

# AIDE À LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES (3H-8H)

Audrey Daina

# VERS UNE PROBLÉMATIQUE...

**PER, textes officiels sur l'enseignement des mathématiques**  
→ donnent une large place à la résolution de problème (visée prioritaire)

**?**  
**Elèves**

**Enseignants des degrés  
primaires**

- Témoignent de certaines difficultés
- Peu outillés

**Du côté de la recherche**

- Etude des liens entre pratiques d'enseignement et apprentissages dans la résolution de problèmes (contexte ordinaire), encore peu de réponses...

**Du côté des ressources (MER, manuel...)**

- Développement d'outils, de dispositifs d'enseignement spécifiques pour la résolution de problèmes

Questions naïves...

- ? Qu'est-ce que proposent les ressources?
- ? Transposition d'éléments issus de recherches dans les manuels
- ? Parlons-nous tous du même problème?
- ? Est-ce que ce que propose les manuels permet effectivement aux élèves de progresser?



# OBJECTIFS

- ❖ Un premier objectif de la recherche est d'explorer et analyser ce qui se trouve dans les ressources actuelles concernant « l'aide à la résolution problème » (en suisse romande et ailleurs)



# EXPLORATION DES MANUELS (ILLUSTRATIONS)

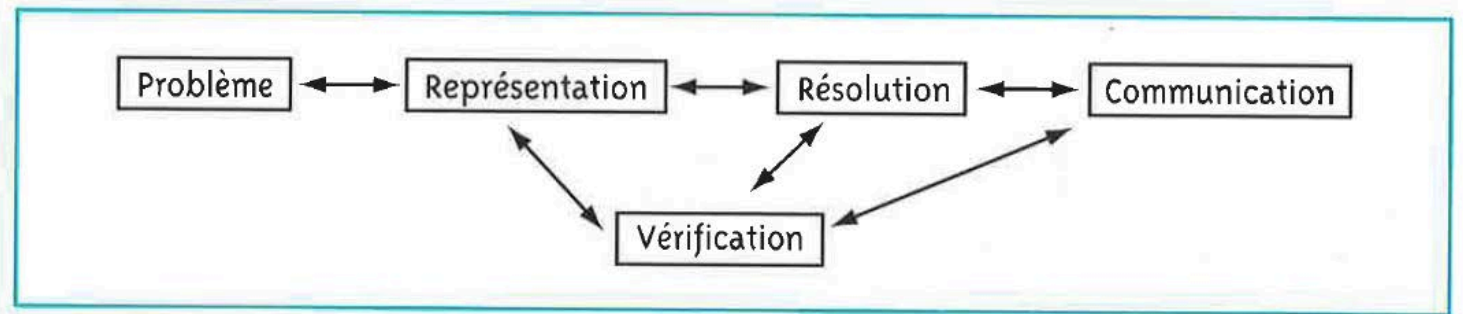
Des manuels « spécialisés »

Fagnant & Demonty (2016)

Modèle illustrant les différentes étapes de la résolution de problèmes



Approche méthodologique «transversale»  
qui vise à apprendre aux élèves des  
stratégies de résolution de problème.  
(s'inspire de l'approche de «modélisation  
mathématiques», Verschaffel Université de  
Leuven)






# EXPLORATION DES MANUELS (ILLUSTRATIONS)

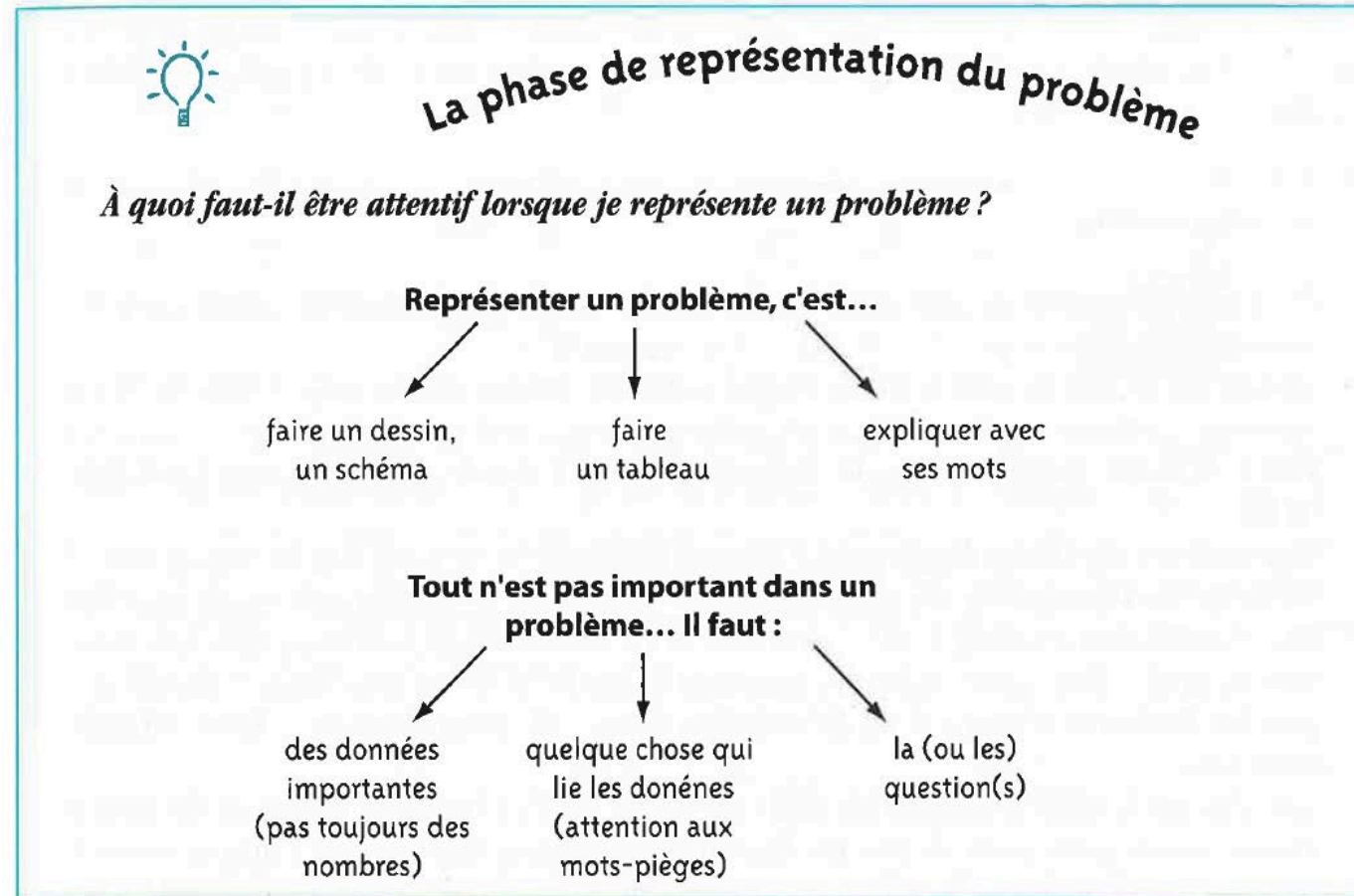
## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	5
INTRODUCTION .....	7
LA REPRÉSENTATION DU PROBLÈME .....	29
DE QUESTIONS EN RÉPONSES .....	31
LES SÉQUENCES D'ACTIVITÉS .....	43
Les éléments d'une bonne représentation .....	43
L'estimation de la solution .....	60
Outil de vérification .....	68
LA RÉOLUTION PROPREMENT DITE DU PROBLÈME .....	73
DE QUESTIONS EN RÉPONSES .....	75
LES SÉQUENCES D'ACTIVITÉS .....	92
Développer des démarches de type essais-erreurs .....	92
Décomposer le problème en sous-problèmes .....	106
Grandeurs proportionnelles .....	117
Les intervalles .....	131
Partages inégaux .....	145
Outil de vérification .....	156
L'INTERPRÉTATION ET LA COMMUNICATION .....	159
DE QUESTIONS EN RÉPONSES .....	161
LES SÉQUENCES D'ACTIVITÉS .....	174
Interpréter en contexte de situations « ouvertes » .....	174
Interpréter en contexte une variété de solutions .....	184

Organisation de la séquence		
Les grandes étapes	Le déroulement	
1. <b>Élaboration d'une représentation.</b>	→ Résolution d'un problème et réalisation d'un dessin, d'un schéma ou d'une reformulation qui explique le problème et peut aider à le résoudre.	Choisir un problème parmi les exemples proposés.
2. <b>Mise en commun des représentations.</b>	→ Analyse des représentations réalisées par les élèves.	Reproduire le(s) représentation(s) choisie(s) en grand au tableau.
3. <b>Correction de la résolution du problème.</b>	→ Vérification de la solution en fonction de l'analyse qui vient d'être réalisée. → Correction du problème et confrontation des démarches de résolution.	
4. <b>Réinvestissement.</b>	→ L'activité doit être reproduite plusieurs fois avec des problèmes variés en vue d'aborder différents outils de représentation et d'affiner progressivement la synthèse.	Choisir un problème parmi les exemples proposés.
5. <b>Synthèse.</b>	→ La synthèse se construit progressivement tout au long de la séquence. Elle permet alors, suite à la variété des situations rencontrées, de dégager les éléments importants d'une bonne représentation.	Compléter la feuille de synthèse. <i>À quoi faut-il être attentif lorsque je représente un problème ?</i>



# EXPLORATION DES MANUELS (ILLUSTRATIONS)



# EXPLORATION DES MANUELS (ILLUSTRATIONS)

Des manuels « spécialisés »

Henaff Christian (2015)



## La catégorisation des problèmes à la fin du CE1

Nous arrivons ainsi à la catégorisation suivante pour l'année de CE1 :



« Choisir la bonne opération, c'est, à partir d'une situation et de la question associée (ce qu'on cherche), identifier l'outil mathématique approprié. Il s'agit donc de reconnaître la famille à laquelle appartient la situation, d'où le nécessaire travail de catégorisation des problèmes auquel il faut conduire les élèves. » p. 10 (référence à Vergnaud)



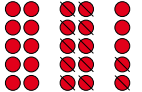
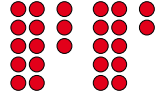
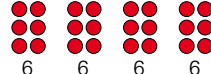
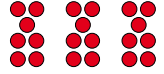

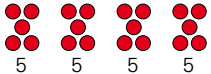


# EXPLORATION DES MANUELS (ILLUSTRATIONS)

Séquence 2 / Apprendre à reconnaître la catégorie d'un problème

## Période 1

Séance 2A

Catégories		Problèmes			
		Outil pour apprendre à choisir la bonne opération - CE1/n°1			
<b>A • Je cherche combien ça fait en tout</b> et c'est la même collection répétée plusieurs fois.	<b>1 •</b> Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12. <i>Combien lui reste-t-il ?</i>	Je cherche <b>combien il reste.</b>	Je cherche <b>combien ça fait en tout.</b> Les collections sont différentes.	Je cherche <b>combien ça fait en tout.</b> Un nombre est répété plusieurs fois.	Je cherche <b>combien ça fait pour chacun.</b> C'est un partage.
<b>B • Je cherche combien ça fait en tout</b> et ce sont plusieurs collections différentes.	<b>2 •</b> Aline a gagné 4 sacs de 6 billes. <i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i>	Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12. <i>Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?</i>	Hier, Emna a gagné 13 billes à la récréation du matin et 12 à celle de l'après-midi. <i>Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?</i>	Aline a gagné 4 sacs de 6 billes. <i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i>	Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa. <i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i>
<b>C • Je cherche combien ça fait de groupes.</b>	<b>3 •</b> Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa. <i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i>	 ou $25 - 12$ réponse : 13 billes	 ou $13 + 12$ réponse : 25 billes	 6    6    6    6 réponse : 24 billes	 7    7    7 réponse : 7 billes chacun
<b>D • Je cherche combien chacun aura.</b>	<b>4 •</b> Hier, Emna a gagné 13 billes du matin et 12 à ce soir. <i>Combien a-t-elle gagné de billes ?</i>	Je cherche <b>une partie d'une collection.</b>		Je cherche <b>combien ça fait de groupes.</b> C'est un groupement.	
<b>E • Je cherche combien fait une partie.</b>	<b>5 •</b> Paul a 20 billes. Il a rempli plusieurs sacs de 5 billes. <i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i>	Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues. <i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i>		Paul a 20 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes. <i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i>	
<b>F • Je cherche combien il reste.</b>	<b>6 •</b> Lucas a un sac de 28 billes. Il y a 17 billes rouges. <i>Combien y a-t-il de billes bleues ?</i>	 17 billes rouges    les billes bleues réponse : 11 billes bleues		 5    5    5    5 réponse : 4 sacs	

Ce sont des problèmes  
de **SOUSTRACTION**

C'est un problème  
d'ADDITION

C'est un problème  
de **MULTIPLICATION**

Ce sont des problèmes  
de **DIVISION**





# EXPLORATION DES MANUELS (ILLUSTRATIONS)

## Dans les manuels plus classiques Euromath CM1 (livre du maître)

2

### Des choix compatibles avec une charge de travail raisonnable

Nous proposons, dans la collection EuroMaths, une démarche d'apprentissage associant :

- des moments de résolution de situations qui permettent de construire des connaissances nouvelles ;
- des moments de structuration afin d'institutionnaliser ces connaissances et de les lier à des savoirs anciens ;
- des moments d'entraînement afin de les maîtriser et de les réinvestir.

Avant de développer la façon dont nous avons structuré le manuel pour aider le professeur à conduire son enseignement, revenons sur la définition de deux termes : problème et situation d'apprentissage.

#### 2.1. Problèmes et situations d'apprentissage

L'idée que l'apprentissage par résolution de problèmes serait la base d'une bonne construction des savoirs mathématiques est largement répandue. Encore faudrait-il que l'on s'accorde sur le sens du terme « problème ».

##### 2.1.1. Qu'est-ce qu'un problème ?

Parler de problèmes lorsqu'il s'agit de situations mises en place dans la classe avec un dispositif permettant des expériences et parler de problèmes lorsque les élèves sont devant un exercice d'application d'un manuel scolaire sont bien évidemment deux usages du même mot pour des activités de nature différente.

Pour notre part, nous nous appuyons sur la définition donnée par Jean Brun<sup>2</sup> : Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a pas de problème que dans un rapport sujet/situation où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple.

La notion de problème est donc liée au type d'activité du sujet. Il y a problème dès lors que les élèves ont à développer une réelle activité cognitive :

- anticiper le résultat d'une action réelle, évoquée ou symbolique, sans mener effectivement cette action ;

ni à une forme spécifique (énoncé textuel<sup>3</sup>), même s'il existe des spécificités de l'activité de résolution liées au domaine considéré.

Cette conception du problème est sous-jacente aux « problèmes pour apprendre ». Elle permet d'organiser le travail du professeur dans l'approche des notions nouvelles à enseigner.

Ces « problèmes pour apprendre » ne doivent pas être confondus avec les « problèmes pour apprendre à chercher » auxquels nous avons consacré quatre étapes dans le domaine du numérique (une spécifique et trois dans lesquelles ces problèmes sont mêlés à des problèmes pour s'entraîner) et quatre étapes dans le domaine de la géométrie.

Les « problèmes pour apprendre à chercher » sont des problèmes non familiers, pour lesquels les élèves ne disposent généralement pas de la solution experte (souvent inaccessible à leur niveau) mais pour lesquels des solutions originales et personnelles peuvent être élaborées avec les connaissances dont ils disposent. Confrontés les élèves à de tels problèmes à leur but de développer chez

#### 2.1.2. De la résolution de problèmes à la construction de situations d'apprentissage

Pour chaque savoir mathématique, l'enseignement s'appuie sur la construction d'une progression précise relative à ce savoir et sur la mise en œuvre de situations spécifiques dites situations d'apprentissage correspondant aux moments clés de cette progression.

Nous nous appuyons sur les hypothèses suivantes :

- l'apprentissage se fait par adaptation (on apprend en s'adaptant à un milieu qui est un facteur de contradictions, de déséquilibres) ;
  - le savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage ;
  - l'apprentissage se fait en s'appuyant sur les échanges entre pairs et en bénéficiant d'un étayage approprié.
- Construire une situation d'apprentissage nécessite donc de concilier le projet d'enseignement d'un élément de

savoir avec la création d'un « milieu » - au sens didactique - construit autour d'un problème, avec lequel les élèves peuvent interagir. Au niveau de l'école élémentaire, ce milieu est constitué d'objets matériels, d'écrits de travail, de savoirs antérieurs... Il permet aux élèves d'élaborer, par adaptations successives, des stratégies de résolution du problème qui conduisent à l'apprentissage visé.

Dans un processus s'étalant sur plusieurs semaines, l'évolution organisée du milieu permet aux élèves de passer d'un niveau de savoir à un autre, par exemple de stratégies de simulation de l'action à des stratégies de calcul pour résoudre des problèmes de division ou encore d'une perception globale des figures à une étude locale instrumentée de leurs propriétés pour résoudre des problèmes de reproduction.

#### 2.1.3. L'organisation de l'apprentissage d'une notion

L'approche et la préparation en premier lieu, la construction et la structuration ensuite, la consolidation et l'utilisation enfin, constituent trois grandes périodes de l'élaboration d'un concept. Ces trois périodes ne sont pas simplement juxtaposées dans le temps. L'apprentissage d'une notion est de nature « spiralaire » : la phase de construction se déroule souvent sur plusieurs années, par approfondissements et élargissements successifs et par découverte de nouveaux aspects du concept. À chaque nouvelle étape, il est fondamental que l'en-

semble des connaissances nouvellement acquises soit structuré et mis en réseau avec les connaissances anciennes concernant le même champ conceptuel. Par ailleurs, à chaque étape d'apprentissage d'un des aspects d'une notion, la période de construction peut se poursuivre pendant la période de consolidation. En effet, par un phénomène qualifié « d'après coup », il n'est pas rare que ce soit en s'exerçant sur des exercices nombreux et variés que certains élèves parviennent à découvrir le sens d'une notion.

#### 2.2. Le travail quotidien du professeur

##### 2.2.1. La répartition dans le temps des enseignements

Cette démarche qui consiste à faire évoluer les connaissances initiales des élèves suppose que l'introduction de nouvelles notions se fasse par quelques étapes clés proches les unes des autres. Nous avons organisé le manuel en 5 périodes : dans chacune d'elles, l'accent

de travail de préparation de l'enseignant (analyse préalable) et de son « expertise » lui permettant d'en prévoir le déroulement. Généralement, les séances de découverte demandent plus de temps (de 3/4 d'heure à 1 heure) que les séances d'entraînement (de l'ordre de 1/2 heure).



# EXPLORATION DES MANUELS (ILLUSTRATIONS)

Dans les manuels plus classiques, Euromath CM1 (livre de l'élève)

33

## Problèmes numériques : aide méthodologique à la résolution (1)

### Découverte

Cherche à résoudre le premier problème. Si tu ne le comprends pas bien, résous le second, puis recommence à réfléchir au premier.



#### 1<sup>er</sup> problème

Alice a des perles rouges et des perles jaunes. Elle a deux fois plus de perles rouges que de jaunes.  
En tout, elle en a 660.  
Combien a-t-elle de perles de chaque couleur ?

#### 2<sup>e</sup> problème

Leïla a des perles rouges et des perles jaunes. Elle a deux fois plus de perles rouges que de jaunes.  
En tout, elle en a 30.  
Combien a-t-elle de perles de chaque couleur ?



Quand un problème semble difficile à résoudre, on peut remplacer les nombres de l'énoncé par des nombres plus petits. Cela peut aider à comprendre le problème initial.



# VERS UNE PROBLÉMATIQUE...

- ❖ Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons plus particulièrement aux moyens d'enseignement suisse romand, dans lesquels est prévu, pour les degrés 3 à 8, un chapitre d'« aide à la résolution de problèmes », indépendant des axes thématiques.
- Un premier aspect de l'étude: analyser ces activités en lien avec ce qui aura été exploré dans les autres ressources (transposition didactique)
- Un deuxième aspect de l'étude: expérimentation en classe
  - L'objectif serait de tester les activités proposées en classe et d'identifier d'une part, les apprentissages directs que l'on peut observer chez les élèves et, d'autre part, la transférabilité de ces apprentissages dans d'autres chapitres notionnels



# PLAN DE RECHERCHE

## ❖ 2017-2018

- État de la question / problématique
- Analyse de différents manuels
- Choix de situations proposées dans les nouveaux MER et conception du dispositif de recherche

## ❖ 2018-2019

- Expérimentation dans les classes

## ❖ 2019-2021

- Suite expérimentation
- Analyses





# LE PAN 2CR2D (COORDINATION UNIGE/HEPV)

- ❖ **Projet Floréal: plusieurs groupes de lesson study dans un même établissement (sciences, géographie, premiers apprentissages, mathématiques)**
- ❖ **Un groupe sur l'aide à la résolution problème**
  - **Expérimentation centrée sur l'enseignant, développement professionnel (en collaboration avec Stéphane Clivaz)**
- ❖ **Un début de problématique (projet FNS Floréal): liens entre résolution problème en mathématiques, démarche d'investigation en sciences, démarche d'enquête en SHS...**

