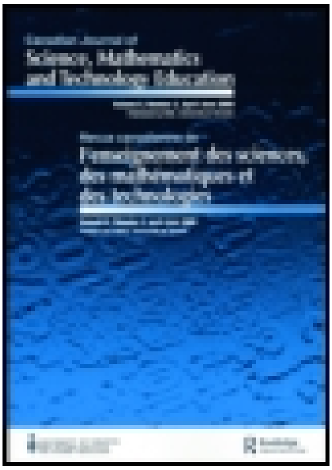

Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education
Publication details, including instructions for authors and subscription information:
http://www.tandfonline.com/loi/ucjs20

La notion de situation-problème en mathématiques au début du XXI^e siècle au Québec : rupture ou continuité ?

Caroline Lajoie[a] & Nadine Bednarz[a]
[a] Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec, Canada

Accepted author version posted online: 15 Dec 2014.Published online: 15 Dec 2014.

CANADIAN JOURNAL OF SCIENCE, MATHEMATICS
AND TECHNOLOGY EDUCATION, *00*(0), 1–36, 2015

ISSN: 1492-6156 print / 1942-4051 online
DOI: 10.1080/14926156.2014.993443

Routledge
Taylor & Francis Group

La notion de situation-problème en mathématiques au début du XXIe siècle au Québec : rupture ou continuité ?

Caroline Lajoie et Nadine Bednarz
Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec, Canada

Résumé: Une analyse historique de la résolution de problèmes au cours du XXe siècle, sous l'angle de la nature des problèmes, du rôle dévolu à cette résolution et des conseils donnés aux enseignants, nous a permis de caractériser l'évolution de ce concept pivot de l'enseignement des mathématiques au Québec et de mettre en évidence les continuités et changements qui se sont opérés au fil du temps (Lajoie et Bednarz, 2012). Nous poursuivons cette analyse pour la période récente (2000 à aujourd'hui) au regard de la nature et des caractéristiques des situations-problèmes proposées et dégageons, à cette occasion, certaines sources d'influence ayant pu interférer dans cette caractérisation. Au moment où une réforme majeure des programmes est en place dans les écoles, et ce du début de l'école primaire à la fin du secondaire, peut-on parler de rupture ou de continuité avec ce qui a été développé depuis un siècle en résolution de problèmes au Québec ?

Abstract: A historical analysis of problem solving in the 20th century, which examines the nature of the problems, the intended role of the problem-solving process, and the guidance given to teachers, allows us to characterize the development of this pivotal concept in math teaching in Quebec and highlight what has changed or remained consistent over time (Lajoie & Bednarz, 2012). We continue with this analysis by examining a more recent period (2000 to present), looking at the nature and characteristics of proposed situational problems. In doing so, we determine that there are certain influences which may have interfered with this characterization. At a time when major program reform is taking place in schools, from early primary to the end of secondary, the question is whether there is a break from or continuity with the developments in problem solving that have taken place in Quebec for over a century.

INTRODUCTION

À l'origine de notre démarche, comme nous l'écrivions dans la première partie de cette étude (Lajoie et Benarz, 2012), se trouve la préoccupation de construire une mémoire collective : comprendre un phénomène en enseignement des mathématiques suppose qu'on le replace dans son contexte et son histoire pour en cerner toute la richesse et la complexité. Une telle mise en perspective historique, rappelons-le, s'est avérée riche et instructive pour comprendre, de l'intérieur, certaines transformations qui ont pu affecter l'enseignement des mathématiques (Bednarz, 2002; Dionne et Voyer, 2009; Gispert, 2002; Lavoie, 2004). Il nous est apparu qu'un tel regard pourrait

Pour nous écrire Caroline Lajoie, Université du Québec à Montréal, CP 8888, succursale Centre-Ville, Montréal, QC H3C 3P8, Canada. E-mail: lajoie.caroline@uqam.ca

s'avérer profitable dans le cas de la résolution de problèmes, ce concept pivot de l'enseignement des mathématiques traversant l'ensemble des programmes d'études québécois depuis plus d'un siècle, à la fois dans leurs finalités et dans les moyens préconisés pour exercer cet enseignement (Bednarz, 2002; Landry, 1999). Le Québec forme un « beau cas », au sens de l'étude de cas, pour cerner un phénomène ayant joué, et jouant toujours, un rôle important : il constitue un lieu d'observation intéressant pour saisir la complexité de ce phénomène au fil du temps.

Une première étude réalisée sur les programmes et les documents pédagogiques produits au XX^e siècle nous a permis de montrer que la notion de « problème » et ses caractéristiques (les critères qui président au choix des problèmes) se sont élargies au fil du temps[1], et ce plus particulièrement dans les années 1980, où l'on assiste à une complexification des types de problèmes proposés. Ces changements, comme nous le précisions alors (Lajoie et Bednarz, 2012), sont dans une continuité, plusieurs éléments étant, comme le montrait cette analyse, repris, élargis et intégrés dans un système plus complexe.

Nous poursuivons ici la dernière étape de notre voyage, en faisant cette fois escale dans le Québec d'aujourd'hui, celui du début du XXI^e siècle, en arborant la nature et les caractéristiques de ce que l'on va nommer, dans le curriculum en place, une « situation-problème »[2].

Le passage dans la terminologie de la notion de « problème » à celle de « situation-problème » traduit-il un changement plus profond de perspective ? La notion de situation-problème est-elle en continuité ou non avec celle de « problème » développée antérieurement ? Les caractéristiques des problèmes mises en évidence sur un siècle de réformes successives (voir Lajoie et Bednarz, 2012) sont-elles celles que l'on retrouve dans les documents actuels pour caractériser les situations-problèmes ? De nouvelles caractéristiques apparaissent-elles ? L'objectif principal de cette étude, complémentaire à la précédente, vise donc à cerner les caractéristiques des situations-problèmes proposées en ce début de XXI^e siècle, de manière à pouvoir les mettre en parallèle avec les critères de choix des problèmes qui caractérisaient les époques précédentes. Cette mise en perspective historique nous permettra de mieux comprendre en quoi la notion de situation-problème se place ou non en continuité avec le travail abordé précédemment sur les problèmes, travail, rappelons-le, amorcé dès les années 1900 et bénéficiant d'un parcours de plus de 100 ans (Lajoie et Bednarz, 2012).

Après avoir situé notre démarche sur le plan méthodologique, nous reviendrons dans un premier temps sur ce qui se dégage de notre analyse au regard des caractéristiques des situations-problèmes. Une comparaison entre ces résultats et ce que nous avions mis en évidence pour les périodes précédentes, quant à la nature et aux critères de choix des problèmes proposés, nous conduira à mettre en évidence une certaine continuité, des critères de choix antérieurs étant repris et étendus, mais aussi une rupture importante avec l'apparition d'un critère nouveau au cœur du travail sur les situations-problèmes, soit celui de « complexité ». Cette rupture soulève un certain nombre d'enjeux sur le plan didactique dont nous discuterons, en nous attardant à ce critère de complexité qui caractérise le passage de la notion de problème à celle de situation-problème. Nous nous interrogerons alors, dans le cadre de cette discussion, sur les éléments qui ont pu conduire à un tel choix.

Repères méthodologiques

Cette étude s'inscrit dans une démarche qualitative/interprétative (Savoie-Zajc, 2000). Il s'agit de mieux comprendre, du point de vue des acteurs eux-mêmes[3], et non d'un point de vue critique externe, les critères qui guident, en ce début de XXI^{e} siècle, le choix des situations-problèmes proposées dans les programmes et documents pédagogiques associés.

Cette étude a été conduite sur un ensemble de documents produits au Québec et pour le Québec, comparables à ceux que nous avions retenus pour les analyses précédentes (Lajoie et Bednarz, 2012), et ce de manière à avoir un point de comparaison possible. L'analyse de documents officiels et d'articles pédagogiques destinés aux enseignants, couvrant ce début de XXI^{e} siècle, permet ce point de comparaison. Ils constituent le corpus de données à partir desquelles l'analyse a été réalisée. Ces documents sont de trois types :

- Les différents programmes d'études élaborés au Québec au début du XXI^{e} siècle (appelés *Programmes de formation de l'école québécoise*), et ce dans un souci d'implantation progressive de ceux-ci : 2001 pour le programme du primaire; 2003 pour le programme du 1er cycle du secondaire; 2005 pour le programme du 2e cycle du secondaire. Ces derniers permettent de situer les orientations données globalement à l'enseignement des mathématiques à l'école, et en particulier à la résolution de situations-problèmes.
- Des documents pédagogiques (*Prototypes d'épreuves*, MELS, 2008) s'adressant aux enseignants, dans lesquels sont en quelque sorte explicitées les idées sous-jacentes aux programmes à l'égard de la résolution de situations-problèmes.
- Des articles parus au Québec dans des revues s'adressant aux enseignants qui constituent une autre source importante de données pour capter les réflexions et choix retenus autour de la résolution de situations-problèmes (Corbeil, Pelletier et Pallascio, 2001; Mary et Theis, 2007; Pallascio, 2005; Theis, Giguère, Martin et Myre Bisaillon, 2009). En ciblant des revues professionnelles qui s'adressent aux enseignants, le choix a été fait de retenir, pour cette analyse, non pas des articles de recherche mais bien des documents pédagogiques, complémentaires au programme et susceptibles de faire apparaître et expliciter, *pour des enseignants,* des balises[4] guidant le choix des situations-problèmes.

Sur le plan méthodologique, le choix de ces trois types de documents (*Programmes de formation de l'école québécoise*, documents pédagogiques associés, articles pédagogiques parus dans des revues s'adressant aux enseignants) est cohérent avec celui que nous avions fait pour le corpus des périodes précédentes. Cette cohérence, rappelons-le, est centrale puisqu'elle permet d'avoir un point de comparaison.

Une analyse émergente (au sens de Blais et Martineau, 2006), croisant ces différentes sources, nous a permis de faire ressortir différents critères susceptibles de guider le choix et la conception de situations-problèmes par les acteurs humains qui auront à travailler sur celles-ci (auteurs de manuels, conseillers pédagogiques, enseignants, concepteurs de l'évaluation)[5].

Avant de revenir sur les résultats qui ressortent de l'analyse de ces différents documents, il nous apparaît important de préciser minimalement le contexte global dans lequel a pris place la réforme en cours.

L'APPARITION DE LA NOTION DE SITUATION-PROBLÈME : UNE MISE EN CONTEXTE

> L'élève peut apprécier la contribution de la mathématique dans différentes sphères de l'activité humaine et dans sa vie quotidienne s'il comprend davantage les possibilités que lui offre la mathématique

> lorsqu'il est confronté à une situation-problème. Il est à même de noter l'utilité de cette discipline, car elle lui permet de réaliser des tâches qui seraient, sans elle, difficiles à exécuter. (MEQ, 2000, p. 200)[6]

Le Québec du début du XXI^e siècle est marqué au plan scolaire par une certaine effervescence d'idées mise en branle, dès 1995-1996, par les États Généraux sur l'Éducation. Cette vaste consultation de la population, lors de rencontres tenues partout au Québec, est l'occasion de mettre en évidence plusieurs insatisfactions à l'égard du système éducatif, notamment à travers le constat du décrochage de beaucoup de jeunes du système scolaire, le peu de valorisation de la formation professionnelle, le rôle des parents et de la communauté plus large, la place de la culture, etc. (voir MEQ, 1996). Elle va conduire à réinterroger la mission et les finalités de l'école : si « dans les années 60 on voulait, dans la foulée du rapport Parent, démocratiser l'accès à l'école, *on veut cette fois démocratiser la réussite à l'école* » (Dionne, 2007, p. 12).

Ce mouvement de démocratisation de la réussite va prendre la forme plus spécifique de programmes mettant l'accent sur le développement de compétences[7], rejoignant en cela plusieurs réformes curriculaires à travers le monde (voir notamment Abrantes, 2004 pour le Portugal; Baeten et Schneider, 2012 pour la Belgique; Ettayebi, Operti et Jonnaert, 2008; Kahn, 2010 pour la France; Schneider, 2007). C'est dans ce contexte particulier qu'apparaît la notion de « situation-problème » dans le *Programme de formation de l'école québécoise*, plus précisément par le biais d'une des trois compétences disciplinaires, soit « résoudre une situation-problème » (les deux autres étant « déployer un raisonnement mathématique »[8] et « communiquer à l'aide du langage mathématique »).

Cette mise en contexte du curriculum dans lequel a pris place la notion de situation-problème étant introduite, nous entrerons maintenant dans ce qui se dégage de l'analyse des différents documents au regard de la nature et des caractéristiques de ces situations-problèmes.

NATURE ET CARACTÉRISTIQUES DES SITUATIONS-PROBLÈMES

Rappelons ici l'enjeu de cette analyse. Il s'agit de cerner les balises qui délimitent ces situations-problèmes, leurs critères de choix (pour ceux qui ont à en faire usage, en particulier les enseignants), et ce de manière à permettre une comparaison avec les critères de choix des problèmes qui présidaient aux périodes précédentes. Pour mettre en évidence ces balises, nous avons dû prendre en compte le fait que cette notion a été reformulée, voire modifiée, au fil de la construction du *Programme de formation de l'école québécoise* aux différents niveaux scolaires (du préscolaire à la fin du secondaire), une construction, rappelons-le, qui s'est étalée sur plus de 10 ans (voir à ce sujet Lajoie et Bednarz, 2012).

Notre analyse reprend donc ce développement, en mettant d'abord en évidence les caractéristiques et les ajustements ou changements dans son interprétation. Nous reviendrons ensuite sur ces caractéristiques au regard de celles dégagées à propos des problèmes (Lajoie et Bednarz, 2012), faisant ainsi ressortir des continuités mais aussi une rupture[9] avec les périodes précédentes. Finalement, cette rupture sera discutée plus à fond à partir d'un exemple pour montrer les enjeux didactiques qu'elle soulève.

Caractéristiques des situations-problèmes émergeant de l'analyse des différents documents

Au début du XX[e] siècle, l'expression « situation-problème » prend (presque complètement) la place du mot « problème » dans le *Programme de formation de l'école québécoise*, du moins dans la partie consacrée au domaine des mathématiques. En effet, alors qu'une des compétences transversales d'ordre intellectuel est « résoudre des problèmes », aucune des trois compétences spécifiques du domaine des mathématiques ne concerne la résolution de « problèmes » à proprement parler. La résolution de « situations-problèmes » est toutefois au cœur de la première compétence du programme, soit : « résoudre une situation-problème ». Il y a bien là, sur le plan terminologique tout au moins, une volonté marquée de changement.

Pourtant cette expression « situation-problème » n'est pas complètement nouvelle dans les documents ministériels du Québec. Elle apparaît en effet, dans les années 1980 et 1990, dans le document pédagogique sur la résolution de problèmes (MEQ, 1988) et dans le programme d'études du secondaire (MEQ, 1993, 1994)[10]. Dans le premier cas, elle y est considérée comme une expression équivalente à « problème » ou encore à « situation problématique » (MEQ, 1988, p. 12). Dans le deuxième cas, elle apparaît dans le libellé d'un des quatre objectifs globaux, soit « gérer une situation-problème », mais elle ne se retrouve pas ailleurs dans le contenu ultérieur de ce programme et aucune remarque ne permet de la distinguer d'un « problème ». Cette notion de situation-problème prend au contraire toute la place en ce début du XXI[e] siècle. Mais que recouvre une telle notion ? Qu'en est-il des balises suggérées pour caractériser ces situations-problèmes, balises susceptibles de venir cadrer les situations proposées aux élèves ?

Une première balise : des caractéristiques définies par contraste avec d'autres types de situations (exercice, situation d'application)

Dans le programme du primaire (MEQ, 2001), un premier paragraphe vient préciser (partiellement) le sens attribué à l'expression situation-problème, et ce par contraste avec un exercice dit d'application :

> *L'objectif visé ne saurait être traité d'emblée car il ne s'agit pas d'un exercice d'application.* Sa quête suppose, au contraire, raisonnement, recherche et mise en place de stratégies mobilisant des connaissances. Aussi la résolution de situations-problèmes en mathématique engage-t-elle l'élève dans une suite d'opérations de décodage, de modélisation[11], de vérification, d'explication et de validation (. . .). (MEQ, 2001, p. 126)

On retrouve ici un propos développé antérieurement à propos de la notion de problème dans sa distinction avec un exercice, et qui n'est donc pas propre à la situation-problème (voir à ce sujet Lajoie et Bednarz, 2012). Une autre différence va aussi émerger progressivement, entre situation-problème et problème d'application. Là encore on retrouve un propos développé antérieurement. Cette distinction se retrouve en effet dans ce que Lukenbein (1984–1985) nomme « une conception évoluée du problème » et « une notion conventionnelle du problème ». Dans le second cas, les problèmes mettent l'accent sur un contenu mathématique connu, une règle, une technique à appliquer, à mettre en pratique. Dans le premier cas, les problèmes déclenchent un comportement de recherche, exigent du temps, sont conçus comme étant continuellement en développement, stimulent un processus de questionnement (Lukenbein, 1984–1985). Cette distinction entre problème et exercice, ainsi qu'entre différentes conceptions du problème, était donc bien déjà présente aux époques antérieures, comme le montrait l'analyse que nous avions réalisée des programmes et documents pédagogiques associés (Lajoie et Bednarz, 2012).

L'analyse des différents documents officiels en ce début de XXI[e] siècle (MELS, 2003, 2005; MEQ, 2001) met cependant en évidence un certain élargissement de cette distinction. Les balises énoncées (raisonnement, recherche et mise en place de stratégies sollicités; engagement dans une suite d'opérations de décodage, modélisation, vérification, explication, validation; voir MEQ, 2001) rejoignent en effet l'idée d'une situation qui mobilise un processus de recherche, engage l'élève dans un processus de décodage non immédiat, de modélisation. Au plan institutionnel, cette différence ne cible donc pas, contrairement à ce qui était le cas dans le programme de 1980, un enjeu de construction de connaissances nouvelles (Lajoie et Bednarz, 2012). Des nuances vont apparaître autour de cette distinction, dans les réflexions amenées par Pallascio (2005) dans un article destiné aux enseignants, à travers plusieurs dimensions (voir Tableau 1), soit : la place de ces situations dans un projet d'apprentissage, leur finalité, les capacités qu'elles requièrent et le rôle de l'élève. Fait remarquable, dans cette tentative de clarification, Pallascio remet de l'avant la construction de connaissances nouvelles, présente dans les années 1980 et évacuée de l'énoncé institutionnel (MEQ, 2001). On sent, dans ce qui précède, l'oscillation que l'on retrouvera par la suite (décrite dans la section qui suit) entre une situation-problème attachée à la construction de connaissances mathématiques nouvelles (présente chez plusieurs didacticiens, dont Pallascio, 2005; voir aussi Mary et Theis 2007) et l'idée d'un objectif non atteint d'emblée qui doit engager l'élève dans un véritable processus de recherche (présent dans les documents ministériels).

TABLEAU 1
Caractéristiques d'une situation-problème par différenciation avec celles de problème d'application

	Situations-problèmes	Problèmes d'application
Temps didactique	Au début de la séquence d'apprentissage	À la fin de la séquence d'apprentissage
But	Introduire de nouvelles connaissances	Utiliser et entraîner les nouvelles connaissances
Démarche	Conception d'une stratégie	Application d'une stratégie
Rôle de l'élève	Chercheur	Exécutant
Qualités requises	Créativité, intuition, analyse, synthèse, etc.	Rigueur, précision
Capacités visées	Capacités globales (p. ex. : détecter les informations pertinentes)	Capacités disciplinaires
Occasion pour...	Agir sur les compétences transversales : questionnement, doute, pensée critique, réflexion, autonomie, etc.	Agir sur les compétences spécifiques : renforcement des compétences disciplinaires...

Source: (Pallascio, 2005, p. 33).

Comment ces premières balises (énoncées précédemment) vont-elles migrer dans les textes ultérieurs produits pour le secondaire, trois ans et cinq ans plus tard ? Ces balises apparaîtront explicitement dans le programme du second cycle du secondaire (MELS, 2005, p. 19), tout comme dans celui du premier cycle :

> La situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage; l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage; le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement. (MELS, 2003, p. 240)

La distinction avec une situation d'application y sera réaffirmée; le caractère nouveau de la situation proposée, au regard de ce qui a été vu et appris en cours, sera clairement énoncé, ainsi que le fait qu'elle implique une recherche et mise en place de stratégies et le recours à un modèle mathématique.

La précision que l'on retrouvera dans le programme du second cycle relativement aux situations devant être utilisées pour l'évaluation de la compétence à résoudre des situations-problèmes mathématiques, introduit une autre caractéristique de ces situations pour les distinguer de situations d'application : « ce sont celles dont le traitement oblige à faire appel à une combinaison nouvelle de concepts et de processus appris[12] antérieurement » (MELS, 2005, p. 17). Le document d'information lié au *Prototype d'épreuve mathématique*, proposé dans le cadre de l'évaluation de cette compétence, va dans le même sens :

> La démarche pour arriver à la solution n'est pas immédiatement évidente, puisqu'elle exige le choix et la combinaison non apprise d'un nombre significatif de concepts et de processus dont l'apprentissage figure au programme de mathématique; les consignes ne donnent d'indications ni sur la démarche à suivre ni sur les savoirs essentiels à exploiter. (MELS, 2008, p. 7)

Autrement dit, les balises prennent des formes différentes selon la place qu'occupent les situations-problèmes dans une séquence d'apprentissage : des situations qui peuvent servir d'amorce à un apprentissage, utilisées en cours d'apprentissage ou en fin de séquence dans un contexte d'évaluation. Dans ce dernier cas, les concepts ou processus mobilisés dans la situation peuvent avoir été appris, travaillés antérieurement, mais ce qui en fait une situation-problème est le recours à une combinaison de ces concepts ou processus qui, elle, doit être nouvelle.

Une première distinction caractérisant les situations-problèmes rappelle ainsi celle entre *problème* et *exercice* et celle entre différents types de problèmes (Lajoie et Bednarz, 2012). Cette distinction est toutefois *étendue,* pour prendre en compte les processus et pas seulement les connaissances.

Mais au-delà de cette distinction, comment se caractérise une situation-problème ? Notre analyse nous laisse voir une certaine variation dans les indicateurs utilisés pour la définir au plan institutionnel, laissant place à de multiples interprétations.

Des balises qui oscillent au fil du temps

Le sens de l'expression situation-problème dans les documents institutionnels change d'un document à l'autre. À titre d'exemple, les extraits suivants illustrent bien une oscillation entre plusieurs balises (que nous dégageons à mesure) permettant de délimiter une situation-problème. Ainsi, dépendant des documents, les balises pouvant guider le choix ou la conception de situations-problèmes, à partir desquels peuvent être pensées les situations, sont :

- Trouver un défi véritable pour l'élève mais anticiper en même temps que l'engagement dans la situation doit être accessible à l'élève : « représenter un défi à la portée de l'élève (...) » (MEQ, 2001, p. 126).
- Un obstacle à identifier autour duquel est pensée la situation : « être organisées autour d'obstacles à franchir, à propos desquels l'élève formule des conjectures (...) » (MELS, 2003, p. 237); « être organisées autour d'obstacles à franchir, ce qui fait naître un processus

de questionnement qui commande de mettre en place différentes stratégies » (MELS, 2008, p. 7).

- Susciter un conflit cognitif, un élément guidant l'aménagement de la situation, ou des liens sollicités par la situation : « Dans tous les cas, elles doivent susciter un conflit cognitif ou un besoin de résolution, permettre l'intégration de différents savoirs ou se prêter à l'exploitation de liens qui favorisent le transfert des apprentissages (...) » (MELS, 2005, p. 19).

Ces extraits traduisent une variation autour de la notion de situation-problème : d'une définition articulée sur l'idée d'un *défi à relever* par les élèves (pour le programme du primaire en 2001) à l'idée d'*obstacle à franchir* (présente en 2003 et qui revient en 2008), ou encore à l'idée de conflit cognitif à solliciter (présente en 2005 et que l'on peut *a priori* mettre en lien avec celle d'obstacle). On y renvoie également à une intégration de savoirs ou à l'exploitation sollicitée de liens (MELS, 2005). Cette variation est aussi visible dans la manière dont on réfère à la notion d'obstacle ou de conflit cognitif : associée à la formulation possible de conjectures (MELS, 2003), à un besoin de résolution (2005) ou encore à un processus de questionnement (2008). Non seulement ces extraits ne réfèrent-ils pas à l'obstacle de la même manière, mais il n'est pas possible à leur lecture de dégager le sens de ce que recouvre le terme « obstacle ». En lisant entre les lignes, compte tenu de la manière dont la notion d'obstacle est présentée (c.-à-d. pour faire naître un processus de questionnement), on pourrait même en venir à penser qu'un obstacle à franchir consiste en fait en un défi à relever[13]. En fait, aucune précision n'est donnée dans les documents officiels consultés quant au sens du mot « obstacle ».

Les définitions que l'on retrouve dans les différents documents officiels (MELS, 2003, 2005, 2008; MEQ, 2001) semblent ainsi laisser place à différentes caractérisations, faisant ressortir le caractère polysémique de cette notion.

Les trois énoncés suivants (Figures 1, 2 et 3), tirés de guides d'accompagnement de manuels scolaires du secondaire et pris ici à titre illustratif[14], viennent appuyer la variation de cette notion de situation-problème (pour ceux qui ont à l'utiliser) à travers les multiples interprétations auxquelles elle semble renvoyer:

Situation-problème

La situation-problème est un élément déclencheur comportant une seule question qui est accompagnée de pistes d'exploration. Ces pistes servent à mieux cerner la question. La résolution de la situation-problème nécessite le recours à plusieurs compétences et à différentes stratégies, et mobilise des connaissances.

FIGURE 1 Extrait de *Panoramath. Source:* Cadieux, Gendron et Ledoux, 2005, p. IX.

Dans le premier énoncé (Figure 1), la situation-problème est vue comme un élément déclencheur (elle est accompagnée de pistes d'exploration) et se rapproche de l'idée de situation pédagogique que l'on retrouvait dans le programme de 1970 (voir Lajoie et Bednarz, 2012). Dans le deuxième cas (Figure 2), la situation-problème est organisée autour du franchissement d'un obstacle, conduisant à de nouveaux apprentissages, une balise qui n'était pas présente dans le premier cas (Figure 1) mais qui se retrouve dans les documents institutionnels destinés au secondaire. Le sens du mot obstacle y est toutefois là encore non explicité. Dans le troisième

LES SITUATIONS-PROBLÈMES 1, 2 ET 3

Les situations-problèmes constituent le cœur du travail des élèves. Chaque dossier leur en propose trois à résoudre. Il s'agit de situations plus ou moins complexes, liées au dossier en cours et qui présentent un obstacle que les élèves pourront ou non franchir. Pour trouver la ou les solutions, les élèves devront tenter différentes stratégies et faire de nouveaux apprentissages. C'est dans les séquences d'activités des sections Zoom sur... que les notions visées par les situations-problèmes seront approfondies. Après avoir réalisé ces activités et ces exercices, les élèves devront revenir aux situations-problèmes du dossier et les résoudre.

FIGURE 2 Premier extrait de *Perspective mathématique. Source:* Guay, Hamel et Lemay, 2005, p. V.

énoncé (Figure 3), l'idée d'obstacle n'est plus présente et la situation-problème est vue comme une occasion d'élaboration de stratégies, de réinvestissement de nouvelles connaissances.

EURÊKA ! OU LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

La section Eurêka ! a pour principal objectif de développer la première compétence disciplinaire, soit celle de résoudre une situation-problème. Elle débute par une bande dessinée intitulée Rencontre avec..., qui présente des personnages historiques s'étant démarqués par leur habileté à résoudre des situations-problèmes. Vient ensuite la page Les mathématiques et moi, qui amène les élèves à prendre conscience des attitudes et des habiletés qu'ils et elles doivent acquérir pour développer leur propre compétence à résoudre des situations-problèmes. Finalement, la Banque de situations-problèmes composée de quatre situations à résoudre offre l'occasion aux élèves d'élaborer des stratégies et de réinvestir leurs nouvelles connaissances.

FIGURE 3 Deuxième extrait de *Perspective mathématique. Source:* Guay *et al.*, 2005, p. VI.

Au-delà de ces premières balises (qui traduisent donc une polysémie, on le voit dans ce qui précède), quels sont les critères explicités dans les documents analysés, susceptibles de guider le choix (et la construction) des situations-problèmes ?

Des situations contextualisées

Selon le *Programme de formation de l'école québécoise*, « une situation-problème se caractérise aussi par le fait qu'elle est contextualisée » (MEQ, 2001, p. 126). À quoi réfère dans ce cas plus précisément cette contextualisation ? Dans le programme du primaire, il est spécifié que les situations-problèmes portent tantôt sur des questions *pratiques* issues de situations réelles ou réalistes, tantôt sur des questions *purement mathématiques* (MEQ, 2001, p. 126). On ne trouve donc pas ici de référence explicite aux contextes fantaisistes présents dans le programme de 1980 (Lajoie et Bednarz, 2012)[15]. Dans les programmes du 1er et du 2e cycle du secondaire, par contre, les types de contextes évoqués, qui correspondent grosso modo à ceux que l'on retrouvait dans le *Fascicule K* (MEQ, 1988), incluent les contextes fantaisistes :

> Leur objet renvoie à des situations pratiques plus ou moins familières, réelles ou fictives, réalistes ou fantaisistes, ou encore purement mathématiques. (MELS, 2003, p. 237)

Force est d'admettre toutefois que, dans ces programmes du secondaire, un accent fort est donné de manière explicite aux contextes réels, ou du moins réalistes, comme en témoigne l'extrait suivant :

> [S]i la spécificité de la mathématique, comme langage et comme outil d'abstraction, exige de traiter de façon abstraite les relations entre les objets ou les éléments de situations, son enseignement au secondaire est plus efficace lorsqu'il prend appui sur des objets concrets ou des éléments de situations tirées de la réalité. (MELS, 2003, p. 232)

En fait, dans les programmes du secondaire, et ce dès les premières lignes de présentation de la discipline mathématique, on insiste sur le fait que les mathématiques se trouvent dans une multitude d'activités de la vie courante. Les mathématiques y sont même présentées comme un moyen d'« appréhender la réalité », et les connaissances mathématiques comme une occasion d'enrichir sa vision du monde (MELS, 2003, p. 231). Dans le programme du primaire, on ne sent pas ce même accent sur les contextes réalistes.

> La compétence à résoudre des situations-problèmes est une démarche de l'esprit exploitée dans un très large éventail de situations. Sur le plan pratique, on y a spontanément recours pour trouver réponse à différents défis de la vie quotidienne. Sur le plan plus abstrait, elle s'avère un outil intellectuel puissant au service du raisonnement et de l'intuition créatrice. Elle sert aussi bien celui dont l'objectif est de comprendre ou de dénouer des énigmes théoriques et conceptuelles que le statisticien dont les travaux ont des retombées pratiques immédiates. Toute proportion gardée, elle est pareillement utile à l'élève à qui l'on demande de trouver une façon d'établir le nombre d'objets dans une collection ou de calculer la surface d'un rectangle. (MEQ, 2001, p. 126)

De plus, non seulement fait-on référence dans les programmes du secondaire aux types de contextes que l'on retrouvait précédemment (réels, réalistes, fantaisistes, purement mathématiques), mais on énumère aussi en quelque sorte des contextes plus larges à l'intérieur desquels les situations d'apprentissage (incluant les situations-problèmes) peuvent être situées :

> Elles [toutes les activités proposées aux élèves, incluant les situations-problèmes] sont inspirées des autres disciplines, de l'environnement de l'élève, des domaines généraux de formation [santé et bien-être, orientation et entrepreneuriat, environnement et consommation, médias, vivre-ensemble et citoyenneté] ou du contexte historique dans lequel a évolué la mathématique. (MELS, 2003, p. 237)

Ainsi, dans les programmes des années 2000, on voit poindre, en lien avec les contextes, une insistance plus grande sur les contextes réalistes et l'importance de recourir à des macro-contextes, soit aux domaines généraux de formation. D'autres caractéristiques vont également venir délimiter les situations-problèmes choisies.

Des situations signifiantes et complexes

La *complexité*[16] des situations-problèmes apparaît de manière explicite dans les programmes du secondaire et semble être un aspect particulièrement important à considérer dans le choix des situations proposées aux élèves. Dans le programme du premier cycle, par exemple, la section « contexte pédagogique » s'amorce par une sous-section intitulée : « des situations d'apprentissage et d'évaluation ouvertes sur la complexité » (MELS, 2003, p. 237). Le programme du 2e cycle est encore plus explicite à ce propos, mais cette fois la complexité va de pair avec le caractère *signifiant* des situations.

L'enseignant y est en effet encouragé à privilégier des situations à la fois *signifiantes* et *complexes* encourageant l'élève « à être actif, à mobiliser son bagage expérientiel et à l'enrichir par de nouveaux savoirs mathématiques », dans un but avoué d'*optimiser l'apprentissage* (MELS, 2005, p. 14). Les qualificatifs *signifiantes* et *complexes* y sont définis comme suit : « [u]ne situation est dite signifiante lorsqu'elle touche l'élève dans ses préoccupations, pique sa curiosité et l'invite à la réflexion » (MELS, 2005, p. 14); tandis qu'« [u]ne situation est complexe lorsqu'elle mobilise l'ensemble des composantes d'une compétence, représente un défi intellectuel, suscite un conflit cognitif, favorise la prise de risques et se prête à plus d'une démarche » (MELS, 2005, p. 14).

Si aucune balise n'est spécifiée en ce qui a trait au caractère signifiant des situations, sinon le fait qu'elles s'inspirent des domaines généraux de formation (MELS, 2005, p. 34), un très grand nombre de balises sont identifiées pour délimiter la complexité des situations d'apprentissage et d'évaluation (incluant les situations-problèmes) proposées aux élèves. Ces balises (MELS, 2005, p. 15 et 24) ont trait :

- au degré de familiarité de l'élève avec le contexte, la tâche à accomplir ou les ressources à mobiliser;
- aux exigences en termes de décodage (la quantité de contraintes à respecter et de données ou de variables à traiter et le niveau d'abstraction exigé de l'élève pour s'approprier la situation);
- aux exigences au plan de la solution (les stratégies à mobiliser pour l'élaboration d'un plan de solution, sa réalisation et sa validation, la spécificité des modèles requis, les types de registres de représentation sollicités et les passages entre ces registres, la quantité et la nature des étapes à franchir pour élaborer la solution, la nature et la forme du résultat attendu ou potentiel, le degré d'autonomie exigé de l'élève);
- à l'étendue des concepts et des processus à mobiliser, à la nature des liens sollicités entre les champs mathématiques ou entre les concepts et processus d'un même champ, c'est-à-dire à la présence de liens interdisciplinaires ou intradisciplinaires.

Il est à noter que le programme du primaire, contrairement à ceux du secondaire, n'encourage pas explicitement l'enseignant à recourir à des situations *complexes*. Cependant, certaines attentes de fin de cycle, soit celles en lien avec l'adéquation des données, le recours à différents modes de représentation (soit des objets, dessins, etc.), le nombre d'étapes que comporte la solution et la validation de la solution (MEQ, 2001, p. 127) concernent implicitement la *complexité* des situations-problèmes proposées à l'élève. Nous sommes toutefois ici assez loin des balises très précises fournies à l'enseignant du 2e cycle du secondaire pour délimiter la complexité des situations-problèmes proposées (MELS, 2005, p. 15 et 24).

Cette insistance mise sur la complexité guide donc le choix des situations proposées mais leur gradation n'est pas directement guidée par cette balise, comme le montre l'extrait suivant :

> Ces paramètres n'évoluent pas nécessairement de façon linéaire. Des allers-retours sont donc souhaitables entre le simple et le complexe, entre le concret et l'abstrait ou entre le qualitatif et le quantitatif. (MELS, 2005, p. 15)

Pourtant, on sent aussi qu'au fil de la scolarité, les situations doivent se complexifier (MELS 2003, p. 240). D'ailleurs, il est écrit explicitement que le développement de la compétence à résoudre des situations-problèmes « suppose une progression dans la construction de l'édifice mathématique ainsi que dans la complexité des situations-problèmes proposées » (MELS, 2005, p. 24).

En ce qui a trait spécifiquement au caractère *signifiant* des situations, l'enseignant du primaire est encouragé à proposer des situations-problèmes qui suscitent l'intérêt et l'adhésion de l'enfant pour l'inciter à élaborer une solution (MEQ, 2001, p. 126) et celui du secondaire, à proposer des situations qui rejoignent l'élève et l'engagent dans la résolution et la réflexion. Aussi, l'intention ici semble moins liée, comme c'était le cas antérieurement[17], à chercher à s'adapter à l'enfant, à le rejoindre dans son monde (1945/1969), ou encore à stimuler positivement l'affectivité des élèves (années 1980), qu'à le stimuler intellectuellement de manière à ce qu'il s'implique dans la recherche d'une solution.

Continuité ou rupture avec les périodes précédentes : retour sur les caractéristiques qui se dégagent de l'analyse

L'analyse des programmes et documents pédagogiques traversant un siècle de réformes (1904/1999) mettait en évidence des modifications importantes dans les caractéristiques des problèmes (Lajoie et Bednarz, 2012) sans que pour autant celles-ci ne marquent une rupture. Nous reprenons partiellement ces caractéristiques au fil de la comparaison avec ce qui ressort de notre étude, pour bien mettre en évidence les changements qui apparaissent en ce début de XXI^e siècle.

Certaines caractéristiques d'une situation-problème se placent davantage que d'autres dans une continuité avec ce qui précède, même si leur sens, comme nous le verrons, s'en trouve modifié, élargi. Toutefois, comme nous le verrons, le passage de la notion de problème à celle de situation-problème est marqué par une rupture importante. Nous revenons dans un premier temps sur les critères de choix qui se placent en continuité, puis sur ceux qui ont été mis de côté, et enfin sur le critère qui marque une rupture importante, soit celui de complexité.

Des continuités avec les critères de choix des problèmes des époques précédentes

Très tôt, *la notion de problème a été distinguée de celle d'exercice* (Lajoie et Bednarz, 2012). On trouve ainsi des exercices oraux et écrits, ainsi que des problèmes oraux et écrits, dans les manuels des années 1950 et 1960. On met en garde explicitement l'enseignant contre le danger de confondre les deux dans les années 1980 et 1990. Une telle distinction est reprise, comme nous l'avons vu, avec le *Programme de formation de l'école québécoise* des années 2000. Cette distinction traverse ainsi du XX^e au XXI^e siècle. Elle rejoint les propos tenus par plusieurs didacticiens (Arcavi et Friedlander, 2007; Charlot, 1978; Glaeser, 1973; Hitt, 2004). Les différents documents analysés ne vont toutefois pas très loin dans cette distinction qui nécessiterait une analyse plus fine. En effet, les exercices en mathématiques ne représentent pas une entité monolithique, comme le montre bien la typologie de différents types d'exercices développée par Glaeser (1973).

La notion de problème, par ailleurs, apparaît très tôt dépasser celle de problème écrit usuel (Lajoie et Bednarz, 2012) et est appelée à jouer un rôle d'amorce à l'apprentissage dès les années

1970. Une ouverture sur d'autres situations était pourtant déjà perceptible en 1948 : on parle alors de situations non restreintes aux problèmes des manuels, d'utilisation des événements de la vie, de problèmes oraux[18]. Par contre, cette orientation devient encore plus clairement explicite dans les années 1980. Les années 1970 jouent probablement un rôle intermédiaire dans cette ouverture. Le mot problème est en effet associé à celui de situation, pas dans le sens qui lui sera attribué plus tard par les didacticiens (Brousseau, 1983), mais dans le sens de situation pédagogique servant en quelque sorte à motiver l'introduction de concepts, propriétés mathématiques ou l'exploration de faits mathématiques. On retrouve cette même idée dans la notion de situation-problème (décrite dans les sections précédentes).

Très tôt également, on sent le besoin de considérer différents types de problèmes[19] (Lajoie et Bednarz, 2012). Ainsi dans les années 1950-1960, on sollicite l'utilisation de deux catégories de problèmes: les problèmes pratiques[20] et ceux qui forcent l'analyse, attachés davantage à une visée de formation[21]. Dans les années 1970, on parle de problèmes divergents et d'autres, convergents. Au cours des années 1980-1990, on distingue les problèmes donnant lieu à un réinvestissement de connaissances déjà acquises et les problèmes donnant lieu plutôt à la création de connaissances nouvelles. Ce même type de distinction est repris, dans les années 2000, à propos des situations-problèmes et situations d'application, en étendant celle-ci de manière à prendre en compte aussi les processus impliqués et non seulement les connaissances (tel qu'expliqué ci-haut). Cette réflexion traverse ainsi différentes périodes. Elle rejoint là encore les propos tenus par plusieurs didacticiens sur la distinction entre une conception classique de la notion de problème, souvent associée à une simple application de connaissances théoriques déjà acquises, et ce que Lukenbein nomme une « conception évoluée du problème »; d'autres parlent de problèmes ouverts, de problèmes de recherche, faisant appel à des démarches graduelles de compréhension, de formulation d'hypothèses, de systématisation, stimulant un processus de questionnement (Arsac, Germain et Mante, 1991; Brousseau, 1989, 1998; Lukenbein, 1984–1985).

L'idée de rejoindre l'intérêt de l'élève dans le choix des problèmes et situations-problèmes proposés *traverse elle aussi les époques et se concrétise sous des formes diverses*, à différentes époques (Lajoie et Bednarz, 2012). Elle se traduit ainsi par le recours à des problèmes variés (à l'intérieur d'un même registre pratique) dans la période 1904-1945; par un souci de rester dans le monde qui touche l'enfant dans la période 1948-1959 (on va suggérer différentes pistes en ce sens : en partant de son milieu, en mettant à profit son instinct d'imitation, en étant à l'affût d'événements, en l'impliquant dans l'énoncé de la situation[22], etc.). On parle de problèmes motivants (en donnant toutefois peu d'indices sur ce que sont de tels problèmes) dans les années 1980-1990; on parle de situations-problèmes signifiantes dans les années 2000, qui sont celles qui touchent l'élève dans ses préoccupations, piquent sa curiosité et l'invitent à la réflexion (tel qu'expliqué ci-haut). Toutefois l'analyse plus fine de cette caractéristique au fil du temps montre que l'intention sous-jacente ne renvoie pas aux mêmes raisons.

Ainsi, d'une intention qui vise avant tout à éviter la monotonie, l'ennui, qui jouera essentiellement sur une variété de contextes pratiques (1904-1945), on passe à un souci de s'adapter à l'enfant (1948-1959) qui jouera à la fois sur les données proposées (des données qui disent quelque chose à l'enfant), sur un type de situation non restreinte au problème écrit en mots (simulation en classe, activité s'articulant sur un événement qui passe, énoncé impliquant l'enfant, etc.) et sur la difficulté du problème (proportionnée à l'âge de l'enfant). L'intention dans les années 1980-1990 semble davantage celle de prendre en compte l'aspect affectif lié à la résolution de problèmes, en stimulant celle-ci. Dans les années 2000, l'intention semble moins liée à s'adapter à l'enfant, à le rejoindre dans son monde ou à stimuler positivement l'affectivité des élèves, comme c'était le cas précédemment, qu'à le stimuler intellectuellement (en piquant sa curiosité) de manière à ce qu'il s'implique dans la recherche d'une solution. On sent un peu ici l'idée de la dévolution (Brousseau, 1983), sans que cette dernière ne soit réellement explicite ni sans doute connue des concepteurs du programme. L'idée de rejoindre l'intérêt de l'enfant traverse donc toutes les époques sans que cette idée ne traduise les mêmes choses pour autant. De plus l'analyse met en évidence que les balises explicites en ce sens développées entre 1948 et 1959 laissent la place à des balises de plus en plus floues (puisqu'on ne précise plus clairement d'indices de situations susceptibles de susciter cet intérêt chez l'élève).

Le contexte est un autre aspect important dans le *Programme de formation de l'école québécoise* des années 2000. Il constitue l'une des caractéristiques des situations-problèmes proposées : on parle en effet de situation contextualisée (tel qu'expliqué ci-haut). Une telle caractéristique se place en continuité avec ce qui était proposé au cours des réformes précédentes, même si le sens associé à « contexte » se trouve quelque peu élargi.

À partir des années 1980, on assiste à une explosion des problèmes pouvant être proposés aux élèves. Des liens avec la réalité dans les critères de choix de problèmes sont ainsi présents à chacune des périodes, mais la réalité dont on parle n'est toutefois pas conçue de la même façon: entre des problèmes exacts et vrais dans leurs données, ceux rejoignant l'intérêt de l'enfant (situations familières, événements, voire jeux...), puis ceux à contextes réels et réalistes et de domaines généraux de formation, la marge est grande.

Ainsi, alors qu'aucune *curiosité* ou aucun énoncé *fantaisiste* n'étaient tolérés auparavant et que seuls les problèmes en rapport avec la vie réelle de l'enfant étaient alors jugés pertinents (on parle entre 1904 et 1945 de problèmes pratiques, en rapport avec la vie réelle de l'élève, exacts et vrais dans leurs données; ces mêmes problèmes pratiques occupent une place importante entre 1948 et 1959), les problèmes à contexte fantaisiste et ceux à contexte purement mathématique trouvent leur place dans les années 1980-1990, comme le montrent les exemples suivants :

Contexte fantaisiste

Un professeur spécial donne à ses élèves 1 minute de récréation la première journée de classe, 2 minutes la deuxième, 4 minutes la troisième, 8 minutes la quatrième (...) Combien de minutes de récréation auront-ils à la fin de la deuxième semaine de classe ? (MEQ, 1988, p. 27)

Contexte purement mathématique

En utilisant les nombres 3, 28, 67 et 85 une seule fois chacun et les quatre opérations au choix, trouve une suite d'opérations qui te permettrait d'arriver le plus près possible de 2039. Tu peux utiliser ta calculatrice. (MEQ, 1988, p. 27)

L'analyse des documents officiels des années 2000 montre qu'ils reprennent à leur compte les énoncés précédents : on y parle en effet de « situations pratiques plus ou moins familières, réelles ou fictives, réalistes ou fantaisistes, ou encore purement mathématiques » (MELS, 2003, p. 237).

La référence au contexte apparaît de plus quelque peu élargie au début du XXI^{e} siècle puisqu'elle fait aussi appel, outre les types de contextes énoncés précédemment, au contexte général d'une situation-problème (ou domaine d'inspiration), aspect nouveau par rapport au programme précédent, renvoyant aux autres disciplines, à l'environnement de l'élève, aux domaines généraux de formation ou au contexte historique dans lequel a évolué la mathématique (MELS, 2003, p. 237).

Par ailleurs, force est de constater que, malgré le fait qu'il soit mentionné dans les trois documents officiels (MELS 2003, 2005; MEQ, 2001) que les situations-problèmes peuvent renvoyer à des contextes purement mathématiques, les situations prenant appui sur des objets concrets ou celles tirées de la réalité, tout au moins au secondaire, semblent fortement conseillées (tel qu'expliqué ci-haut).

Cette utilisation de contextes réels, liés à l'environnement de l'élève et aux activités humaines et sociales, a bel et bien été identifiée dans une recherche récente portant sur une analyse des contextes utilisés dans les manuels du secondaire à propos de l'introduction à l'algèbre (Cotnoir, 2010). En effet cette analyse partielle[23], réalisée sur des manuels choisis en fonction de leur fréquence d'utilisation (sur la base du nombre de rééditions) met en évidence un certain nombre d'indicateurs significatifs quant au recours aux contextes. On observe, même si les contextes purement mathématiques demeurent présents pour l'algèbre, une remontée des contextes réels : on passe de 10 pour cent d'utilisation de contextes réels dans le manuel de 1968 (12 pour cent dans celui de 1970, 22 pour cent dans celui de 1983) à 40 pour cent dans le manuel de 2005[24]. On observe également la présence plus forte de contextes plus généraux relevant de l'activité humaine et sociale (santé, environnement, etc.), concordant avec l'analyse institutionnelle mise en évidence précédemment (90 pour cent des contextes réels sont de ce type) :

> On constate que la visée citoyenne occupe une place prépondérante non seulement dans le discours officiel mais également dans les manuels scolaires. Les contextes utilisés ces dernières années sont davantage issus de la vie de tous les jours du jeune, de sa vie en société (. . .) (Cotnoir, 2010, p. 130)

Même si cette analyse est partielle, elle vient confirmer l'importance que revêt cette caractéristique dans le choix des situations proposées au fil du temps, pointant en arrière-plan le rôle accordé à la formation citoyenne des élèves (par le choix de contextes issus des domaines généraux de formation). À titre illustratif, l'exemple présenté en Annexe (*L'harmonie en tournée*), tiré de l'épreuve obligatoire de mathématiques de 6e année, marquant la fin des études primaires, est représentative de la place qu'occupent ces contextes réalistes dans les situations-problèmes en mathématiques[25].

Des éléments mis de côté

Notre analyse montre également que certains éléments, présents aux époques précédentes dans le choix des problèmes, sont mis de côté ou du moins ne sont pas repris explicitement. C'est le cas notamment dans les années 1948-1959 des problèmes forçant l'analyse (qui donnent lieu, pour atteindre cet objectif, au recours à des problèmes qualitatifs, sans données numériques, ou encore avec donnée manquante; voir les exemples présentés à la note 21) et des problèmes visualisables[26]. Ils ne sont plus présents en ce début de XXI^e^ siècle. Les énoncés brefs du début du XX^e^ siècle contrastent également fortement avec les longues situations-problèmes que l'on retrouve aujourd'hui (voir la situation-problème présentée en Annexe). Cela ne signifie pas qu'on ne trouve plus aujourd'hui de tels problèmes courts dans les manuels et autres documents, mais ce critère de choix (énoncé court et bref) n'apparaît pas dans les documents officiels lorsqu'il est question de situation-problème.

Un autre critère considéré antérieurement était celui de la variété, présent tout au long du XX^{e} siècle. L'élément frappant qui ressortait de notre analyse montrait l'explosion, à partir des années 1980, de la variété des types de problèmes proposés. Alors qu'entre 1904 et 1945, la variété reposait essentiellement sur des contextes pratiques différents, qui étaient tous en lien avec la vie de l'enfant, cette variété s'élargit un peu au cours de la période 1948-1959 (avec l'idée de problèmes sans données numériques, avec donnée manquante, de problèmes visualisables, etc.). Elle explose au cours des années 1980 en jouant sur différents critères : types de contextes (réels, réalistes, fantaisistes, purement mathématiques), nombre de solutions (une seule, un nombre fini, une infinité ou aucune), adéquation des données fournies (complètes, superflues, manquantes, insuffisantes), modes de présentation utilisés (énoncé écrit, énoncé oral, accompagné de dessins, tableaux, figures, graphiques, schémas, matériel de manipulation, gestes, etc.). Au cours des années 2000, cette variété n'apparaît plus explicitement dans le *Programme de formation de l'école québécoise*[27].

Ainsi, les documents institutionnels, s'ils sont explicites au sujet de la variété des problèmes au XX^{e} siècle, ne le ne sont jamais dans les années 2000 sur les situations-problèmes. Cette diversité s'exprime davantage dans la diversité d'apprentissages que favorise la résolution de situations-problèmes (p. ex. MELS, 2003, p. 237).

Ce retour sur les éléments repris d'une époque à l'autre, élargis, modifiés ainsi que sur les éléments mis de côté, ne témoigne cependant pas d'une véritable rupture. Si rupture il y a, elle est davantage à trouver dans une caractéristique nouvelle venant baliser le choix des situations-problèmes.

Une rupture importante

La caractéristique qui distingue probablement le plus la période s'amorçant en 2000 des périodes précédentes renvoie à une idée nouvelle, celle de *complexité*, qui marque un changement majeur dans le passage de la notion de problème à la notion de situation-problème.

L'analyse que nous avions réalisée des programmes et documents pédagogiques (Lajoie et Bednarz, 2012) *ne fait en effet jamais mention d'un critère de complexité guidant le choix des problèmes proposés*. Tout au contraire, on y fait mention d'une gradation souhaitée du plus facile au plus difficile et ce en rapport avec les connaissances acquises des enfants (1904-1945), d'une difficulté qui doit être proportionnée à l'âge de l'enfant, à sa capacité (1948-1959) ou encore, dans les années 1980-1990, de problèmes accessibles à l'élève (un problème trop difficile pour lui risquant de s'avérer non motivant et non intéressant, selon le *Fascicule K*). Les différents exemples repris précédemment illustrent bien cette volonté d'accessibilité des problèmes proposés (voir pour plus de détails à ce sujet, Lajoie et Bednarz, 2012). D'un souci d'adaptation à l'enfant très présent tout au long de ces réformes, on passe ainsi dans les années 2000 à une idée de complexité des situations proposées. Cet indicateur marque ainsi une rupture derrière laquelle pourrait bien se cacher une finalité différente de l'apprentissage. On est en effet ici loin du rôle accordé à la résolution de problèmes, présent dès 1970, en termes de construction de connaissances mathématiques nouvelles et d'habiletés dans ce domaine, nous amenant à focaliser non pas sur la complexité du problème mais sur la diversité des problèmes abordés à cette fin (types de contextes, adéquation des données, une ou plusieurs solutions, modes de représentation). Une finalité pensée en termes de développement de compétences met au premier plan des savoir-faire de haut niveau qui nécessitent un investissement dans des situations complexes pensées à cette fin :

> L'enseignant doit s'assurer que l'élève progresse dans le développement de ses compétences. Plusieurs paramètres balisant cette progression interviennent au regard de la complexité des situations d'apprentissage et d'évaluation (. . .) (MELS, 2005, p. 15)

Nous reviendrons plus loin dans la discussion sur ce que ce critère de complexité sous-tend, mais avant nous expliciterons davantage le critère même, en partant d'un exemple, et soulèverons un certain nombre d'enjeux didactiques à son propos.

Pour aller plus loin sur cette rupture

Au premier coup d'œil, il est possible de percevoir, dans l'exemple de situation-problème fourni en Annexe, un changement lorsqu'on la met en parallèle avec les problèmes proposés aux élèves au cours du XX[e] siècle (Lajoie et Bednarz, 2012). Ce qui frappe en effet a priori c'est la longueur de ces situations-problèmes lorsqu'on les compare aux problèmes courts des époques précédentes (voir les exemples présentés précédemment). Ce caractère « clair, précis et bref » de l'énoncé est même un critère explicite de choix des problèmes au début du siècle passé (Lajoie et Bednarz, 2012). Il y a donc là un premier changement perceptible en référence à l'énoncé de la situation-problème. Mais au-delà de cette longueur, comment se caractérisent ces situations-problèmes sous l'angle de leur complexité, un critère qui, rappelons-le, est absent aux époques précédentes ?

Notre examen de différentes situations-problèmes expérimentées en contexte scolaire à des fins d'évaluation de la compétence à résoudre des situations-problèmes montre que ces dernières sont souvent élaborées sur le même modèle : celui d'un projet à mener, faisant intervenir de multiples données et plusieurs contraintes, et sollicitant pour sa réalisation l'aide de l'élève (p. ex. organisation d'un voyage; projet de rénovation de la piscine municipale; projet d'aménagement d'un parc; contribution à la réduction du CO2 dans l'environnement de l'école). Dans ces situations, toujours associées à un énoncé couvrant plusieurs pages, où se côtoient de multiples données, des informations données sous divers modes (en mots, sous forme d'illustrations, de tableaux, de graphiques, etc.), l'élève est appelé à jouer le rôle d'un « responsable » qui doit prendre en charge ce projet. Il est appelé à voir son caractère possible dans les contraintes qui lui sont données, il doit préciser son coût, les actions qu'il doit poser, etc. On plonge pour cela l'élève dans une situation-problème qui se veut réaliste : cette situation n'en est pas une réellement vécue, mais pourrait fort bien l'être (on peut penser ici à l'organisation d'une sortie de fin d'année que les élèves seraient appelés à réaliser, à l'aménagement effectif de la cour d'école, à un projet qui se centrerait, par des gestes posés par les élèves et le personnel de l'école, sur la réduction de gaz carbonique). Nous retrouvons bien dans ce qui précède certaines caractéristiques d'une situation-problème mises en évidence précédemment : elle est contextualisée en faisant souvent appel à un contexte réaliste et se veut signifiante. Plusieurs données et contraintes y sont en jeu, puis différents registres de représentation sont évoqués dans l'énoncé. Nous retrouvons ici certains critères plus spécifiques mis en évidence précédemment en lien avec la caractéristique de complexité (tel qu'expliqué ci-haut). Ces situations vont également solliciter le recours à plusieurs concepts et processus. Reprenons ici l'analyse de la situation présentée en Annexe pour entrer plus à fond sur ces critères. Quels sont les savoirs et savoir-faire exigés pour réussir la tâche dans ce cas ?

Une reconnaissance des opérations arithmétiques est en jeu, ainsi qu'une réussite du calcul effectif associé, et ce tout au long du processus de résolution : pour trouver le montant d'argent dont on dispose après réparation des instruments et achat des partitions (une soustraction), le nombre de chambres par nuit nécessaires pour les musiciens et les accompagnateurs (division et addition), le coût par nuit, ainsi que pour les quatre nuits, des chambres (multiplication), la quantité d'eau nécessaire pour toutes les personnes et pour les quatre jours (multiplication), le nombre de bouteilles à acheter (division), le coût d'achat des bouteilles (multiplication), le coût des repas/collations et de l'eau (addition), le coût de fabrication des programmes souvenirs (multiplication), le nombre de kilomètres parcourus pendant la tournée en fonction des choix de villes retenus (addition), le coût du transport associé au kilométrage parcouru (multiplication), le coût de l'autobus (multiplication), le coût du transport et le coût de l'ensemble des dépenses (addition).

Ces éléments forment la plus grande part des savoirs sollicités dans cette situation, mais y sont également en jeu : des conversions de mesure (millilitres en litres; minutes en heures); une utilisation des fractions pour trouver le coût du budget consacré à la réparation des instruments et à l'achat des partitions (3/10 du budget total), ou encore pour trouver le nombre de pages en couleur composant le programme (1/4 des 12 pages du programme); et une utilisation des pourcentages (calcul des taxes pour l'hébergement, 15%).

Les exigences, la complexité associée à la situation prennent ainsi la forme: de multiples données à gérer par l'élève (différents coûts, un nombre de personnes par chambre, des montants prévus, un nombre de programmes à imprimer, la durée de la tournée, un nombre de spectacles); plusieurs contraintes à prendre en compte (un budget disponible; un parcours délimité au départ et au retour; une durée maximum par jour dans le voyage); une prise en compte de divers modes de représentation (texte en mots, illustration des différentes villes et de leur distance, tableau); de savoirs et savoir-faire sollicités.

Cependant l'analyse plus fine des étapes nécessaires à la réalisation de la résolution de la tâche met en évidence que, bien que nombreuses, celles-ci demeurent, pour la plupart, indépendantes les unes des autres. Elles ne sont pas liées : on peut trouver la somme d'argent dont on dispose; le coût associé à l'hébergement, le coût associé aux repas, à l'eau et aux collations, le coût d'impression des programmes et le coût du transport indépendamment l'un de l'autre. Leur combinaison n'est nécessaire qu'à la toute fin pour voir si, oui ou non, on aura assez d'argent et s'il faudra s'engager dans une campagne de financement. On peut donc dire en ce sens que l'on est en présence de petits sous-problèmes indépendants les uns des autres.

Quant aux savoirs et savoir-faire sollicités, ils relèvent plus de ce que Robert (1998) appelle une mise en fonctionnement technique. Les notions mathématiques y sont en effet utilisées dans leur fonction « d'outil », que ce soit dans les opérations arithmétiques et l'habileté à mener des calculs standards, dans l'habileté à trouver une fraction d'un certain nombre ou le calcul d'un pourcentage, ou encore dans l'habileté à faire des conversions. En ce sens chacun des sous-problèmes peut apparaître comme un problème d'application, ce qui en fait le caractère nouveau résidant davantage dans la combinaison nécessaire de ces différents sous-problèmes.

Enfin le degré d'ouverture de la situation, dans ce cas, se trouve essentiellement dans le choix d'un parcours possible faisant arrêt dans trois villes, en respectant les contraintes de durée maximum par jour et de lieu de départ et d'arrivée : plusieurs parcours en théorie sont possibles si on fait abstraction d'un coût minimum que l'on chercherait à atteindre (non explicite dans la situation).

DISCUSSION

L'étude précédente, menée ici à titre illustratif, permet de voir a priori comment les balises émergeant de l'analyse du corpus de données prennent forme. On y retrouve en effet une situation : 1) contextualisée, faisant référence, dans ce cas, à un contexte réaliste; 2) signifiante, impliquant l'élève dans la réalisation du projet, notamment dans des choix qu'il doit faire; et 3) complexe. Nous reviendrons tout d'abord dans la discussion sur cette dernière balise qui forme, on l'a vu précédemment, un point de rupture dans le passage de la notion de problème à la notion de situation-problème. Puis un regard sera porté par la suite sur les autres balises.

Un retour sur la complexité et les enjeux d'apprentissage qu'elle pose pour l'élève

La complexité se traduit, dans l'exemple précédent, par différents choix sous-tendant la construction de la situation : plusieurs concepts en jeu, plusieurs données, plusieurs contraintes, divers modes de représentation, un énoncé très long. L'analyse, par ailleurs, de ce que cette situation sollicite pour réussir la tâche, permet de voir que cette complexité réside surtout, pour l'élève, dans la gestion de multiples données et contraintes apparaissant tout au long de l'énoncé et non, dans cet exemple tout au moins, dans des exigences fortes sur le plan conceptuel. Bien que plusieurs connaissances mathématiques y soient mobilisées, cette dernière ne sollicite en effet qu'une mise en fonctionnement technique de ces connaissances. Rappelons que Robert (1998, p. 165-166) explicite trois niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques. Le niveau *technique* « correspond à des mises en fonctionnement indiquées, isolées (...) Les notions mathématiques sont utilisées essentiellement dans leur fonction d'outil. L'habileté à mener des calculs standards relève de ce niveau ». Le niveau *mobilisable,* dans ce cas, implique qu'il « peut être nécessaire d'adapter ses connaissances, de changer de point de vue. Les caractères "outil" et "objet" peuvent être concernés (...) ». Le niveau *disponible*, finalement, « correspond au fait de savoir résoudre ce qui est proposé sans indications, de pouvoir appliquer des méthodes non prévues, d'effectuer des mises en relations, (...) de changer de cadre sans suggestions (...). »

Nous ne sommes pas, dans ce cas, dans une situation sollicitant ces deux derniers niveaux de mise en fonctionnement, ce qui serait beaucoup plus exigeant pour l'élève sur le plan conceptuel. On perçoit ainsi, à travers cet exemple, que les enjeux d'apprentissage ne résident pas tant, pour l'élève, dans le travail de conceptualisation qu'une telle situation-problème requiert que dans le décodage, l'organisation et le traitement que vont nécessiter les multiples données et contraintes présentes dans son énoncé[28].

Il est légitime de se questionner, dès lors, sur l'intention sous-jacente qui a pu guider les concepteurs du programme à retenir le critère de complexité et à lui donner un tel sens dans le cadre de l'enseignement des mathématiques.

Pourquoi ce critère de complexité ?

Nous avons vu que le critère de complexité est central dans le passage de la notion de problème à la notion de situation-problème, et qu'il marque une rupture avec la notion de problème telle qu'elle s'est développée tout au long du XX^e siècle. Comment cette balise, que nous ne retrouvions nullement à l'époque précédente, a-t-elle pu faire son apparition ?

On peut se questionner sur ce qui a pu conduire à la retenir, d'autant qu'elle ne se retrouve pas dans les écrits des didacticiens des mathématiques. Un emprunt explicite à Philippe Perrenoud (2002), dans une citation du programme du second cycle du secondaire, là où se précise dans le programme ce que l'on entend par complexité (tel qu'expliqué ci-haut), nous laisse penser que celle-ci pourrait être liée à la notion de compétence et à d'autres sources d'influence que celles provenant du champ de la didactique des mathématiques :

> Pour apprendre à se servir de ses propres ressources intellectuelles, un être humain doit être régulièrement amené à poser et à résoudre des problèmes, à prendre des décisions, à gérer des situations complexes, à conduire des projets ou des recherches, à piloter des processus à l'issue incertaine. Si l'on veut que chaque élève construise des compétences, c'est à de telles tâches qu'il faut le confronter, non pas une fois de temps en temps, mais chaque semaine, chaque jour, dans toutes sortes de configurations. (cité dans MELS, 2005, p. 13)

La présence de Philippe Perrenoud au Québec, dans plusieurs congrès d'associations professionnelles ayant pris place dans les années 1990, au moment où se dessinaient les orientations du curriculum en termes de compétences (conférence de clôture de l'Association Québécoise de Pédagogie Collégiale- le 9 juin 1995; Intervention au colloque de l'Association des Cadres Scolaires du Québec, les 9-11 décembre 1998) tend à appuyer cette hypothèse. Différents textes publiés suite à ces interventions (Perrenoud, 1995, 1998, 2000), outre la référence explicite à cet auteur dans le programme de 2005, confirment l'influence que ce dernier a pu avoir sur le choix de cette caractéristique.

On perçoit en effet l'importance de cette complexité dans ses différents écrits (la référence à des situations complexes y est très fréquente) et son lien, par ailleurs, avec la notion même de compétence. Pour Perrenoud, « [t]oute compétence est fondamentalement liée à une pratique d'une certaine complexité » (Perrenoud, 1995, p. 21). En avançant sur une conceptualisation de la notion de compétence qui se veut plus exigeante que celle à laquelle elle est souvent associée, soit un simple savoir-faire spécifique, il y précisera que : « les compétences renvoient à des savoir faire de haut niveau qui exigent l'intégration de multiples ressources cognitives dans le traitement de situations complexes » (p. 20). C'est dans ce contexte que le choix de situations complexes apparaît pour lui fondamentale :

> La mobilisation [de connaissances] s'entraîne dans des *situations complexes*, qui obligent à poser le problème avant de le résoudre, à repérer les connaissances pertinentes, à les réorganiser en fonction de la situation, à extrapoler ou combler les vides. Entre connaître la notion d'intérêt et comprendre l'évolution du taux hypothécaire, il y a un grand pas. Les exercices scolaires classiques permettent la consolidation de la notion et des algorithmes de calcul. Ils ne travaillent pas le transfert. Pour aller dans ce sens, il faudrait se placer dans des situations complexes : obligations, hypothèques, petit crédit, leasing. Il ne suffit pas de mettre ces mots dans les données d'un problème de mathématique pour que ces notions soient comprises, encore moins pour que la mobilisation des connaissances soit exercée. Entre savoir ce qu'est un virus et se protéger raisonnablement des maladies virales, le pas

> n'est pas moins grand. De même qu'entre connaître les lois de la physique et construire un radeau, faire voler un modèle réduit, isoler une maison ou poser correctement un interrupteur. (Perrenoud, 1998, p. 4)

Ce qui précède (référence explicite dans le programme de 2005 à Perrenoud; propos tenus dans ses différents écrits) laisse ainsi voir des emprunts explicites à un champ autre que celui de la didactique des mathématiques, et ce en lien avec la notion de compétence, non abordée par les didacticiens des mathématiques et à laquelle ont dû se rattacher les concepteurs du programme de mathématiques. Il ne s'agit donc pas uniquement de savoir-faire simples mais bien de savoir-faire de haut niveau, non indépendants, pour Perrenoud (1998), de la question du transfert des connaissances. Les exemples repris dans la citation précédente à propos de l'intérêt et du taux hypothécaire illustrent bien cette question centrale du transfert. Ainsi l'enjeu n'est pas tant celui, dans l'exemple qui précède, des opérations arithmétiques, des fractions, du pourcentage, des mesures que celui de leur réinvestissement dans une situation plus large, obligeant à repérer les connaissances pertinentes, à organiser, réorganiser les données, à extrapoler ou combler les vides, etc.

Qu'en est-il maintenant des autres balises qui se situent davantage dans une continuité avec la notion de problème ? Quelles sont dans ce cas les sources d'influence possibles ayant pu conduire à retenir celles-ci ?

Un retour sur les autres balises délimitant la notion de situation-problème : un phénomène de transposition didactique à l'œuvre

En se situant en continuité avec le travail sur les problèmes menés depuis plus d'un siècle, plusieurs des balises issues de l'analyse s'appuient sur la réflexion conduite antérieurement. On peut penser par exemple à la dimension contextualisée amplement développée dans les années 1980, à la distinction entre problème et exercice, ou encore entre différents types de problèmes, ou encore au caractère signifiant du problème. D'autres apparaissent nouvelles, sans pour autant s'inscrire en rupture avec ce qui précède; on peut penser à l'idée d'un défi à relever, d'un obstacle à franchir ou encore d'un conflit cognitif. Le concept de *situation* et celui de *situation-problème* ayant joué un rôle fondamental dans la recherche en didactique des mathématiques, en particulier en France (voir à ce sujet, Artigue et Houdement, 2007), mais aussi au Québec (Proulx, 2013[29]), entre autres en lien avec la notion d'obstacle et de conflit, peut-on penser que ces travaux aient pu ici être une source d'influence ?

Un premier constat ressort de l'analyse du *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2003, 2005; MEQ, 2001) : on n'y trouve aucune référence explicite à des travaux en didactique des mathématiques portant sur la notion de *situation* ou sur *celle de situation-problème*[30]. L'utilisation de termes tels qu'*obstacle* et *conflit cognitif* laisse pourtant entrevoir une influence de ces travaux. Ainsi, si influence il y a, elle est implicite[31].

Dans une version préliminaire du *Programme de formation de l'école québécoise* (MEQ, 2000), cette influence était pourtant explicite. En effet, on trouve dans cette version préliminaire la définition suivante d'une situation-problème, présentée explicitement comme une adaptation d'Astolfi[32] (1993 ; il emprunte lui-même sa caractérisation à Brousseau [1983] et Douady [1987]):

> La situation-problème permet de poursuivre le développement de la compétence. Elle est contextualisée et suscite l'intérêt et l'adhésion de l'élève. Elle représente un défi à sa portée et l'amène à formuler des hypothèses et des conjectures, à intérioriser les “règles du jeu”, et à anticiper le résultat. La situation incite à la mobilisation et à l'utilisation efficace d'un ensemble de ressources pour

> l'élaboration d'une solution qui n'est pas préalablement connue. De plus, la situation est structurée de manière à engager à la validation de la solution. La situation-problème permet un retour réflexif à caractère métacognitif qui aide à la conscientisation de stratégies mises en œuvre de façon heuristique et à leur stabilisation en un processus pour de nouvelles situations (adaptation de J. P. Astolfi, 1993). (MEQ, 2000, p. 209)

Cette définition d'une situation-problème ne sera pas reprise, telle quelle, dans les documents ultérieurs, pas même dans le programme du primaire publié l'année suivante. Cependant, plusieurs caractéristiques sont reprises, parfois telles quelles, d'autres sont adaptées ou amalgamées, d'autres encore disparaissent[33].

Dans le Tableau 2, nous reprenons la définition d'une situation-problème donnée par Astolfi (1993), citée par Corbeil *et al.* (2001, p. 1), et nous la mettons en parallèle avec l'adaptation qu'en a faite le MEQ (2000) dans la version préliminaire du programme de mathématique au primaire, puis avec les définitions successives trouvées dans les trois programmes officiels de mathématiques. Cet exercice permet de rendre compte d'un phénomène important de *transposition didactique* (Chevallard, 1985) qui semble s'être opéré au fil de la rédaction des documents officiels.

Cette transposition s'accompagne d'ailleurs d'une importante déformation. Ainsi, la longue description de la situation *à caractère concret* chez Astolfi devient une situation *contextualisée*; le fait que la situation ne doive pas être perçue comme *hors d'atteinte pour les élèves* devient *un défi à la portée de l'élève*; la référence à une condition pour que fonctionne la *dévolution* devient une remarque à l'effet que la situation doive *susciter l'intérêt et l'adhésion*; le réexamen collectif du cheminement parcouru pour conscientiser les stratégies qu'ils ont mises en œuvre devient une préoccupation pour une réflexion métacognitive, etc.

Une différence importante frappe lorsqu'on compare les caractéristiques de la situation-problème dans les différents documents ministériels à celle énoncée ici par Astolfi : elles sont énoncées de manière à la fois si brève et si générale qu'elles deviennent difficiles à interpréter, surtout pour un lecteur qui n'aurait pas en tête les caractérisations qu'en fait le chercheur et les éléments théoriques qui les sous-tendent. Ainsi, par exemple, il est possible d'imaginer les multiples glissements que peut amener le mot « contextualisée » ou « obstacle » lorsque celui-ci apparaît. Et que dire de la remarque à l'effet que la situation-problème doive permettre à l'élève d'« intérioriser les règles du jeu » ?[34]

Différentes caractéristiques, fondamentales lorsqu'on retourne plus spécifiquement aux travaux en didactique des mathématiques (Brousseau, 1983; Douady, 1987) n'ont pas été retenues, du moins pas dans tous les documents analysés. C'est le cas de la présence d'un obstacle à franchir, associé dans ce cas explicitement à la construction de connaissances nouvelles; c'est le cas aussi des conditions pour qu'il y ait véritable dévolution de la situation-problème et pour que la validation fonctionne (concepts empruntés à Brousseau, 1983). Ces caractéristiques sont pourtant au cœur de la définition suivante de Brousseau :

> [U]ne situation avec laquelle l'élève va entreprendre une suite d'échanges relatifs à une même question qui fait *obstacle* pour lui, et sur laquelle il va prendre appui pour s'approprier ou construire une *connaissance* nouvelle. Les conditions dans lesquelles se déroule cette suite d'échanges sont initialement choisies par l'enseignant mais le processus doit très vite passer sous le contrôle du sujet qui va 'questionner' à son tour la situation. La motivation naît de cet investissement et s'entretient avec lui. Au lieu d'être un simple moteur extérieur, elle est de frustrations en équilibrations constitutive à la fois du sujet (de sa parole) et de sa connaissance. (Brousseau, 1983, p. 178)

TABLEAU 2
Mise en parallèle de la définition de situation-problème d'Astolfi avec des extraits des documents officiels

Définition d'une situation-problème donnée par Astolfi	Ce qu'elle est devenue dans les documents
1) Une situation-problème est organisée autour du franchissement d'un obstacle par la classe, un obstacle préalablement bien identifié.	Elle représente un défi à la portée de l'élève. (MEQ, 2000) Les situations-problèmes sont organisées autour d'obstacles à franchir, à propos desquels l'élève formule des conjectures [définies dans le programme comme « des énoncés que l'on pense vrais »]. (MELS, 2003) Dans tous les cas, les SP doivent susciter un conflit cognitif ou un besoin de résolution, permettre l'intégration de différents savoirs ou se prêter à l'exploitation de liens qui favorisent le transfert des apprentissages. (MELS, 2005)
2) L'étude s'organise autour d'une situation à caractère concret, qui permette effectivement à l'élève de formuler hypothèses et conjectures. Il ne s'agit donc pas d'une étude épurée, ni d'un exemple ad hoc, à caractère illustratif, comme on en rencontre dans les situations classiques d'enseignement (y compris en travaux pratiques).	Elle est contextualisée. (MEQ, 2000, 2001) Elle amène l'élève à formuler des hypothèses et conjectures. (MEQ, 2000)
3) Les élèves perçoivent la situation qui leur est proposée comme une véritable énigme à résoudre, dans laquelle ils sont en mesure de s'investir. C'est la condition pour que fonctionne la dévolution: le problème, bien qu'initialement proposé par le maître, devient alors « leur affaire ».	La situation suscite l'intérêt et l'adhésion de l'élève. (MEQ, 2000, 2001) La situation-problème incite l'élève à se mobiliser pour élaborer une solution. (MEQ, 2001)
4) Les élèves ne disposent pas, au départ, des moyens de la solution recherchée, en raison de l'existence de l'obstacle qu'ils doivent franchir pour y parvenir. C'est le besoin de résoudre qui conduit les élèves à élaborer ou à s'approprier collectivement les instruments intellectuels qui seront nécessaires à la construction d'une solution.	La situation incite à la mobilisation et à l'utilisation efficace d'un ensemble de ressources pour l'élaboration d'une solution qui n'est pas préalablement connue. (MEQ, 2000) Une situation-problème répond à l'une des conditions suivantes : · La situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage; · L'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a ou non fait l'apprentissage; · Le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement. (MELS, 2003, 2005)
5) La situation doit offrir une résistance suffisante, amenant l'élève à y investir ses connaissances antérieures disponibles ainsi que des représentations, de façon à ce qu'elle conduise à leur remise en cause et à l'élaboration de nouvelles idées.	La situation incite à la mobilisation et à l'utilisation efficace d'un ensemble de ressources pour l'élaboration d'une solution qui n'est pas préalablement connue. (MEQ, 2000) L'objectif visé ne saurait être atteint d'emblée car il ne s'agit pas d'un exercice d'application. (MEQ, 2001) Sa quête suppose, au contraire, raisonnement, recherche et mise en place de stratégies mobilisant des connaissances. (MEQ, 2001)

(Continued in next page)

TABLEAU 2
Mise en parallèle de la définition de situation-problème d'Astolfi avec des extraits des documents officiels
(Continued)

Définition d'une situation-problème donnée par Astolfi	Ce qu'elle est devenue dans les documents
	La résolution d'une situation-problème implique du discernement, une recherche et la mise en place de stratégies mobilisant des savoirs. (MELS, 2003, p. 240) La résolution de SP permet de construire des objets mathématiques, de leur donner du sens, de mobiliser des savoirs connus, de développer des stratégies. . . (MELS, 2003)
6) Pour autant, la solution ne doit pourtant pas être perçue comme hors d'atteinte pour les élèves. L'activité doit travailler dans une zone proximale, propice au défi intellectuel à relever et à l'intériorisation des « règles du jeu ».	Elle représente un défi à la portée de l'élève et elle doit lui permettre d'intérioriser les « règles du jeu ». (MEQ, 2000)
7) L'anticipation des résultats et son expression collective précèdent la recherche effective de la solution, le « risque » pris par chacun faisant partie du « jeu ».	Elle amène l'élève à anticiper le résultat. (MEQ, 2000) Il (en référant à la résolution de SP) s'agit d'un processus dynamique impliquant anticipations, retours en arrière et jugement critique. (MEQ, 2001; MELS, 2003, p. 240; MELS, 2005, p. 19). Aussi, la résolution de situations-problèmes en mathématique engage-t-elle l'élève dans une suite d'opérations de décodage, de modélisation, de vérification, d'explicitation et de validation. (MEQ, 2001)
8) Le travail de la situation-problème fonctionne ainsi sur le mode du débat scientifique à l'intérieur de la classe, stimulant les conflits socio-cognitifs potentiels.	
9) La validation de la solution et sa sanction n'est pas approchée de façon externe par l'enseignant, mais résulte du mode de structuration de la situation elle-même.	La situation est structurée de manière à engager à la validation de la solution. (MEQ, 2000)
10) Le réexamen collectif du cheminement parcouru est l'occasion d'un retour réflexif, à caractère métacognitif; il aide les élèves à conscientiser les stratégies qu'ils ont mises en oeuvre de façon heuristique, et à les stabiliser en processus disponibles pour de nouvelles situations-problèmes.	La situation-problème permet un retour réflexif à caractère métacognitif qui aide à la conscientisation de stratégies mises en œuvre de façon heuristique et à leur stabilisation en un processus pour de nouvelles situations. (MEQ, 2000) Elle doit enfin inclure une préoccupation à l'égard de la réflexion métacognitive. (MEQ, 2001)

Cette incursion dans les sources d'influence et le phénomène de transposition auquel elles ont donné lieu permet de mieux comprendre, d'une part, les intentions qui ont pu guider les concepteurs de programme dans le choix de certaines des balises (on peut penser ici au critère de complexité) mais aussi la signification qui s'en dégage.

CONCLUSION

De certaines caractéristiques des problèmes à celles des situations-problèmes, une certaine continuité se dégage de l'analyse. On perçoit bien en effet l'influence très palpable des programmes antérieurs et documents pédagogiques associés, en particulier dans la différentiation entre situation-problème et exercice, l'explicitation de différents types de problèmes, le caractère signifiant des situations proposées ou encore la reprise des types de contextes. Si certaines caractéristiques disparaissent, tout au moins explicitement (l'allusion par exemple à la variété de problèmes), on ne peut parler ici d'un véritable changement. Au regard de ce qui précède, la notion de situation-problème relève dans ce cas davantage d'une évolution que d'une révolution. Nous rejoignons en cela Dionne et Voyer (2009, p. 6) dans leur constat plus général :

> [Les ruptures] ont été extrêmement rares [dans l'enseignement des mathématiques au Québec], notre histoireen étant véritablement une d'évolution plutôt que de révolutions. Chaque changement s'est amorcé plutôt discrètement, longtemps souvent avant d'apparaître dans les documents officiels.

Deux éléments sont toutefois des indicateurs importants d'un changement de cap. D'une part, la mise de l'avant de situations complexes marque, nous l'avons vu, une rupture avec ce qui précède. D'autre part, le recours de plus en plus prononcé à des contextes réels/réalistes témoigne d'une transformation, même si on ne peut parler dans ce cas de rupture, les contextes réels ayant toujours été présents en résolution de problèmes et ce, dès le début du XX^{e} siècle (Lajoie et Bednarz, 2012). Cette insistance toujours plus grande sur les situations tirées du réel, même si le recours aux contextes mathématiques et fantaisistes est explicitement mentionné dans les documents officiels, soulève un certain nombre de questions sur le plan didactique. D'une part, il est loin d'être évident que ces contextes réels soient une aide à l'apprentissage de l'élève, comme le montrent certains travaux menés en didactique des mathématiques (Gellert, 2009; Perrin-Glorian, 1993-1994; Theis et Gagnon, 2010) qui pointent vers l'emprise possible du contexte dans la résolution du problème. La modélisation de la situation va en effet demander de gérer les rapports des mathématiques avec la réalité, du raisonnement mathématique avec la logique du quotidien. Elle nécessite de distinguer ce qui relève de la logique mathématique et de la logique du quotidien, deux logiques qui ne coïncident pas toujours. Cette distinction n'est pas toujours évidente pour l'élève et on assiste à des interférences possibles de ces deux logiques dans la solution. Il y a donc lieu de regarder de plus près ces contextes réels et les enjeux qu'ils soulèvent sur le plan de la résolution de problèmes mathématiques. D'autre part, plusieurs recherches en didactique des mathématiques montrent le potentiel que présentent certaines situations à contexte mathématique (Grenier et Payan, 2003) ou fantaisiste (Adjiage et Rauscher, 2013) pour le développement de l'activité mathématique des élèves. De telles situations mises sur peu de prérequis notionnels pour permettre un engagement de l'élève dans un processus de modélisation, le développement de conjectures, de validations. L'accent mis dans les documents institutionnels sur les contextes réels, en ce sens, perd peut-être de vue d'autres types de situations qui pourraient être riches sur le plan des apprentissages, et surestime l'apport de ces contextes réels, dont l'emprise dans le processus de résolution, peut conduire à des difficultés.

Ce qui frappe par ailleurs, à la lumière de l'analyse, c'est la présence d'une dimension de complexité, indissociable de la notion de situation-problème pour ses concepteurs, et dont les balises prendront une certaine forme (tel qu'expliqué ci-haut). On voit là apparaître, si on creuse davantage, une rupture avec la notion de situation-problème telle que reprise par les didacticiens des mathématiques et la conceptualisation qui sous-tend celle-ci.

Implicitement, dans son rôle attaché à la construction de connaissances nouvelles, elle met en effet en jeu une certaine complexité mais qui n'est pas de même nature que celle que nous avons mise en évidence antérieurement. Un retour sur les travaux de Brousseau permet de voir plus à fond cette complexité (implicite), de nature fort différente de celle qui précède. Pour Brousseau (1976), les problèmes ou situations-problème les plus intéressants sont ceux qui permettent de franchir un véritable obstacle :

> Dans ces conditions, l'intérêt d'un problème va dépendre essentiellement de ce que l'élève y engagera, de ce qu'il y mettra à l'épreuve, de ce qu'il y investira, de l'importance pour lui des rejets qu'il sera conduit à faire, et des conséquences prévisibles de ces rejets, de la fréquence avec laquelle il risquerait de commettre ces erreurs rejetées et de leur importance. (p. 104)

Le travail du didacticien, pour construire ces problèmes, repose donc sur une analyse en profondeur du sens (des sens) des concepts et processus mathématiques, permettant d'entrer sur les situations problématiques dans lesquelles l'élève est susceptible d'engager des connaissances antérieures, de les modifier, les compléter ou les rejeter :

> Organiser le franchissement d'un obstacle consistera à proposer une situation susceptible d'évoluer et de faire évoluer l'élève selon une dialectique convenable. Il s'agira, non pas de communiquer les informations qu'on veut enseigner, mais de trouver une situation dans laquelle elles sont les seules à être satisfaisantes ou optimales -parmi celles auxquelles elles s'opposent- pour obtenir un résultat dans lequel l'élève s'est investi. (Brousseau, 1976, p. 109)

Dans une telle perspective, les caractéristiques des situations doivent être favorables aux déstabilisations des conceptions antérieures. On perçoit bien ici le caractère discontinu de l'apprentissage qui fonctionne par sauts, de sorte que les situations sont pensées en termes de ce que Brousseau nommera plus tard « saut de complexité ou saut informationnel ». Cette complexité de nature conceptuelle nous semble loin de la complexité des situations-problèmes telle qu'elle a été balisée dans les documents institutionnels et qui se manifeste, comme le montre l'analyse de la situation en Annexe (tel qu'expliqué ci-haut) dans la prise en compte de multiples données et contraintes, tout au long du processus, davantage que dans une complexité conceptuelle.

Il serait pertinent, dans le futur, de poursuivre cette analyse sur d'autres situations de manière à mieux comprendre, d'une part, les balises de complexité qui président à la conception des situations et, d'autre part, où se situent les enjeux réels de cette complexité pour les élèves.

NOTES

1. Quatre escales importantes ont constitué les étapes de ce voyage dans le temps : le Québec d'avant la seconde guerre mondiale, de l'après-guerre, de l'après-révolution tranquille (1960-1970), puis des années 1980-1990.
2. Le rôle associé à cette résolution de situations-problèmes et les conseils donnés aux enseignants font l'objet d'un autre article (Lajoie et Bednarz, 2014).
3. « Le concept d'acteur, que nous empruntons à Latour (1989), s'applique tout autant aux humains, aux instruments qu'aux choses. Ainsi les manuels, les programmes, les micro-ordinateurs ou une réaction chimique (spectaculaire ou non) font partie d'une catégorie d'acteurs dans la mesure où on peut les mobiliser n'importe comment et qu'ils peuvent imposer des types d'interactions aux autres acteurs. Leur passivité n'est qu'apparente. En fait, ils sont les porte-parole (Callon, 1989) de ceux et de celles qui les ont inventés et, lorsqu'on les mobilise, on mobilise simultanément les acteurs humains et non-humains qu'ils représentent » (note tirée de Larochelle et Bednarz, 1994, p. 15).
4. Le mot « balise » utilisé ici, et qui sera repris à plusieurs endroits dans le texte, renvoie, sur un plan étymologique, à l'idée d'un repère destiné à indiquer le chemin, d'un jalon, à ce qui pourra servir en quelque sorte à se diriger, se situer. Il s'agit pour nous de cerner, dans les différents documents analysés, les jalons susceptibles de guider le choix des situations-problèmes proposées aux élèves.
5. Il n'est nullement question dans cet article d'une analyse des manuels ou de la manière dont ces situations-problèmes sont réappropriées et retravaillées par les enseignants en classe. De telles recherches, bien sûr pertinentes pour pousser plus loin la réflexion, sont toutes autres et demanderaient une investigation de nature différente. L'étude présentée (2e partie d'un article déjà paru) rejoint une toute autre intention, celle d'une mise en perspective historique permettant de comprendre l'évolution d'un concept pivot en enseignement des mathématiques.
6. Cette citation provient de la version préliminaire du 15 juin 2000 du *Programme de formation de l'école québécoise* pour le primaire.
7. Le *programme de formation de l'école québécoise* aurait pu prendre une toute autre orientation pour atteindre cette visée de réussite pour tous, on peut par exemple penser ici au socle commun de connaissances retenu par la France dans cette perspective (Artigue et Rinaldi, 2012). Nous voulons ici avant tout faire ressortir que les choix qui ont été faits par les acteurs au Québec pour poursuivre cette visée de démocratisation de la réussite a été d'y aller par le développement des compétences des élèves.
8. Initialement dans le programme du primaire, cette dernière était formulée en termes de « raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques ».
9. Du latin « ruptura » venant de ruptum, dérivé de rumpere (rompre), le mot rupture renvoie, sur le plan étymologique, à l'idée de cassure, de bris, de séparation brusque, à une « discontinuité, forte variation d'aspect » (Hugo, Notre Dame de Paris, 1832, p. 140). C'est dans ce sens qu'il sera utilisé tout au long du texte. Autrement dit ce que nous cherchons à mettre en évidence ce sont les discontinuités, si elles existent, entre les caractéristiques mises de l'avant à propos des situations-problèmes et celles mises de l'avant antérieurement à propos des problèmes. Peut-on parler en ce sens d'une cassure entre ce qui se faisait antérieurement et ce qui est proposé ici ?

10. Dans le document pédagogique associé au programme cadre de mathématiques (1974) on parle également de situation (plutôt que de problème). Le terme situation-problème n'y apparaît toutefois pas.
11. Nous faisons valoir ici, dans une posture interprétative (Denzin et Lincoln, 1994; Savoie-Zajc, 2000) qui cherche à comprendre un certain phénomène à partir du point de vue qu'en ont les acteurs, la voix des acteurs (ici institutionnels), en faisant ressortir le sens qu'ils donnent à cette distinction. Ces propos sont donc ceux qui se dégagent de l'analyse, qui font sens pour les acteurs. Ils sont juxtaposés dans le texte comme différentes composantes en jeu dans le processus de résolution de situations-problèmes. Dans une posture critique, il serait bien sûr possible de prendre une distance par rapport à cet énoncé. Les travaux de didacticiens des mathématiques montrent en effet que ce n'est pas aussi simple, qu'il y a différents types d'exercices et que des exercices peuvent solliciter raisonnement et réflexion (voir par exemple Blum, Galbraith, Henn et Niss, 2007).
12. Quel sens donner à cette expression ? Des concepts mathématiques ayant été abordés antérieurement par l'enseignant avec les élèves, et des processus mathématiques ayant été travaillés en classe (p. ex. preuve), la situation, pour être une situation-problème, ne peut se contenter de mettre en jeu ces concepts ou processsus de façon immédiate (dans leur fonction d'outil), il ne s'agit pas d'appliquer immédiatement tel ou tel concept ou processus vu en cours. On suppose ici que la combinaison nouvelle de ces concepts et processus qu'elle met en œuvre va nécessiter des mises en relation, une organisation, une adaptation.
13. Le mot « obstacle », en latin obstaculum, tire son origine du mot obstare, qui signifie ob « se tenir devant » et stare « être debout, dressé ». Celle-ci pourrait être rapprochée de l'étymologie du mot « défi » qui renvoie historiquement à une « provocation à un combat singulier » (Brant, 1575, *Des couronnels françois,* Œuv., VI, 114 dans Gdf. *Compl.*); au « refus de s'incliner » (Balzac, 1847, *Cous. Bette,* p. 5). http://www.cnrtl.fr/etymologie/défi
14. Il ne s'agit nullement ici d'une analyse systématique de guides ou manuels.
15. Rappelons que, suivant le *Fascicule K* (MEQ, 1988), un contexte est *réel* s'il se produit effectivement dans la réalité (p. 26), *réaliste* s'il est susceptible de se produire réellement (p. 26), *fantaisiste* s'il est le fruit de l'imagination et qu'il est sans fondement dans la réalité (p. 27) et purement *mathématique* s'il fait exclusivement référence à des objets mathématiques (p. 27).
16. Pour mieux illustrer cette balise, nous donnerons plus loin un exemple de situation-problème utilisée en milieu scolaire, dont nous analyserons la complexité.
17. Voir à ce sujet pour plus de détails, l'analyse que nous avions réalisée sur la nature et les caractéristiques des problèmes au cours du XX[e] siècle (Lajoie et Bednarz, 2012).
18. Voir à ce sujet le problème présenté à la note 20.
19. Nous reprenons ici, et dans ce qui suivra, certains éléments qui ressortaient de l'analyse de la période 1900-1999, de manière à faire clairement apparaître les éléments invariants (des critères de choix qui traversent les époques) tout en faisant apparaître les changements de sens (un même critère change de sens, ne réfère pas tout à fait à la même chose).
20. Voici un exemple de problème d'arithmétique qui réfère à cette fonction pratique (on voit bien ici que la notion de problème, comme nous l'avons mis en évidence précédemment, déborde du problème écrit usuel):

Aujourd'hui, la classe est transformée en magasin général. Les enfants sont des acheteurs qui viennent passer des commandes. On fournit aux élèves différents objets (ou dessins des objets) avec le prix attribué à chacun des objets :

Bonbons : 2 cents Ballons : 90 cents

Bicyclette : 45 $ Crayons : 5 cents

Cahiers : 10 cents

Tu achètes 6 bonbons. Combien paieras-tu? Tu achètes plusieurs choses au magasin. Tu paies avec 2,00$. Qu'est-ce que tu as pu acheter ? Et si tu paies avec un 5,00$, qu'est-ce que tu as pu acheter ? Et si tu avais eu 50,00$, qu'aurais-tu pu acheter ? Peux-tu toi même établir une commande au magasin et me dire ce que tu devras payer ? (Beaudry, 1950, p. 417).

21. Les exemples suivants illustrent de tels problèmes, présents dans les manuels de l'époque :

• Il y a une épidémie de grippe dans l'école et on remarque qu'il y a beaucoup d'absents. L'enseignante demande aux élèves : « peux-tu trouver pour chacun des degrés le pourcentage d'élèves absents ? ».

• On veut partager une somme d'argent entre deux enfants de la classe en donnant à l'un deux fois plus qu'à l'autre. Comment établir le montant qu'on donnera à chacun ?

• Le prix d'achat d'un tissu à la verge, les dépenses totales et le bénéfice sont donnés. Comment trouver le prix de vente total d'un nombre donné de verges ?

22. Le problème suivant illustre cette volonté d'impliquer l'enfant dans la formulation même de l'énoncé : « Votre papa est marchand. Il achète 3 douzaines de cravates à 9,60 $ la douzaine, il les revend 1,25 $ chacune. Combien de profit fait-il sur cette vente ? » (Beaudry, 1950, p. 398).
23. Pour nous, cette analyse ne rend en effet compte que partiellement de ce qui se passe au regard de l'utilisation de contextes car si elle couvre l'ensemble des activités d'apprentissage présentées aux élèves dans le cadre du contenu très spécifique de l'introduction à l'algèbre, elle n'est cependant pas propre aux situations-problèmes.
24. L'approche retenue pour l'introduction à l'algèbre a ici une influence sur le choix des contextes, comme le montre l'auteure. Ainsi dans une approche plus fonctionnelle à l'algèbre, le recours aux contextes réels est plus fréquent (cas du manuel de 1993), dans une approche axée sur la généralisation et les suites numériques (cas du manuel de 2005), le recours aux contextes mathématiques occupe également une certaine place. Une analyse complète de l'ensemble des situations-problèmes, sur d'autres contenus, rendrait mieux compte ainsi de la progression.
25. La diffusion de cette épreuve a été autorisée préalablement.
26. On va, en ce sens, avoir recours à des termes descriptifs, à une manière de structurer les phrases qui permette de visualiser, à un texte décrivant les faits dans un ordre

chronologique de telle sorte qu'on puisse se représenter la scène, comme le montre par exemple le problème suivant : « On part en voyage avec 4 gallons d'essence, on en achète 8 en route, on parcourt 160 milles et il reste encore 5 gallons. Combien a-t-on fait de milles avec un gallon ?».

27. Par contre, elle y est encore de manière implicite, comme en témoigne l'extrait suivant : « Leur objet [les situations] renvoie à des situations pratiques plus ou moins familières, réelles ou fictives, réalistes ou fantaisistes, ou encore purement mathématiques. Ces situations s'inspirent, entre autres, des domaines généraux de formation, des repères culturels, des éléments du contenu de formation, d'un événement survenu en classe, dans l'école ou dans la société. Suivant les objectifs poursuivis, les situations comportent des données complètes, superflues, implicites ou manquantes. Elles peuvent conduire à un ou plusieurs résultats ou, au contraire, ne mener nulle part. » (MELS, 2003, p. 15)
28. Les concepts mathématiques sont ici utilisés dans leur fonction d'outil (on utilise chacune des opérations ou leur combinaison par exemple pour calculer le coût associé) mais il n'y a pas d'exigence de réflexion sur ces concepts, de raisonnement les impliquant, de mise en relation entre ces concepts.
29. Voir, dans ce livre, les entrevues de Gisèle Lemoyne et Renée Caron.
30. Les seules références didactiques que nous avons trouvées en lien avec la résolution de problèmes sont celles à Descaves (1992), Mason (1994) et Poirier-Proulx (1999).
31. Aucune référence explicite à des travaux de recherche en didactique des mathématiques n'apparaissant dans les documents analysés, si une telle influence existe, elle est forcément indirecte. Celle-ci peut être liée à des lectures qu'auraient pu faire les concepteurs, aux présentations auxquelles auraient pu assister des membres des comités ayant participé à l'élaboration des programmes ou encore à des discussions lors des séances de consultation multiples liées au processus de construction du curriculum (voir à ce sujet Bednarz, Maheux, et Proulx, 2012)
32. Notons qu'Astolfi n'est pas en didactique des mathématiques, confirmant que les sources d'influence ont transité, dans le cas des documents ministériels, par d'autres sources que la didactique des mathématiques.
33. Malgré cela, la référence à Astolfi, elle, est complètement disparue.
34. Il est à noter que cette caractéristique est disparue des documents officiels.

RÉFÉRENCES

Abrantes, P. (2004). L'innovation curriculaire en éducation de base au Portugal. Dans P. Jonnaert et D. Masciotra (dir.), *Constructivisme, choix contemporains* (p. 37–49). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Adjiage, R. et Rauscher, J. C. (2013). Résolution d'un problème de modélisation et pratique écrite de l'écrit. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *33*(1), 9–44.

Arcavi, A. et Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: The case of Israeli elementary school projects. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *39*, 355–364.

Arsac, G., Germain, G. et Mante, M. (1991). *Problème ouvert et situation-problème*. Villeurbanne : IREM de Lyon.

Artigue, M. et Houdement, C. (2007). Problem solving in France: Didactic and curricular perspectives. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *39*, 365–382.

Artigue, M. et Rinaldi, A. M. (2012). Design curriculaire et contrat social dans l'enseignement des mathématiques en France. Dans J. L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis* *pour le 21ème siècle. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2012* (p. 24–52). Récupéré du site du colloque le 27 janvier 2015 : http://www.emf2012.unige.ch/files/3714/1018/0853/Actes-EMF2012-Ensemble_Textes.pdf

Astolfi, J.-P. (1993). Placer les élèves dans une situation-problème ? *Probio-Revue*, *16* (4), 311–321.

Baeten, E. et Schneider, M. (2012). Le paradigme des compétences en Communauté française de Belgique et, plus particulièrement, dans l'enseignement secondaire. Dans J. L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21ème siècle. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2012* (p. 53–65). Récupéré du site du colloque le 27 janvier 2015 : http://www.emf2012.unige.ch/files/3714/1018/0853/Actes-EMF2012-Ensemble_Textes.pdf

Beaudry, G. (1950). Arithmétique. Dans R. Vinette (dir.), *Méthodologie spéciale* (p. 341–482). Montréal: Le Centre de Psychologie et Pédagogie.

Bednarz, N. (2002). Pourquoi et pour qui enseigner les mathématiques ? Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes au Québec au XXème siècle. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *34*(4), 146–157.

Bednarz, N., Maheux, J.-F., et Proulx, J. (2012). Design curriculaire et vision des mathématiques au Québec. Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21ème siècle. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2012* (p. 66–107). *Récupéré du site du colloque le 27 janvier 2015* : http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-Plenieres/TR-pdf/EMF2012TRQUEBEC.pdf

Blais, M. et Martineau, S. (2006). L'analyse inductive générale : description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitatives*, *26*(2), 1–18.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W. et Niss, M. (2007). Modelling and applications in mathematics education. *The 14th ICMI Study*, Series New ICMI Studies, vol. 10. Ville: Springer.

Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Comptes rendus de la XXXVIIIe rencontre de la CIEAEM* (p. 101–117). Louvain la neuve.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *4* (2), 165–198.

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. Dans N. Bednarz et C. Garnier (dir.), *Construction des savoirs : obstacles et conflits* (p. 41–63). Montréal: Agence d'Arc Inc.

Brousseau, G. (1998). Obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. Dans *La théorie des situations didactiques* (p. 115–160). Grenoble: La pensée sauvage éditions.

Cadieux, R., Gendron, I. et Ledoux, A. (2005). *Panoramath, 1er cycle du secondaire. Guide en un coup d'œil* (vol. 2A). Anjou, Québec : Les Éditions CEC.

Charlot, B. (1978). Les contenus non mathématiques dans l'enseignement des mathématiques. *Bulletin de l'IREM de Nantes*, *7*, 3–8.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique – Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Corbeil, N., Pelletier, M. et Pallascio, R. (2001). Les situations-problèmes : au cœur de la réforme en mathématiques. *Instantanés mathématiques*, *32*(3), 14–27.

Cotnoir, G. (2010). *Évolution de l'utilisation des contextes dans les chapitres introductifs à l'algèbre dans les manuels scolaires québécois de 1960 à nos jours*. Mémoire de maîtrise en éducation, Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke.

Denzin, N. K. et Lincoln, Y. (1994). Introduction: Entering the field of qualitative research. Dans N. K. Denzin, et Y. Lincoln (dir.), *Handbook of qualitative research* (p. 1–17). Thousand Oaks: Sage Publications.

Descaves, A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*. Paris : Hachette Éducation (Collection Pédagogies pour demain, Didactiques 1er degré).

Dionne, J. (2007). L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école au Québec : une cohérence à vivre dans une nécessaire cohésion. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *7*(1), 6–27.

Dionne, J. et Voyer, D. (2009). Conférence d'ouverture : 50 ans d'enseignement des mathématiques au Québec. *Bulletin AMQ*, *49*(3), 6–26.

Douady, R. (1987). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2), 5–31.

Ettayebi, M., Operti, R. et Jonnaert, P. (2008). *Logique de compétences et développement curriculaire*. Paris : L'harmattan.

Gellert, U. (2009). Zur Explizierung Strukturierender Prinzipien Mathematischer Unterrichts-praxis. *Journal für Mathematik-Didktik*, *30*(2), 121–146.

Gispert, H. (2002). Pourquoi, pour qui enseigner les mathématiques ? Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes de mathématiques dans la société française au XXe siècle. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, *34*(4), 158—63.

Glaeser, G. (1973). *Pédagogie de l'exercice et du problème, le livre du problème (Tome 1)*. Lyon : CEDIC.

Grenier, D. et Payan, C. (2003). Situations de recherche en « classe », essai de caractérisation et proposition de modélisation. *Cahiers du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*. Paris: Association de la recherche en didactique des mathématiques (ARDM).

Guay, S., Hamel, J.-C. et Lemay, S. (2005). *Perspective mathématique*. 1er cycle du secondaire, Manuel de l'enseignant et de l'enseignante, Volume 2 A. Laval : Éditions Grand Duc HRW.

Hugo, V. (1976). *Notre Dame de Paris, 1482, [1832]*, éd. J. Seebacher et Y. Gohin, Paris : Gallimard.

Hitt, F. (2004). Une comparaison entre deux approches, enseignement des mathématiques sans ou avec logiciels et calculatrices symboliques. Dans J. Guiménez, G. Fitz Simons et H. Corine (dir.), *Actes de la CIEAEM-54* (p. 351–359): Vilanova i la Geltrú, Espagne: Éditeur.

Kahn, S. (2010). Différents types de compétences : Comment les faire acquérir ? Comment les évaluer ? *Les Cahiers Pédagogiques*, *20* (hors série, mars), 13–15.

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2012). Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec : un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques. *Revue canadienne en enseignement des sciences, de la technologie et des mathématiques*, *12*(2), 178–213.

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 7–23.

Landry, M. (1999). *Développement d'habiletés en résolution de problèmes en algèbre chez les élèves du secondaire* (thèse de doctorat en éducation, Montréal, UQAM).

Larochelle, M. et Bednarz, N. (1994). À propos du constructivisme et de l'éducation. *Revue des sciences de l'éducation*, *20*(1), 5–19.

Lavoie, P. (2004). Enseigner les mathématiques au Québec (1800-2000) : l'émergence d'une spécialité. *Bulletin AMQ*, *49*(1), 14–38.

Lukenbein, D. (1984-1985). La résolution de problèmes et le processus d'apprentissage en mathématique. *Instantanés mathématiques*, *21* (numéro spécial D), 5–9.

Mary, C. et Theis, L. (2007). Les élèves à risque dans des situations problèmes statistiques : stratégies de résolution et obstacles cognitifs. *Revue des sciences de l'éducation*, *33*(3), 579–599.

Mason, J. (1994). *L'esprit mathématique*. Montréal : Modulo (Collection La Spirale).

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) (2003). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, premier cycle*. Québec: Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) (2005). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire 2e cycle*. Document de travail aux fins de validation. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) (2008). *Prototype d'épreuve, Mathématique, Fin du 1er cycle du primaire 022-210, Fin du 2e cycle du primaire 022-410*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Québec (MEQ) (1988). Guide pédagogique. Primaire. Mathématique. Résolution de problèmes, orientation générale. *Fascicule K* (document 16-2300-00). Québec : Ministère de l'Éducation, DGDP, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (1993). *Programme d'études. Secondaire. Mathématique 116*. Québec : Ministère de l'Education, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (1994). *Programme d'études. Secondaire. Mathématique 216*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (1996). *Les États Généraux sur l'Éducation 1995-1996, Rénover notre système d'éducation : dix chantiers prioritaires. Rapport final des États Généraux sur l'Éducation*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (2000). *Programme de formation de l'école québécoise* (Version préliminaire du programme du primaire, 00-0439). Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (2001). *Programme de formation de l'école québécoise. Version approuvée, éducation préscolaire, enseignement primaire*. Québec : Gouvernement du Québec.

Pallascio, R. (2005). Les situations-problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématique. *Vie pédagogique*, *136*, 32–36.

Perrin-Glorian, M.-J. (1993-1994). Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprend l'étude de « classes faibles ». *Petit x*, *35*, 5–40.

Perrenoud, P. (1995). Des savoirs aux compétences. De quoi parle-t-on en parlant de compétences ? *Pédagogie collégiale*, *9*(1), 20–24.

Perrenoud, P. (1998). Construire des compétences, est-ce tourner le dos aux savoirs ? *Résonnances. Mensuel de l'école valaisanne*, (3), Dossier « Savoirs et compétences »,, 3–7.

Perrenoud, P. (2000). Former des élèves compétents : la pédagogie à la croisée des chemins. Dans C. Bosman, F.-M. Gerard et X. Roegiers (dir.), *Quel avenir pour les compétences ?* (p. 21–41). Bruxelles : De Boeck.

Perrenoud, P. (2002). Que faire de l'ambiguïté des programmes scolaires orientés vers les compétences? Paru en portugais dans. *Pátio. Revista pedagogica*, *23*, 8–11. Récupéré le 27 janvier 2015 de : http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_2002/2002_12.html

Poirier-Proulx, L. (1999). *La résolution de problèmes en enseignement. Cadre référentiel et outils de formation*. Paris : De Boeck et Larcier s.a (Collection Perspectives en éducation).

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, *18*(2), 139–190.

Savoie-Zajc, L. (2000). La recherche qualitative/interprétative en éducation. Dans T. Karsenti et L. Savoie-Zajc (dir.), *Introduction à la recherche en éducation* (p. 171–198). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Schneider, M. (2007) Les compétences comme cadre pour organiser des enseignements de mathématiques ? Oui, mais. . . Quelques dérives possibles. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *7*(1), 28–40.

Theis, L. et Gagnon, N. (2010). Enjeux et limites de la contextualisation en enseignement des mathématiques: points de vue d'une praticienne et d'un chercheur. *Bulletin AMQ*, *50*(4), 59–65.

Theis, L., Giguère, A., Martin, V. et Myre Bisaillon, J. (2009). Quand les élèves en difficulté d'apprentissage s'intègrent à la classe ordinaire. *Vie pédagogique*, 150, 67–71.

ANNEXE

DOCUMENT DE RÉFÉRENCE

L'HARMONIE EN TOURNÉE

L'harmonie Arc-en-ciel part en tournée pour quatre jours. Le comité organisateur te demande de l'aider à planifier cette tournée.

Le comité organisateur doit s'assurer d'avoir suffisamment d'argent pour réaliser la tournée. Il a besoin d'une description détaillée des coûts afin de déterminer si une campagne de financement doit être organisée.

Au cours de cette tournée, l'harmonie Arc-en-Ciel donnera quatre spectacles. Le premier aura lieu à Québec et les trois autres, dans trois villes différentes. L'harmonie reviendra finalement à Québec.

Épreuve obligatoire
Mathématique, deuxième année du troisième cycle du primaire
(6e année)
Juin 2013

Québec

Ta tâche consiste à :

- déterminer la somme d'argent disponible pour payer les coûts de la tournée;
- choisir les villes où se produira l'harmonie Arc-en-ciel;
- déterminer si le comité doit organiser une campagne de financement.

SOMME D'ARGENT DISPONIBLE POUR LA TOURNÉE

- Les musiciens de l'harmonie ont déjà amassé 22 500,00 $.
- Le comité organisateur doit conserver $\frac{3}{10}$ de l'argent déjà recueilli pour la réparation des instruments et l'achat des partitions. Cette somme d'argent ne pourra pas servir à payer la tournée.
- La somme qui reste sera utilisée pour payer les coûts de la tournée.

CHOIX DES VILLES DE LA TOURNÉE

Tu dois proposer un trajet pour la tournée en tenant compte de la carte ci-contre.

Le premier spectacle a lieu à Québec.

L'harmonie doit ensuite donner son spectacle dans trois villes de ton choix parmi Sherbrooke, Montréal, Victoriaville et Saguenay.

À la fin de la tournée, l'harmonie retourne à Québec.

La durée du voyage en autobus ne doit pas dépasser 255 minutes par jour.

COÛT DE TRANSPORT

Tu dois déterminer le coût de transport pour les 4 jours de la tournée en tenant compte de la carte ci-contre et des contraintes suivantes.

- L'harmonie a besoin d'un autobus.
- La location d'un autobus coûte 92,00 $ par jour.
- Il faut ajouter 2,75 $ par kilomètre parcouru.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
022-610 – Mathématique

2

L'harmonie en tournée
Document de référence
Juin 2013

Coût d'hébergement

Lors de la tournée, les 36 musiciens de l'harmonie et les 4 accompagnateurs seront hébergés pendant 4 nuits dans les hôtels *Bon Dodo*. Tu dois déterminer le coût d'hébergement en n'oubliant pas les taxes. Pour réduire le coût d'hébergement, les musiciens seront 4 par chambre et les accompagnateurs seront 2 par chambre.

Hôtel	Coût pour 1 chambre (pour 1 nuit)	Taxes
Bon Dodo	135,00 $	15 %

Somme prévue pour les repas, les collations et l'eau

Le comité a calculé que la somme nécessaire pour les repas est de 7 200,00 $ et que celle pour les collations est de 275,00 $.

Tu dois déterminer la somme nécessaire à l'achat de bouteilles d'eau. L'eau est vendue en bouteille de 8 L au coût de 5,00 $ chacune.

On fournit aux 36 musiciens et aux 4 accompagnateurs des gourdes d'eau qui seront remplies une fois à chaque spectacle. Chaque gourde a une capacité de 750 mL.

Coût d'impression des programmes-souvenirs

Pour faire connaître l'harmonie, le comité distribuera des programmes-souvenirs aux spectateurs.

Ce programme-souvenir comprendra 12 pages. Le $\frac{1}{4}$ des pages seront imprimées en couleurs afin de mettre en valeur les photos des musiciens. Les autres pages seront imprimées en noir et blanc.

Il y aura 2 000 programmes-souvenirs d'imprimés pour la tournée.

Coût d'impression des programmes-souvenirs (incluant les taxes)	
En noir et blanc	En couleurs
0,12 $ pour 1 page	0,14 $ pour 1 page