

## **Rapport scientifique intermédiaire mai 2020**

**Titre de la recherche** : La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques.

**Subside n° 100019\_173105/1 - Période du 31.08.2017 au 30.04.2020**

### ***Résumé des travaux de recherche et des résultats obtenus***

La recherche porte sur l'étude de la résolution de problèmes envisagée à la fois comme objet d'enseignement mais aussi comme moyen d'enseignement dans la classe de mathématiques selon un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes. L'objectif essentiel est de montrer comment se pense et se construit l'enseignement de la résolution de problèmes dans ses deux aspects, comment elle est mise en œuvre par les enseignants et quels apprentissages sont réalisés par les élèves. Cette recherche se décline à travers différents travaux coordonnés par Jean-Luc Dorier et Sylvie Coppé, co-requérant.e.s du projet. Une part importante du travail s'articule autour de trois thèses permettant de questionner la résolution de problèmes sous des angles variés (niveaux scolaires, point de vue des enseignants ou des élèves). Deux de ces thèses sont réalisées par des assistantes DIP et la troisième est financée par le FNS.

La thèse de Maud Chanudet (assistante DIP), soutenue le 22 octobre 2019, porte sur l'étude des pratiques évaluatives des enseignants dans le cadre d'un cours proposé au cycle d'orientation (secondaire 1) à Genève centré sur la résolution de problèmes en mathématiques (Chanudet, 2019b). L'observation des pratiques d'enseignants amenés à enseigner et à évaluer les compétences des élèves en résolution de problèmes vise à identifier leurs logiques d'actions évaluatives en tenant compte à la fois des fonctions certificative et formative de l'évaluation. Ainsi, à l'appui du cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique et du concept de régulation, l'analyse des pratiques de trois enseignant.e.s a montré qu'ils/elles investissent différemment les marges de manœuvre dont ils/elles disposent en ce qui concerne l'organisation et la gestion des séances et que, finalement, ils/elles ne visent pas les mêmes objectifs d'apprentissage. Cette thèse permet de se faire une idée plus précise des attentes des enseignants vis-à-vis de la résolution de problèmes mais révèle aussi certaines contradictions. Les cadres théorique et méthodologique qui croisent des outils de didactique des mathématiques et du champ de l'évaluation offre un outil général propre à permettre d'autres études. Ce travail a donné et donnera encore lieu à plusieurs communications et articles (Chanudet, 2017a, 2019c, 2019a, 2019e, 2019d, 2017b; Chanudet et al., 2019; Chanudet & Favier, 2020).

La thèse de Jana Lackova (assistante DIP), soutenance prévue à l'été 2021, interroge la place de la démarche d'investigation dans le baccalauréat international et le rôle du dispositif d'évaluation spécifique nommé « Exploration en mathématiques ». L'objectif général de la thèse est d'identifier et d'analyser les conditions et les contraintes de la mise en application et de la viabilité de la démarche d'investigation en classe de mathématiques dans le cadre institutionnel du Baccalauréat International, et en particulier d'étudier le rôle et l'influence du dispositif d'évaluation dans l'intégration de la démarche d'investigation dans les classes de mathématiques. Une première analyse a été faite en utilisant les outils de la Théorie anthropologique du didactique de Chevallard et a donné lieu à des communications et publications (Lackova & Dorier, 2018, Lackova 2018, Lackova, 2019). Puis une deuxième étude d'ordre clinique vise à documenter les rôles respectifs de enseignants et des élèves dans le dispositif. Ainsi durant l'année scolaire 2018/19, Jana Lackova a observé deux enseignants de l'école internationale de Genève et trois de leurs élèves pendant toute la durée de la préparation du travail. Les séances de classe ont été filmées. Pour rendre compte du travail individuel des élèves, il leur a été fourni une caméra de type Go Pro pour enregistrer leur travail à la maison. Ils ont aussi rempli un carnet de bord. Les analyses de ce matériau riche sont en cours, elles devraient permettre de documenter les ressorts en jeu dans un travail individuel de type démarche d'investigation.

Enfin, la thèse de Stéphane Favier (candoc FNS), soutenance prévue en été 2021, vise à documenter le travail des élèves de différents niveaux scolaires dans des situations de résolution de problèmes. L'objectif principal est de déterminer quels sont les ressorts et les dynamiques du travail des élèves et en particulier au niveau de la gestion des essais et des ajustements. Pour accéder au point de vue de l'élève, une méthodologie innovante de recueil des données a été développée grâce à l'utilisation de caméra embarquée sur la tête des élèves. Un travail important de recension des travaux existants sur la façon de caractériser les différentes étapes dans la résolution de problème, aussi bien en psychologie, qu'en *mathematics education* et plus particulièrement en didactique des mathématiques a été réalisé. Ce travail a débouché sur la mise en place d'un cadre théorique et méthodologique qui est actuellement utilisé pour l'analyse de l'activité d'élèves de classes allant de la 4P (grade 2 du primaire, âge 8-9 ans) à la 10<sup>e</sup> du cycle d'orientation (grade 8, secondaire 1, âge 14-15 ans) donnant une palette assez large de cas de figures sur des problèmes et des contextes divers. Ces analyses devraient permettre d'accéder à une meilleure compréhension de ce qui favorise la réussite des élèves et de leurs difficultés. À plus long terme, ces résultats pourraient déboucher sur l'élaboration d'outils d'aide aux élèves durant leur travail de recherche, et ainsi permettre aux enseignant.e.s d'intégrer plus facilement la résolution de problèmes dans leur enseignement. Plusieurs communications et publications (Chanudet & Favier, 2020; Favier, 2018a, 2019, 2018b; Favier & De Simone, 2019) sont en lien avec cette recherche ainsi qu'une collaboration avec le professeur Benjamin Rott de l'université de Cologne.

Deux autres études s'intéressent à la résolution de problèmes comme un outil pour enseigner des notions mathématiques.

La première, initiée par Sylvia Coutat et Céline Vendeira, porte sur l'enseignement de la géométrie au primaire. Ces deux chargées d'enseignement doctores en didactique des mathématiques de l'équipe DiMaGe ont développé depuis quelques années un ensemble d'ingénieries didactiques (pour le cycle 1 – élèves de 4-8 ans) composées de situations problèmes qui s'appuient sur un matériau original constitué de formes géométriques non conventionnelles découpées dans du bois avec des systèmes de pochoirs (le groupe s'est nommé « Proform » pour cette raison). Dans le cadre de ce travail, l'idée initiale était de développer des situations qui « permettent un changement de regard progressif des formes vers les figures géométriques au cycle 1 (4 premières années du primaire, gardes -2 à 2, âges de 4 à 9 ans) » ( au sens de Duval), soit de la perception globale des formes vers la prise en compte de leurs propriétés, que l'on nomme « caractéristiques » au cycle 1 (Vendeira & Coutat, 2017-a). Au fil des expérimentations menées sur le terrain, il a été mis en évidence que les élèves de cycle 1 peuvent mobiliser une vision par les caractéristiques dans les situations suffisamment contraignantes. L'objectif vise finalement une mobilité du regard selon les situations problème proposées (perception globale ou prise en compte des caractéristiques voire mixité du regard). Ces ingénieries ont donné lieu à la diffusion d'une ressource d'accompagnement des formes développées (Coutat & Vendeira, 2018). Dans le cadre du projet FNS, l'objectif est d'analyser d'une part comment les enseignants s'approprient ces situations de résolution de problèmes et d'autres part comment ces situations agissent sur les connaissances des élèves. L'usage de ce matériel pédagogique dans différentes classes régulières a été concluant. En effet, selon les situations proposées, les élèves du cycle 1 parviennent à coordonner une vision globale des formes avec l'usage de leurs caractéristiques mettant en lumière l'enrichissement du regard souhaité ainsi que sa flexibilité pour passer d'une vision à l'autre (Vendeira & Coutat, 2017-a). Ce travail a donné lieu à plusieurs communications et publications (Celi, Coutat, & Vendeira, 2019 ; Coutat, & Vendeira, 2019 ; Vendeira, 2019, Coutat & Vendeira, 2018 ; Vendeira, & Coutat, 2017a, 2017b ; Coutat, & Vendeira, 2015, Coutat, Vendeira, 2016).

La deuxième étude porte sur l'élaboration d'une ingénierie didactique sur l'enseignement des fonctions en 1<sup>e</sup> du Collège (secondaire 2, grade 10, âge 16-17 ans) intégrant une forte dimension de résolution de problèmes et en mettant l'accent sur les jeux entre registres de représentation sémiotiques au sens de Duval. Cette deuxième étude, nommée « PROFON » (Projet fonctions), est menée par une équipe constituée de trois chargés d'enseignement à mi-temps dans la formation des enseignants du secondaire à Genève (forensec) (autre mi-temps enseignants au Collège) : Pierre-

François Burgermeister, Michel Coray et Laurence Merminod, auxquels s'est ajoutée depuis la rentrée 2019, Marina De Simone recrutée chargée d'enseignement à temps plein (elle était avant post-doc dans le cadre de notre projet). Après quelques pré-expérimentations, cette équipe a élaboré une ingénierie didactique sous forme d'une séquence expérimentale d'enseignement sur les fonctions. Par rapport aux pratiques usuelles cette séquence est innovante dans les directions suivantes :

1. une première partie très consistante formée de différents problèmes visant à développer la capacité des élèves à interpréter graphiquement une situation pseudo-concrète décrite textuellement sans passer par une représentation algébrique ;
2. trois problèmes « phares » à travailler par la classe qui sont autant de points clés de la séquence et qui mettent en jeu, d'une part, la coordination entre la représentation graphique et la description langagière et, d'autre part, la coordination entre les représentations verbale, graphique et algébrique d'une situation pseudo-concrète complexe ;
3. les élèves se confrontent aux nouveaux savoirs à travers des résolutions de problèmes avant que ces savoirs ne soient institutionnalisés.
4. Cette ingénierie est actuellement testée dans trois classes dont celle de Michel Coray. Cependant la situation sanitaire due au Covid-19 n'a pas permis d'aller au bout de l'expérimentation. Ce travail n'a pas encore pu donner lieu à communication ou publication.

De façon transversale, avec l'appui de Jean-Luc Dorier et Sylvie Coppé, Marina De Simone (post-doctorante septembre 2017-août 2019) puis Nataly Essonnier (post-doctorante depuis septembre 2019) ont travaillé à l'élaboration, la diffusion et l'analyse de questionnaires. L'analyse des réponses aux questionnaires est effectuée à l'aide des outils statistiques du logiciel SPSS. L'objectif est d'obtenir des informations déclaratives sur la perception de la résolution de problèmes mathématiques par les élèves et par les enseignants, du primaire au secondaire 2.

L'étude sur les élèves vise à documenter le rôle qu'ils attribuent aux mathématiques et, en particulier, à la résolution de problèmes dans leurs apprentissages. Pour cela, nous avons conçu un questionnaire permettant d'avoir accès aux croyances des élèves par rapport aux mathématiques et à la résolution des problèmes dans leur activité mathématique. Les croyances des élèves peuvent avoir des impacts importants sur leur apprentissage, comme le montre une importante littérature dans différents champs de recherche (neuropsychologie, science de l'éducation, didactique des mathématiques). En didactique des mathématiques, par exemple, Schoenfeld souligne que « issues of belief occupy a precarious middle ground between primarily cognitive and primarily affective determinants of mathematical behaviour » (p. 154), illustrant clairement comment les croyances se situent à la lisière des sphères émotionnelle et cognitive. Nous avons pris appui sur une recherche belge (Op't Eynde et al., 2006 ; De Corte et Verschaffel, 2008) proposant une schématisation en trois genres des croyances des élèves associées aux mathématiques et à la résolution de problèmes : (1) les croyances de l'élève relatives à ses propres capacités en mathématiques et en résolution de problèmes; (2) les croyances concernant le contexte social (par ex. la classe des mathématiques) ; (3) les croyances relatives aux mathématiques et à la résolution de problèmes en elles-mêmes. A partir de ces trois types de croyances, nous avons organisé le questionnaire selon les rubriques suivantes :

- « Quelqu'un qui est bon en math est quelqu'un qui ... », « En mathématiques j'aime ... », « Comment je me sens quand je fais des mathématiques ? » (1) ;
- « Dans la classe de mathématiques... » (2) ;
- « Selon toi, faire des mathématiques c'est ... » (3).

Du point de vue de sa structure, il s'agit majoritairement d'un questionnaire avec une échelle de Likert à 4 points (tout à fait d'accord, plutôt d'accord, plutôt pas d'accord, pas du tout d'accord) permettant aux élèves de se positionner sur un certain nombre d'items présentés dans chaque rubrique.

Au niveau méthodologique, nous avons fait passer le questionnaire dans neuf classes de 8P (grade 6, dernière année du primaire, âge 11-12 ans) soit 156 élèves, dans neuf classes de 10<sup>e</sup> (grade 8, secondaire 1, âge 13-14 ans) soit 136 élèves, et dans quatre classes du collège (4 ans du secondaire 2, grades 10-12, âges 15-19 ans) soit 78 élèves. Or, avant de le faire passer à grande échelle, nous l'avons d'abord testé sur 10 élèves volontaires d'une classe de 10<sup>e</sup> LS (DMS). Suite à quoi nous avons interviewé

ces élèves. Ces entretiens nous ont permis de juger d'une part, de la faisabilité du questionnaire et, d'autre part, de la richesse des items. A l'issue de ces entretiens nous avons en effet réajusté quelques items avant de le diffuser plus largement.

A la date du 15 mars 2020, nous avons pu récolter les réponses à 370 questionnaires. Les résultats préliminaires montrent que, pour les classes de 10<sup>e</sup>, trois profils d'élèves se distinguent : deux profils plus « scolaires » pour qui « faire des mathématiques » est plutôt une activité de mémorisation de connaissances et des formules et d'application de ces dernières. La différence entre ces deux profils réside dans le rôle que les élèves attribuent à la vérification de leurs productions : pour un profil, pour être bons en mathématiques, il n'est pas du tout nécessaire de chercher ses erreurs et les corriger : c'est l'enseignant qui s'en charge ; pour l'autre, l'auto-vérification est un élément clé pour réussir en mathématiques. Le troisième profil, constitué principalement par des élèves de LC et CT, se distancie fortement des deux autres. Cette fois-ci, « faire des mathématiques » est associé à répondre à des questions nouvelles, à faire des essais, à tester des hypothèses et à tâtonner. Il semblerait donc que ce troisième profil est plus orienté vers les démarches de résolution de problème. Par ailleurs, dans ce profil, la dimension concernant les connaissances et les formules est moins présente. En ce qui concerne les résultats du traitement des réponses des élèves de 8P, l'identification de profils d'élèves s'est révélée beaucoup moins évidente car les réponses des élèves étaient plutôt homogènes, mais nous avons pu néanmoins mettre en avant deux profils d'élèves grâce à quelques différences significatives. Des élèves capables de réinvestir des méthodes dans des problèmes du type de ceux qu'ils ont déjà expérimentés (profil 1), et des élèves plus à l'aise pour explorer de nouveaux problèmes et pour résoudre des problèmes non familiers (profil 2). Quant aux réponses des élèves au collège, leur analyse nous permet de voir que la plupart des élèves sont très scolaires, ils appliquent les méthodes que l'enseignant leur montre. Nous avons identifié ceux qui aiment chercher des réponses pas évidentes, pour qui les maths c'est tester des hypothèses, faire des essais, tâtonner (profil 1), ceux qui considèrent qu'un bon élève sait trouver ses erreurs et les corriger seul, qui sont anxieux, et aiment trouver rapidement la solution d'un problème (profil 2), et ceux pour qui un bon élève connaît les formules et la théorie, qui ont peur de ne pas toujours comprendre les nouvelles notions et pour qui faire des maths c'est résoudre des problèmes compliqués (profil 3). Les élèves du profil 1 semblent les plus prêts à la résolution de problèmes non routiniers, alors que les élèves du profil 3 devraient réussir à résoudre des problèmes du type de ceux qu'ils ont déjà expérimentés. Pour finir, nous émettons l'hypothèse que la pratique des enseignants influence et fige les croyances des élèves. C'est ce que nous cherchons à vérifier avec un plus grand nombre de réponses et des informations sur la pratique de ceux-ci.

Ainsi pour les enseignants, nous cherchons à déterminer la place et la fonction de la résolution de problèmes dans leur pratique déclarée. Dans ce but, nous avons réalisé un questionnaire discuté collectivement au sein de l'équipe DiMaGe et reprenant des items mis en avant dans la littérature sur des difficultés des élèves ou sur des croyances, des connaissances des enseignants en résolution de problèmes. Il est composé de plusieurs parties sur lesquelles nous demandons aux enseignants de se positionner selon une échelle de Likert en fréquence ou en accord, ou de proposer deux mots clés. Notons que la situation sanitaire liée au Covid-19 et la fermeture de toutes les écoles risquent de retarder fortement la poursuite de notre collecte de données et d'impacter notre calendrier.

Pour rendre compte de tous ces travaux, nous avons prévu la publication d'un livre. Nous avons déterminé le plan et certains chapitres sont en cours d'écriture. Nous avons notamment commencé une étude comparative de l'évolution de la place accordée à la résolution de problèmes dans les programmes suisses, français depuis les années 60, pour l'instant. Nous verrons dans quelle mesure nous pourrions également investiguer les programmes d'autres pays. Nous la compléterons par celle accordée dans les moyens d'enseignement romands (MER).

Des réunions régulières (environ tous les mois avec un séminaire deux jours toutes les rentrées) ont été organisées au sein de l'équipe DiMaGe et d'autres chercheurs extérieurs ont été régulièrement invités (voir la liste ci-après). En particulier, le professeur Benjamin Rott de l'université de Cologne (Allemagne) a été invité en décembre 2019. Il a fait une conférence ouverte et a également animé un

atelier d'une demi-journée pour l'équipe et nous avons pu avoir une longue séance de travail en lien avec la thèse de Stéphane Favier, qui a pu ainsi intégrer de nouvelles dimensions d'analyse dans son travail cette collaboration est amenée à se poursuivre. Un projet de résidence du prof. Rott dans notre équipe lors du semestre de printemps 2021 est en cours d'élaboration. Il sera membre du jury des thèses de Stéphane Favier et de Jana Lackova. En outre, cette dernière envisage déjà un séjour post-doctoral à Cologne.

### **Programme des invitations**

*8 novembre 2017*

- Mante Michel (Coordinateur des rédacteurs des nouveaux moyens romands) - « Aide à la résolution de problèmes » ;
- Emmanuel Sander E., Hippolyte Gros H. & Katarina Gvozdic (Equipe IDEA, Instruction, Development, Education, Acquisition of knowledge - Université de Genève) – « Une approche interprétative de la résolution de problèmes ».

*21 décembre 2017*

- Katarina Gvozdic - « Des situations aux représentations - Des élèves aux enseignants » ;
- Hippolyte Gros - « La congruence sémantique au cours des apprentissages arithmétiques ».

*6 décembre 2018*

- Marilyn Gardes (Institut des Sciences Cognitives - Marc Jeannerod – Université de Lyon) :- « Analyse des effets d'un enseignement fondé sur la recherche de problèmes ».
- Jean-Philippe Georget (Centre de recherche en sciences de l'éducation - Université de Caen) – « situations de recherche et de preuve entre pairs ».

*20 septembre 2019*

- Stéphane Clivaz et Audrey Daina (HEP Vaud) – « Connaissances des enseignants pour enseigner la résolution de problèmes" »

*23 octobre 2019*

- Caroline Lajoie (Département de mathématiques, Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques, Université du Québec à Montréal) – « Résolution de problèmes mathématiques en contexte d'enseignement au primaire : le point de vue du conseiller pédagogique »
- Catherine Houdement (Professeur émérite, Didactique des mathématiques, LDAR, Université de Rouen) – « Questions sémiotiques et enseignement des mathématiques »

*4 décembre 2019*

- Benjamin Rott (Université de Cologne, Allemagne) – « Mathematical Problem Solving – Current Findings and Needs in this Research Field ».