la position de I pour obtenir une intersection qui soit un hexagone régulier.

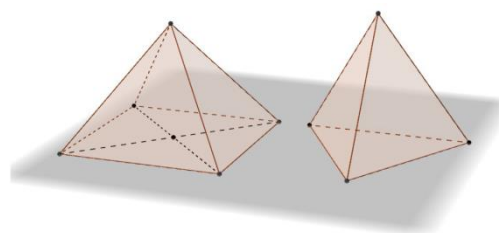
Outils Geogebra

- **Pour créer un cube :**
 - Faire apparaître la fenêtre Graphique 3D à côté de la fenêtre Graphique (2D).
 - Dans la fenêtre 2D, construire un carré ABCD à l'aide de l'outil Polygone régulier.
 - Mesurer la longueur du côté [AB].
 - Dans la fenêtre 3D, grâce à un clic droit, faire disparaître les axes, la grille et le plan visuel.
 - Sélectionner l'outil  (« Extrusion Prisme Cylindre ») dans le menu Pyramide), puis cliquer sur le carré ABCD (dans la fenêtre 3D) et noter, dans la fenêtre de dialogue qui apparaît, la hauteur égale à AB (en tapant AB).
 - On obtient le cube ABCDEFGH que l'on peut faire tourner avec l'outil .









Activité 7 – Patron d'un solide²

On souhaite étudier le solide que l'on obtient si on assemble les deux pyramides présentées ci-contre (une pyramide à base carrée et un tétraèdre régulier, toutes les arêtes mesurent 5 cm) :



Travail à réaliser :

- Construire la pyramide à base carrée :
 - Créer le carré ABCD de côté 5 cm avec l'outil « Polygone régulier ».
 - Créer le point E à l'intersection des diagonales du carré.
 - Afficher la fenêtre Graphique 3D. Cacher les axes, la grille et le plan.
 - Dans la fenêtre 3D, construire la droite perpendiculaire au plan de base, passant par le point E (outil  « Orthogonale »).
 - Avec l'outil  (« Cercle (centre-direction-rayon) »), construire un cercle de centre A, de direction [BD] et de rayon 5. Placer un point G à l'intersection du cercle et de la droite passant par E.
 - Construire la pyramide de base ABCD et de sommet G à l'aide de l'outil  (« Pyramide »).
- Assembler la pyramide et le tétraèdre régulier :
 - Pour coller le tétraèdre à la pyramide, sélectionner l'outil  (« Tétraèdre ») et cliquer sur la face ABG, puis sur les sommets A et B.
 - Cacher le cercle tracé et la hauteur de la pyramide pour ne garder que les solides visibles.
 - Changer le point de vue pour observer la figure sous divers angles.
 - Décrire le solide obtenu : nombre et nature des faces.
- Créer le patron du solide :
 - Avec l'outil  (« Prisme » dans le menu Pyramide), construire le prisme rassemblant les deux solides en choisissant le triangle CDG comme base et le point B comme sommet.
 - Cacher chacune des deux pyramides initiales pour ne laisser affiché que le prisme. Le plus simple est de les décocher dans la fenêtre Algèbre.
 - Construire le patron du prisme avec l'outil  (« Patron » dans le menu Pyramide). [Note : Pour observer le patron de face, faire un clic droit sur sa face CDG puis sélectionner « Afficher comme vue 2D »].
 - Animer le patron en faisant clic droit sur le curseur dans la fenêtre Algèbre (a=1) et en sélectionnant « Animer ».

² Activité inspirée d'une ressource de l'Académie de Rouen.

Activité	Thème mathématique	Fonctionnalités Geogebra mobilisées	Intérêt, apport
1	Fonction polynôme du second degré	Curseur	
2	Intégrale	Commandes de l'analyse (somme inf, somme sup, intégrale) Bouton de sélection Affichage du texte avec des variables	
3	Triangle inscrit dans un cercle	Couleurs dynamiques	
4	Fonctions logarithme	Articulation graphique - tableur	
5		Lien entre 2 fenêtres : fonctions Géométrie et graphique	
6		Géométrie 3D : sections planes de solides	Fenêtre 3D
7		Géométrie 3D : patrons	Fenêtre 3D