

La notion de compétence, révélateur de phénomènes transpositifs dans l'enseignement des mathématiques

**François Conne et Jean Brun
Université de Genève**

INTRODUCTION

La didactique des mathématiques se définit désormais comme science de la diffusion des connaissances mathématiques (Brousseau, 1996 et 1997 ; Conne, 1997). Elle a un caractère épistémologique marqué et original. En effet, en s'intéressant aux échanges de savoirs entre diverses institutions, elle élargit le questionnement épistémologique classique encore trop souvent orienté, si ce n'est obnubilé, par le progrès, l'innovation, l'invention, la production de savoirs nouveaux (Conne et Lemoyne, 1999). Toute transmission de savoir comporte une part de re-création dévolue à son destinataire, qu'il s'agisse d'un individu ou d'une institution. Le problème didactique majeur consiste donc à comprendre les conditions de cette transmission/re-création. La didactique des mathématiques ne voit pas la création de savoirs nouveaux (invention) comme antérieure aux échanges des savoirs, mais au contraire englobe les phénomènes de production dans ceux de diffusion. Notons que certaines modélisations en sciences cognitives font des propositions analogues (Minsky, 1988). Pour en revenir aux phénomènes didactiques on peut noter deux aspects. D'une part, des organisations et des réorganisations au sein du système d'enseignement, ce qui se marque par des déplacements, des changements hiérarchiques, ou des re-catégorisations (aspect diffusion¹). D'autre part, des adjonctions et des suppressions (aspect production¹). Il est possible d'étudier ces mouvements

1. Diffusion suppose déplacement. Nous généralisons donc en faisant de tout le remodelage organisationnel l'indice de diffusion. En fait, cette idée est déjà pleinement présente dans le

dans le cadre de la transposition didactique. Pour ce qui est des savoirs proprement dits et de leurs relations, Chevallard (1992) a proposé une approche basée sur une analogie biologique, de son cru, qu'il a intitulée *écologie des savoirs*. Dans cette étude, nous nous proposons d'élargir le point de vue aux processus transpositifs affectant le système d'enseignement. Il ne s'agit pas ici de transposition de savoirs mathématiques pour l'enseignement, mais de transposition de savoirs qui, avec les mathématiques, contribuent à la recherche en didactique des mathématiques².

Notre étude comportera ainsi deux moments. D'abord nous examinerons l'introduction d'un terme nouveau dans les documents relatifs à l'enseignement des mathématiques, celui de *compétence*. Nous procéderons par comparaisons entre les textes des programmes de 1972 et de 1997 et nous retiendrons le cas de l'enseignement des nombres entiers naturels et des opérations additives. Après avoir comparé ces textes nous essayerons de voir si la notion de compétence s'y trouve dotée de références théoriques précises. Nous concluons que ce n'est pas le cas. Dans un second temps, nous examinerons la représentation de l'enseignement des mathématiques que, par le truchement de ces documents officiels, l'institution se donne. Nous examinerons la manière dont cette représentation est remaniée voire réélaborée, considérant que les documents officiels ne livrent que la photographie d'un processus continûment actif. Nous chercherons en particulier à comprendre comment le terme de compétence en est venu à occuper une place centrale. Ainsi pour notre analyse, ce terme sera un marqueur des processus transpositifs.

concept de schème chez Piaget et c'est justement ce que reprennent à leur manière Papert et Minsky. De même, nous ne considérons plus la production de nouveauté comme quelque chose d'isolé et d'absolu, et nous l'englobons dans un système en perpétuel remodelage : il assimile et rejette tout en se réorganisant.

2. Nous définissons tout savoir comme une connaissance utile, utile dans un cadre institutionnel donné et en rapport à une situation spécifique à transformer. La diffusion des savoirs s'effectue entre institutions et en rapport aux situations qui les occupent. Il arrive que des savoirs, c'est-à-dire des connaissances utiles dans un cadre institutionnel et situationnel donné, deviennent utiles dans un nouveau cadre institutionnel et à propos d'autres situations. Dans ce cas, nous disons qu'il y a transposition de savoir. Au passage l'utilité du savoir, et partant sa signification, auront changé. Dans le cadre de l'enseignement d'une matière, comme les mathématiques, tous les savoirs enseignés sont puisés à l'extérieur et subissent d'entrée une transposition. C'est ce que nous nommons transposition didactique. En tant que telle la transposition didactique ne représente qu'une petite partie des transpositions de savoirs opérées par les institutions scolaires. Ainsi lorsque les plans d'études empruntent et utilisent un concept comme celui de compétence, originalement conçu pour rendre compte de tout autre chose qu'un programme scolaire, nous avons affaire à une transposition de savoir. Il est intéressant de regarder de plus près comment les diverses transpositions, didactiques ou non, s'articulent. C'est ce que nous nous proposons de faire ici (Chevallard, 1991 ; Conne, 1994, 1996 et 1997).

Dans le cadre de ce travail nous n'aurons pas besoin d'une analogie aussi sophistiquée que celle faite à l'écologie. Il sera utile au lecteur de garder en mémoire l'idée d'une hiérarchie modulaire, du type de l'organisation des documents et de leur adressage sur le « bureau » d'un ordinateur. En effet, la présentation des documents que nous étudions s'uniformise de plus en plus selon une telle organisation. Bien entendu nous ne prenons pas cette uniformité de forme pour de la cohérence. Notre analyse portera sur la catégorisation faite dans ces textes et sur les déplacements des entités ainsi catégorisées entre 1972 et 1997. Nous prendrons donc le terme de compétence comme un objet nouveau, regarderons quelle place il vient occuper dans les différents documents et en quoi sa venue accompagne une réorganisation des contenus.

L'impact de tels changements sur les pratiques effectives ne sera sans doute pas immédiatement spectaculaire. Par contre, l'étude de la transposition didactique nous a appris que de tels remaniements étaient autrement significatifs. Ils sont la marque d'un travail sur les représentations, à un point nodal où viennent se lier différents points de vue sur l'institution. Pour nous donc, l'apparition du terme compétence dans les plans d'études n'est pas qu'un simple phénomène de mode, mais un signe accompagnant l'évolution de l'enseignement des mathématiques durant ces vingt dernières années.

LA CHAÎNE DE LA TRANSPPOSITION DIDACTIQUE, NOEUD DE REPRÉSENTATIONS DE L'ENSEIGNEMENT

... → objet de savoir → objet à enseigner → objet d'enseignement

Ce schéma proposé par Chevallard (1985) représentant la chaîne de la transposition didactique nous servira à la fois d'exemple et d'instrument d'analyse. Bien que destiné à illustrer le processus de transposition didactique du savoir mathématique dans l'enseignement, il est fort proche d'un programme décrivant le processus de confection des moyens d'enseignement. Conne, dans sa thèse (1981), avait déjà utilisé cette analogie. Cette chaîne permet en effet de situer les différents documents produits par l'école, tels plans d'études, programmes, manuels de méthodologie, manuels de l'élève, cahier de classe, etc. On rejoint ici une représentation idéalisée de la production de ces documents qui voudrait que les plans d'études une fois définis servent de cahier des charges aux auteurs de manuels qui à leur tour fixeront les cadres et les instruments du travail de l'enseignant, etc. En réalité, cela n'est qu'une rationalisation après coup. Il suffit en effet de comparer les dates de publication des documents, pour s'apercevoir que le plan d'études, contemporain des manuels, n'a pas pu être le cahier des charges

pour la rédaction de ces derniers. Il se pourrait même que le plan d'études ait été rédigé après coup. Nous croyons savoir que chacune des commissions de rédaction a gardé une certaine marge de manœuvre. On voit à ce seul exemple que cette interprétation de la chaîne transpositive est une représentation de la division du travail au sein de l'institution scolaire. Cela soutient utilement le travail administratif en permettant de situer et de coordonner les activités respectives de commissions travaillant *de facto* en parallèle.

Mais le schéma de Chevallard est suffisamment abstrait et général pour supporter d'autres interprétations. Ainsi, on peut y voir encore une catégorisation des contenus, allant de la définition des objets et buts généraux de l'enseignement des mathématiques vers la réalisation programmée de leçons. Ici, on étudie l'organisation des contenus dans leur présentation. À ce propos, nous verrons que le terme compétence se substitue aux savoirs et aux objectifs en tant qu'opérateur de la hiérarchisation des activités en classe. Cela n'est pas encore exactement ce que proposait Chevallard, puisque cette chaîne illustre pour lui le flux de savoirs de la périphérie jusqu'au centre de l'institution scolaire. Enfin, cette chaîne peut encore être lue d'une manière plus dynamique comme une chaîne de transformations, ou si vous permettez cette analogie comme un chaîne d'interprétation (au sens musical de lecture et d'exécution). Profitant du caractère synthétique de ce petit graphe, nous nous y référerons pour situer les différents documents les uns vis-à-vis des autres et pour analyser l'organisation interne de chacun d'entre eux.

BRÈVE DESCRIPTION DES DOCUMENTS CONSIDÉRÉS

Depuis les années 70 en Suisse romande, on ne peut plus considérer les manuels scolaires de mathématiques comme des livres ni même de simples ouvrages collectifs. L'ampleur et l'organisation de ce matériel en fait un appareil textuel. Ce n'est pas sans raison que l'institution parle de « moyens d'enseignement » plus que de manuels. On peut dire que ces documents sont organisés selon un schéma « gigogne » comme suit (l'aspect gigogne sera rendu par l'usage des parenthèses) :

... → plan d'études → moyens d'enseignement (méthodologies pour chacune des années (organisation de l'ensemble des modules → organisation commune à l'ensemble des activités → présentation de chacun des modules →...)) →

Pourtant cela ne suffit pas à rendre compte de l'ensemble des documents associés. Il nous faut au moins y adjoindre des documents de référence, tel ce document sous-titré *Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire* (Gagnebin & al., 1997),

ou cette *Introduction aux nouveaux moyens* (Compter avec des élèves, 1997). C'est à tous ces documents que nous allons faire référence, non par une analyse exhaustive qui serait ici hors de propos, mais en en faisant ressortir certains aspects essentiels. Dans la mesure des besoins de notre étude, nous ferons aussi référence à des documents diffusés de manière plus ou moins confidentielle durant les années 80 et qui montrent que l'école travaille en continu ces questions. Même si nous ne mentionnerons pas explicitement les manuels des années 70, cette référence restera toujours implicite.

ASSISE THÉORIQUE

Les textes des plans d'études romands

Voyons comment sont présentées les *finalités* les plus générales de l'enseignement des mathématiques :

Plan d'études de 1972

L'enseignement de la mathématique à l'école primaire doit :

- favoriser une bonne structuration mentale, c'est-à-dire développer le raisonnement logique, la capacité de situer, de classer, d'ordonner, celle aussi de comprendre et de représenter une situation ;
- donner une bonne connaissance intuitive des notions fondamentales : les ensembles, les relations, les opérations, les structures ;
- procurer un outil intellectuel utilisable dans les situations les plus diverses de la vie courante ;
- développer les pouvoirs d'adaptation et d'invention (p. 1).

Dans le texte du *Plan d'études* de 1972, les finalités générales sont suivies de quelques principes méthodologiques, puis chacun des quatre domaines – Ensembles et relations, Numération, Opérations sur les cardinaux, Découverte de l'espace – est développé sous forme *d'une simple énumération de notions*. Par exemple à propos de l'enseignement du nombre naturel en première année, on trouve « ensembles dont les éléments ont une propriété commune. La relation *a autant que* [...] entre ensembles. Correspondance ensemble-nombre (notion de cardinal) ». À propos des opérations sur les cardinaux : « L'addition. Travail au niveau des objets puis à l'aide d'un diagramme. Pose des équations $a + b = \cdot$ et $\cdot = a + b$ qui correspondent à la réunion de deux ensembles disjoints » (pp. 3-14).

Tableau 1 : Extrait du plan d'études (1997)

NOMBRES ENTIERS NATURELS	INTENTIONS	CONTENUS	COMPÉTENCES ATTENDUES	PROGRESSION
<p>FINALITÉS</p> <ul style="list-style-type: none"> Donner du sens aux nombres rencontrés dans la vie courante (administration, commerce, transports, voyages, techniques, ...). Maîtriser diverses utilisations sociales des nombres entiers (calendriers, horaires, monnaies, loteries, résultats sportifs et de votations, ...). Maîtriser des relations qu'un nombre entretient avec d'autres nombres (ordre de grandeur, grands nombres, infini, ...). 	<p>Connaître les principes qui régissent notre système décimal de numération écrite chiffrée et notre système de numération parlée, et ainsi comprendre le fonctionnement des procédures de calcul et des techniques opératoires.</p> <p>Désigner, lire, écrire, comparer, ordonner, décomposer des nombres entiers naturels.</p> <p>Dénombrer, exprimer, comparer, ordonner, mémoriser, communiquer des quantités.</p>	<p>aspect ordinal du nombre (groupements successifs, règles d'échange, bouliers, abaques, monnaies, matériel de base dix, calculatrice, ...)</p> <p>aspect ordinal du nombre (comptine, bande et tableaux numériques, ...)</p> <p>aspect algorithmique du système décimal de numération</p> <p>chiffre/nombre</p> <p>aspect infini</p> <p>parité</p> <p>réseaux de relations</p> <p>suites numériques : progressions, multiples, puissances, ...</p>	<p>Dénombrer une quantité d'objets (perception globale, comptage organisé, ...).</p> <p>Dénombrer une collection d'objets et en exprimer la quantité (groupements par 10, 100, 1000, ...).</p> <p>Compter de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100, à partir d'un nombre donné.</p> <p>Constituer une collection ayant un nombre donné d'objets.</p> <p>Comparer, ordonner, encadrer, intercaler des nombres.</p> <p>Produire un nombre plus grand ou plus petit qu'un nombre donné d'une unité, d'une dizaine, d'une centaine, ...</p> <p>Passer du code oral ou écrit d'un nombre à sa décomposition en unités, dizaines, centaines, ... et inversement.</p> <p>Passer du mot-nombre (oral ou écrit) à son écriture chiffrée et inversement.</p> <p>Extraire le nombre de dizaines, centaines ou milliers d'un nombre.</p> <p>Mettre un nombre en relation avec d'autres (valoir dix fois plus que, cent fois moins que, une dizaine de moins que, ...).</p> <p>Reconnaître, établir des suites numériques et exprimer leur loi de formation.</p>	

Domaine des nombres utilisés :
 $1^{\text{er}}, 2^{\text{e}}, \text{de } 0 \text{ à } 200,$
 $3^{\text{e}}, 4^{\text{e}} : \text{de } 0 \text{ à } 10000,$
 $5^{\text{e}}-6^{\text{e}} : \mathbb{N}.$

Plan d'études de 1997

Sur la page de présentation du document *Plan d'études romand de mathématiques* (Corome, 1997) figure cette prise de position : « faire des mathématiques, c'est d'abord résoudre des problèmes ». Puis les finalités sont exprimées par cette phrase : « Le plan d'études s'inscrit dans la perspective de finalités qui mettent en évidence les rôles social et culturel des mathématiques » (p. 3).

Ce plan d'étude inaugure une toute nouvelle mise en page. Pour chacun des six domaines de notions, au lieu d'une simple énumération, la typographie est celle d'une mise en colonnes. Il y a donc, verticalement, une énumération comme dans le passé et, horizontalement, une chaîne de réalisation (interprétation) du projet d'enseignement. Un document non retenu dans la version finale du plan d'étude explique les catégories considérées :

Le plan d'étude fixe pour chacun des six domaines retenus : Des *finalités* qui précisent l'importance du rôle culturel que les mathématiques jouent dans notre société. Des *intentions* qui sont les buts poursuivis par l'École à l'intérieur de chaque domaine. Des *contenus* qui relèvent de notions et d'outils. Parfois, l'outil est un simple instrument, parfois, il est objet d'étude pour lui-même, devenant une notion. Des *compétences attendues* qui fixent le seuil à franchir pour l'ensemble des élèves. Elles sont parfois explicitées par quelques exemples pratiques. Des *progressions et temps forts* qui précisent, en regard des compétences attendues, les temps forts de construction [...].

On voit la place nouvelle réservée aux *compétences*, en relation directe avec les *contenus* et les *finalités*. Elles figurent comme la traduction des finalités les plus générales de l'enseignement des mathématiques en termes spécifiques selon les degrés scolaires et les objets qu'on y enseigne.

Légende : Pour le domaine : *Nombres entiers naturels*, vous pourrez lire la finalité : « Donner du sens aux nombres rencontrés dans la vie courante (administration, commerce, transports, voyages, techniques, [...]) ». Parmi les intentions, vous trouverez : « Désigner, lire, écrire, comparer, ordonner, décomposer des nombres entiers naturels », avec un contenu correspondant comme « Aspect cardinal du nombre (groupements successifs, règles d'échange, bouliers, abaques, monnaies, matériel de base dix, calculatrice) et aspect ordinal du nombre (comp-tine, bande et tableaux numériques, [...]) », et une compétence attendue : « Dénombrer une quantité d'objets (perception globale, comptage organisé, [...]) ».

Tableau 2 : Extraits du livre du maître de 2^e primaire (1997) (pages 103, 104 et 105)

Module 2 Des problèmes pour approcher le nombre et lui donner du sens		tableau	
Contenu	Compétence	Notion	Tâche demandée à l'élève
Récrire la suite numérique, dans l'ordre croissant et décroissant	Nombre entier	La cible LM p. 115 FE p. 28	Réaliser une collection équipotente à une collection donnée
Récrire des séquences de la suite numérique	Ordre dans l'ensemble des entiers naturels	La chasse aux trésors LM p. 117 FE pp. 89-90 Enfants chiffres LM p. 120 FP Le compte du roi Nombrie LM p. 122 FE pp. 91-92	Dire la suite des mots-nombres d'un nombre à un autre dans l'ordre croissant Composer un nombre de deux chiffres à l'aide de cartes-chiffres Mémoriser les mots-nombres de onze à seize à l'aide d'une comptine Construire le tableau et décompter à partir de 10, 20, 30... 140
		Pièces détachées LM p. 123 Aller retour LM p. 125 FP Myriade LM p. 126 FE p. 94 FP	Construire le tableau et décompter à partir de 10, 20, 30... 300 Dire la suite des nombres compris entre deux nombres tirés au hasard Reconstituer la suite des nombres 10, 20, 30 ... 300
		Dix, vingt, trente... énormément ! LM p. 127 FP On veut des noms ! LM p. 130 FP	Tirer une carte-chiffre et dire le mot-nombre correspondant

Module 2

Apprendre, exercer, étendre la suite orale et écrite des nombres

La chasse aux trésors	LM p. 117 FE pp. 89-90	
Enfants-chiffres	LM p. 120	FP
Le compte du roi Nombrie	LM p. 122 FE pp. 91-92	
Pièces détachées	LM p. 123	
Aller retour	LM p. 125	FP
Myriade	LM p. 126 FE p. 94	FP
Dix, vingt, trente... énormément !	LM p. 127	FP
On veut des noms !	LM p. 130	FP

La cible LM p. 115 FE p. 28 L'échelle LM p. 131 FE p. 49 FP

Donner du sens au nombre et à son code.
Prendre conscience qu'il est un outil efficace pour constituer des collections, mémoriser, comparer, anticiper, communiquer...
Les plaques de chocolat LM p. 146

Comparer, situer les nombres les uns par rapport aux autres

Au fil des nombres	LM p. 133	
Chaud, froid	LM p. 138	FE p. 94
Qui suis-je ?	LM p. 140	FE p. 50
Champion	LM p. 141	FE p. 29 FP
Le calendrier	LM p. 143	FE p. 93
Du plus petit au plus grand	LM p. 144	FE p. 30
Un petit écart	LM p. 145	FE p. 51 FP

plan

Compétences et notions dans les manuels et dans les *commentaires didactiques*

Les manuels regroupent les activités proposées en *modules* qui sont décrits selon le schéma suivant : *titre, plan, tableau, introduction*. Dans le plan, on présente les grandes subdivisions de chaque module, 2 à 3 *champs d'activités*. Dans les tableaux, on retrouve une typographie en colonnes où sont mis en correspondance : le titre de chaque champ, le contenu à enseigner spécifié par un couple *compétence / notion* (en 1P et 2P, *dans cet ordre*), la liste des *titres* des activités proposées, et enfin *la tâche demandée à l'élève* dans chacune de ces activités.

Remarquons enfin que les compétences dont il est question ici peuvent être mises en relation avec les compétences attendues du plan d'étude, par exemple, « Compter de 1 en 1, à partir d'un nombre donné ».

Les manuels présentent aussi pour chacun des modules une introduction, sorte de commentaire donnant les intentions didactiques des auteurs. On y trouve aussi des indications théoriques, entre autres mathématiques, se référant au texte des *Commentaires didactiques* (Gagnebin & al., 1997). Pour le module intitulé « Des problèmes pour connaître l'addition », l'introduction (et elle seulement) fait référence aux catégories de relations additives bien établies par des recherches en didactique des mathématiques (Vergnaud, 1991).

Les *Commentaires didactiques* (Gagnebin & al., 1997) servent d'intermédiaire entre les textes de recherche et les moyens d'enseignement. Cherchons-y les références théoriques données à l'introduction du terme compétence. Dans la partie intitulée « Les cadres théoriques de référence », on lit :

La création de nouveaux moyens repose sur des choix qui tiennent compte des connaissances les plus récentes en matière d'enseignement. Deux grands domaines scientifiques en constituent la référence : les sciences cognitives qui étudient le développement de l'enfant et les processus d'apprentissage, et la didactique, qui analyse les conditions dans lesquelles développement et apprentissages scolaires ont le plus de chances de s'accomplir harmonieusement (p. 40).

Légende : Par exemple, en deuxième année, on trouve un module intitulé « Des problèmes pour approcher le nombre et lui donner du sens » (p. 104) qui comporte un champ : « Apprendre, exercer, étendre la suite orale et écrite des nombres » (p. 103), en regard duquel, on trouve les compétences « Réciter la suite numérique, dans l'ordre croissant et décroissant. Réciter des séquences de la suite numérique » (p. 104), correspondant aux notions : « Nombres entiers. Ordre dans l'ensemble des entiers naturels ». À cela correspond, entre autres, l'activité : « La cible » dont, à la page 105, la tâche est décrite ainsi : « Réaliser une collection équipotente à une collection donnée ».

Les auteurs citent ensuite Vergnaud (1977) : « L'enfant ne se développe pas en apprenant pour chaque situation la réponse appropriée, mais en se formant des concepts opératoires qui lui permettent de traiter de larges classes de situations, y compris celles qu'il n'a jamais rencontrées » (p. 40).

La référence à la recherche en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques est donc explicite pour caractériser l'évolution des manuels. La notion de compétence n'est pas reprise dans cette partie du texte consacrée aux références théoriques. Plus généralement elle est absente chez les auteurs des *Commentaires didactiques*. C'est un signe clair que, en amont des manuels, cette notion de compétence ne constitue pas une référence théorique.

Par exemple, qu'en est-il à propos de l'enseignement du nombre naturel ? On peut lire :

Le nombre est à la fois un concept et une notion. Quand il commence l'école, l'enfant a déjà une idée élémentaire du nombre. Il sait que 4 se rapporte à l'heure du goûter, qu'une fois il a eu 4 ans, mais que maintenant, il est plus âgé ; qu'il met 4 assiettes parce qu'on est 4 en famille, etc. Ce concept va s'amplifier, se différencier, se coordonner à d'autres concepts. [...] Mais c'est à l'école que le nombre devient une notion, un objet mathématique. Il y acquiert un nom, des écritures, des propriétés et s'inscrit dans un système de relations. [...] Les didacticiens préfèrent parler de champ conceptuel plutôt que de notions. Cette expression permet en effet d'associer savoir scientifique et processus de conceptualisation. Vergnaud (1991) en donne la définition suivante : « Un champ conceptuel est un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion » (Gagnebin *et al.*, 1997, p. 42-43).

Documents officiels, recherches en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques

La question qui se pose ici est celle de l'interprétation des savoirs produits par des recherches en didactique des mathématiques et en psychologie cognitive dans les documents officiels de l'enseignement des mathématiques. Trois genres de textes ont été choisis : plans d'études, manuels et commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement. Deux objets d'enseignement particulièrement sensibles en début de scolarité obligatoire ont été retenus : les nombres naturels et les opérations additives. Nous cherchons à savoir : 1) si la notion de compétence, présente dans le plan d'études, relève d'une quelconque filiation théorique ; 2) si l'on peut repérer des caractéristiques propres à l'interprétation des théories psychologiques et didactiques dans ces textes.

On note tout d'abord que la notion de compétence n'apparaît que dans l'organisation du plan d'études de 1997 et des manuels qui l'accompagnent.

Elle est absente du plan d'étude de 1972 (et des manuels des années 70-80), elle n'est pas non plus présente comme référence théorique dans les *Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire* de 1997.

Au sujet des finalités générales de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, un contraste apparaît entre les deux périodes : l'enseignement des mathématiques en 1972 vise en premier l'éducation du raisonnement. En 1997 le critère d'utilité sociale et culturelle devient prioritaire. Ce renversement de l'ordre des priorités a-t-il à voir avec l'introduction de la notion de compétence ? Qu'entendre par utilité sociale et culturelle ?

Si l'on compare maintenant dans les programmes les choix effectués pour l'enseignement des nombres naturels, on reconnaît dans les programmes de 1972 l'influence de la psychologie génétique du fait de l'importance de ses travaux sur l'épistémologie du nombre. On comprend que cette référence n'engendre pas la notion de compétence, car la psychologie génétique met la notion d'organisation au fondement de la construction des connaissances et se distingue radicalement de tout catalogue de performances et de compétences. L'enseignement de la notion de nombre est inséré dans le domaine « Ensemble et relations ». Les opérations logiques de correspondance, de sériation, et de classification servent de base à ce programme d'enseignement. Le comptage n'est pas valorisé. La connaissance de la suite des nombres (ou comptine) non plus.

On voit le comptage et la comptine réapparaître dans les programmes de 1997, et ce précisément sous l'égide des compétences. Il est difficile de savoir si la justification de ce retour tient aux finalités d'« utilisations sociales des nombres » ou aux travaux qui, depuis Greco (1962), ont montré le rôle du comptage dans la conceptualisation du nombre, ou peut-être aux deux arguments à la fois. En 1997, les recherches des psychologues, didacticiens ou non, qui ont fait suite aux travaux piagétiens, ont pu être à leur tour interprétées pour élaborer les programmes. Par exemple les recherches menées sur le rôle du comptage, en rapport avec le développement des opérations logiques constitutives du nombre, de même que les recherches relatives à la construction progressive de la suite des nombres (Fuson), étaient mieux connues (voir Bideaud & *al.*, 1991).

Pour les notions d'addition et de soustraction, en 1972, on note l'absence des problèmes à énoncés. En 1997 les travaux de Vergnaud sur les problèmes additifs sont explicitement interprétés pour fournir des activités dans les manuels, et l'une des compétences attendues, de la deuxième à la sixième primaire, consiste à « résoudre des problèmes additifs et soustractifs ».

Poursuivons notre enquête maintenant du côté des textes théoriques en didactique des mathématiques. On trouve la notion de compétence dans la

théorie des champs conceptuels, mais on va voir qu'il s'agit alors d'un tout autre sens.

La théorie des champs conceptuels est une théorie cognitiviste, qui vise à fournir un cadre cohérent et quelques principes de base pour l'étude du développement et de l'apprentissage des compétences complexes, notamment de celles qui relèvent des sciences et des techniques. Du fait qu'elle offre un cadre pour la didactique, elle intéresse la didactique ; mais elle n'est pas à elle seule une théorie didactique. Sa principale finalité est de fournir un cadre qui permette de comprendre les filiations et les ruptures entre connaissances, chez les enfants et les adolescents, en entendant par connaissances aussi bien les savoir-faire que les savoirs exprimés [...]. La théorie des champs conceptuels n'est pas spécifique des mathématiques, mais elle a d'abord été élaborée en vue de rendre compte du processus de conceptualisation progressive des structures additives, des structures multiplicatives, des relations nombre-espace, de l'algèbre (Vergnaud, 1991, p. 135).

Comme nous la comprenons, la théorie des champs conceptuels étudie les filiations et les ruptures entre connaissances mathématiques, y compris les « connaissances-en-actes » contenues dans les schèmes, en tenant compte qu'elle « repose sur un principe d'élaboration pragmatique des connaissances » (p. 167). C'est une théorie du processus de conceptualisation. On est donc loin de la notion de compétence qui figure dans les plans d'études. La liste des compétences que l'on y trouve en regard des notions ne peut en effet que difficilement rendre compte de l'activité de filiations et de ruptures entre connaissances-en-acte, savoir-faire et savoirs, qui est le véritable enjeu des recherches sur les champs conceptuels.

Nous touchons là un phénomène d'inversion de sens lié à la transposition des savoirs, le résultat de l'activité (compétences au sens des programmes) se substitue à l'élaboration des connaissances dans l'activité (« connaissances-en-acte dans les schèmes »).

LA NOTION DE COMPÉTENCE EST AMBIGÜE

Le terme de *compétence* comme pivot entre savoirs et savoirs scolaires

Examinons maintenant la place qu'occupe ce terme dans l'organisation des documents. Commençons par les manuels. Si on les compare aux manuels des années 70, on remarquera un grand renouvellement des activités proposées et de leur présentation.

L'ancien enseignement des mathématiques était découpé en *avenues* notionnelles : *Ensembles et relations, Numération, Opérations, et Découverte*

de l'espace, chacune des avenues étant marquée par une couleur spécifique. On retrouve dans les manuels de 3P actuels deux découpages en couleurs. Dans le manuel du maître c'est :

Jaune pour les informations sur la structure de l'ouvrage, sur les conceptions qui le sous-tendent et sur certains aspects de la gestion de classe ; *rouge* pour les plans, les tableaux, les introductions et les outils, *orange* pour la description et la gestion des activités.

Dans le manuel de l'élève par contre, c'est « *Jaune* pour des activités de recherche, *orange* pour des activités à réaliser selon une consigne, *rouge* pour des règles de jeu, et *violet* pour des tableaux de référence » (Corome, 1997, p. 2).

Ce ne sont plus les savoirs que l'on utilise pour organiser l'enseignement mais les types d'activités, vues tantôt du côté du maître, tantôt du côté de l'élève. Les tableaux précisent encore cela. Les titres des *modules* s'expriment par la formule : « Des problèmes pour [...] » (Corome, 1997, p. 29), tandis que les *champs d'activités* sont décrits par des expressions verbales à l'infinitif : « Utiliser des écritures mathématiques » (p. 61). Les compétences sont exprimées de la même manière : « Comparer des sommes et des différences » (p. 80), tout comme le sont les *tâches* : « Noter des additions de 4 termes dont la somme est 20 » (p. 107). Ce sont donc les mêmes termes qui indifféremment rendent compte des tâches et des compétences requises pour les accomplir. Seules deux colonnes ne comportent pas de telles expressions : la désignation des notions impliquées, p. ex. : « Addition et soustraction dans N », et les titres des activités proposées aux élèves, p. ex. : « Voisine » (p. 131).

On classe donc les activités selon les tâches/compétences qu'elles exercent et non plus selon les savoirs à enseigner. Il y a un ordre à cela :

- en haut, via la désignation de problèmes, un découpage implicite en termes de savoirs ;
- en position intermédiaire les compétences relatives aux notions et outils que les élèves doivent s'approprier ;
- en bas, les tâches particulières proposées en classe ;
- la description de chacune des activités particulières indique, sises un cran plus bas, quelques démarches observées chez les élèves.

Remontons alors au plan d'étude et à la définition des finalités, intentions etc. que nous avons cités plus haut. Il s'en dégage une certaine représentation de l'enseignement des mathématiques selon laquelle ce dernier aurait pour but de ménager aux élèves des accès à l'environnement culturel. Les moyens mis en œuvre par l'école sont spécifiés par des intentions en regard de contenus objectifs, alors que les compétences représentent les rapports des élèves (pris dans leur ensemble) à ces contenus (objectifs et

culturels). Elles sont définies comme des *seuils* de savoir à franchir à certaines échéances. Il s'agira pour l'enseignant de réussir à doter l'ensemble des élèves de sa classe de ces compétences. Les *méthodologies* auront pour fonction de montrer les liens entre les activités et ces compétences.

Alors que dans le plan d'études la colonne *contenus* précède la colonne *compétences*, dans la méthodologie ce rapport est inversé et ici les *compétences* précèdent les *notions* (même si maintenant, les deux sont classés comme *contenus*).

On peut trouver une logique à cela. Admettons par exemple que le maître n'ait pas les moyens de transmettre directement les savoirs. Suivant une telle conception, enseigner consisterait à favoriser le développement de compétences chez l'élève, qui, à terme, lui donneront accès aux domaines de connaissances mathématiques proprement dites, au-delà du cadre scolaire. Dans ce cas, le maître n'aurait plus qu'à placer les élèves en situation de développer activement leurs potentialités. Vue ainsi, la notion de compétence sert de *pivot* autour duquel s'opère un basculement de l'univers culturel des savoirs mathématiques (auxquels fait référence le plan d'études), vers l'univers culturel des savoirs scolaires (que proposent les méthodologies). Le basculement inverse s'effectuerait avec l'intégration progressive de l'élève dans l'univers culturel et social. Une telle inversion n'apparaissait pas dans le plan d'études et les manuels des années 70 parce que, d'un bout à l'autre de la chaîne, il ne s'agissait jamais que de savoirs (qui se transformaient au gré des transpositions). Aujourd'hui, il ne subsiste d'une telle conception que des traces, ci ou là, comme lorsque nous retrouvons, dans les textes introductifs aux modules, des savoirs désignés à la manière du *Plan d'études* de 1972 (cf. méthodologie 3P, pp. 117-118, paragraphe : *Le répertoire additif et soustractif*).

Tant que l'on considère chaque document en lui-même et pour la fonction qu'il joue, on peut ne pas s'apercevoir du caractère étrange de cette conception. En quelque sorte, on y assigne pour l'enseignement des mathématiques des contenus externes à l'école, les *authentiques* savoirs mathématiques et des contenus internes à l'école, les savoirs scolaires *transposés*. La finalité de l'enseignement serait alors de favoriser l'accès aux mathématiques en faisant acquérir aux élèves des compétences développées autour des savoirs scolaires. Nous reviendrons sur ce point.

Introduction du terme dans les textes d'enseignement des mathématiques

Attentifs depuis plus de 20 ans à l'évolution de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande, nous avons pu observer la constance et l'énergie mise par nos institutions dans l'ajustement des contenus d'enseignement

et leur programmation. Il est intéressant de consulter quelques documents qui préparent ou prolongent l'actuelle réforme. Nous n'avons pas la place ici de montrer l'ampleur de ce travail, et nous nous contenterons de deux exemples. Dans un projet de l'Institut Romand de Recherche et de Documentation Pédagogiques de 1985, on trouve l'idée qu'il y aurait « deux visées de l'enseignement mathématique » et par là deux *types* d'objectifs à atteindre (p. 2 et 3) :

1^{er} type : ceux qui « dérivent des intentions générales et concernent l'acquisition de démarches de la pensée et d'attitudes. La poursuite de tels objectifs contribue au développement de la personnalité de l'enfant. Plus loin ces objectifs apparaissent sous la rubrique *compétence* des tableaux à cinq composants et, encadrés, dans les tableaux de progression ».

2^e type : ceux qui « relèvent de chapitres particuliers. Ils concernent les connaissances (techniques ou notions) qui sont mises en œuvre dans une activité de résolution de problèmes en mathématiques ». Plus loin dans le document (p. 5) le terme de compétence est précisé : « Il s'agit de savoir-faire généraux, des capacités clés qu'il importe de faire acquérir aux enfants ».

Dans un document actuel cette fois, définissant le programme de mathématiques pour le cycle de transition (5 et 6 P) de l'école vaudoise, on retrouve une telle généralité associée aux compétences.

Elles sont tantôt définies comme des « savoir-être et savoir-faire » généraux fédérant des « connaissances particulières » (tableau p. 4) tantôt qualifiées parce qu'elles « définissent le cadre permettant d'établir un bilan de fin de cycle de transition » (p. 6). Alors que pour les mathématiques, on associera à ce terme une liste de savoirs tantôt généraux, tantôt particuliers.

À l'analyse de ces documents, nous voyons se combiner deux mouvements. L'un qui a trait à l'organisation de l'enseignement, et l'autre qui concerne son administration et l'évaluation des élèves. Nous examinerons le second mouvement, ci-dessous.

Il y a tout d'abord un changement de conception. Les mathématiques modernes nous donnent une organisation des savoirs depuis leurs fondements jusqu'à leurs développements ultimes. Dans les années 70, on avait pensé l'utiliser comme fil conducteur de l'enseignement des mathématiques. Cela s'est avéré insuffisant et, à la faveur d'influences de la psychologie ou de la didactique, on en est venu à chercher à organiser l'apprentissage des élèves au moyen de situations favorisant le fonctionnement et le développement de leurs acquis. Cette nouvelle conception opère un double élargissement : 1) il faut définir comme visée de l'enseignement l'acquisition de connaissances générales qui débordent les savoirs notionnels et techniques ; 2) il faut montrer comment les savoirs mathématiques peuvent aussi bien être acquis dans des situations et problèmes plus larges et plus

ouverts, que l'on suppose donc plus vrais si ce n'est plus réels que les activités scolaires classiques. C'est à cela que répond l'introduction du terme de *compétence* qui semble être de bon calibre tout autant pour décrire cet aspect général que l'on veut donner aux connaissances que pour être mis en relation avec des situations complexes qu'il serait artificiel de vouloir réduire à une simple liste de notions spécifiques. Définir deux sortes d'objectifs, comme en 1985, marque une tentative d'articuler les deux approches. Toutefois cela pose des problèmes considérables de gestion du temps, et fatalement l'une tend toujours à se substituer à l'autre.

Élargissement ou hiérarchisation ?

En ce qui concerne l'évaluation de l'enseignement et des élèves, le fait important est que le terme de *compétence* semble avoir pris tout simplement la place des *objectifs pédagogiques*, ou plutôt que les types d'objectifs (premier type/second type, cf. 5.2) sont devenus des *niveaux*, c'est-à-dire qu'on les a ordonnés et que les premiers ont pris le pas sur les seconds. Pourquoi ? Vogue du métacognitif sans doute. Quoi qu'il en soit, dans les textes de 1997 (Ging & al., 1997), on fait comme si les objectifs de premier type (niveau) impliquaient toujours et nécessairement des objectifs de second type (niveau). En découle la possibilité de regrouper les activités de classe selon les compétences visées et non plus selon les savoirs impliqués. Mais cela se paie par un caractère plus vague des compétences et donc aussi plus ambigu.

Effectivement, tout au long de nos analyses, nous avons buté sur ce caractère ambigu de la notion de compétence et des fonctions que les différents textes lui faisaient jouer. Il semble très schématiquement dit que, relativement à une hiérarchie de systèmes, disons cognitifs, en un sens très large, les compétences soient des acquis (déjà là) de niveau inférieur amenés à s'exprimer (s'actualiser, se développer) à un niveau (directement ?) supérieur. Lorsqu'il s'agit de penser la délicate question de l'inné et de l'acquis, les niveaux sont aisément identifiables. Le problème est tout autre lorsque l'on emprunte ce schéma pour penser un projet d'enseignement élémentaire, où non seulement on aura affaire, peu ou prou, à de l'inné et de l'acquis, mais aussi à des connaissances antérieures et des connaissances nouvelles, ou encore à des connaissances latentes ou activées. Il semble pour le moins réducteur d'amalgamer les unes aux autres ces dualités dialectiques sous prétexte d'une analogie fonctionnelle entre les ressources d'un système et les exploitations qu'il peut en faire. Dans leur souci d'explication, les auteurs de l'actuelle réforme opèrent un tel glissement. Ainsi, dans le document *Compter avec les élèves*, on trouve en première page cette déclaration :

[...] de prendre en compte principalement, l'enfant, ses connaissances antérieures, ses propres outils et spécificités. De les valoriser ensuite, et de les structurer pour en faire naître une capacité. La capacité d'appréhender des situations, des problèmes. / D'apprendre la vie, quoi ! (p. 1)

Peut-on sérieusement considérer qu'à l'image de l'inné, la formation scolaire fournisse un bagage pour la vie ?

Cette manière de penser se heurte à deux difficultés théoriques. Tout d'abord a-t-on vraiment affaire à une hiérarchie ? Nous doutons fortement qu'il soit pertinent de considérer les rapports entre le scolaire et l'extra-scolaire de cette manière, et nous doutons encore plus qu'on puisse le faire pour les degrés scolaires eux-mêmes. La seconde difficulté porte sur la conclusion du raisonnement suivant. Si tant est que l'on ait quand même à faire à deux niveaux hiérarchiques distincts, cela voudrait dire que *les processus propres à chacun de ces niveaux seront de nature différente* (ne serait-ce que pour des raisons d'échelle). Considérer les moments du cursus comme des niveaux hiérarchiques distincts reviendrait à *admettre que les processus d'acquisition des compétences soient différents des processus de leur expression*. Dès lors il deviendrait impérieux de lever cette ambiguïté en *précisant ce qu'on appelle développement*. Pour notre part, comme nous l'avons indiqué en introduction, nous pensons qu'il faut d'autres schémas pour comprendre l'organisation et la production de connaissances dans un système cognitif.

CONCLUSION

À quoi renvoie alors l'usage de cette notion de compétence dans les programmes et les manuels ?

Sans fondement théorique clair, cette notion participe d'un mouvement qui reconnaît les connaissances des élèves à l'aune de la réalisation de tâches successives, au risque de couper ces connaissances des savoirs grâce auxquels la culture peut reconnaître les connaissances d'un sujet. Cette partie de notre enquête nous aura menés à discerner un débat sous-jacent sur les finalités de l'école, et sans doute la notion de compétence dans les programmes est-elle avant tout un symptôme de l'actualité de ce débat.

Une question devient alors de plus en plus pressante pour nous : une confusion n'est-elle pas en train de s'installer au sujet des finalités relatives aux rôles social et culturel de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ? Reprenons l'idée d'un phénomène d'inversion qui caractériserait la transposition des savoirs psychologiques et didactiques. Alors que, par exemple, les recherches sur le comptage veulent prendre en considération les pratiques que l'enfant tient de son environnement social pour

comprendre si et dans quelle mesure ces pratiques et les instruments qui les accompagnent participent au processus de conceptualisation du nombre, une inversion de la signification de ces recherches se produit dans les programmes où il semble que la conceptualisation doive céder le pas devant des pratiques qui seraient suffisantes pour justifier un savoir mathématique. La fonction d'un enseignement des mathématiques à l'école élémentaire s'en trouve modifiée, et l'élan donné dans le sens d'une conceptualisation progressive lors de la réforme des années septante (rappelons-nous les mathématiques « de la maternelle à l'université ») risque d'être coupé par un affaiblissement des finalités, affaiblissement curieusement associé au rôle social et culturel des mathématiques. Les conséquences de cet affaiblissement des finalités n'apportent, en effet à nos yeux, aucun bénéfice social ni culturel. À l'intérieur du processus de transposition, le critère d'utilité sociale et culturelle est nécessairement présent, car la demande d'enseignement vient de la société. À elle de débattre, avec les chercheurs et les repères qu'ils fournissent, en quoi consiste cette utilité sociale et culturelle et par quels moyens l'assurer.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Bideaud, J., Meljac, C. & Fischer, J.P. (Éd.). (1991). *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires de Lille.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7 (2), 33-115. Republié in J. Brun (Éd.). (1996). *Didactique des mathématiques* (pp. 45-143). Lausanne : Delachaux et Niestlé.
- Brousseau, G. (1997). Allocution prononcée lors de sa distinction au titre de Docteur honoris causa de l'Université de Montréal. Manuscrit non publié, Université de Montréal.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné* (2^e éd.). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12 (1), 73-112. Republié in J. Brun (Éd.). (1996). *Didactique des mathématiques* (pp. 145-196). Lausanne : Delachaux et Niestlé.
- Compter avec les élèves. Enseignement des mathématiques en Suisse romande. Introduction aux nouveaux moyens*. (1997). Commission Romande des Moyens d'Enseignement.
- Conne, F. (1981). *La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire*. Thèse de doctorat en Sciences de l'éducation, Université de Genève. Lausanne : Conne-Couturier-Noverraz.

- Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12 (2/3), 221-270. Republié in J. Brun (Éd.). (1996) *Didactique des mathématiques*. Lausanne : Delachaux et Niestlé.
- Conne, F. (1994). Quelques enjeux épistémologiques rencontrés lors de l'étude de l'enseignement des mathématiques. In *Actes du XXI^e congrès colloque INTER-IREM de la COPIRELEM* (colloque inter IREM des professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres) (pp. 3-35). St Quentin : IREM Picardie INSSET.
- Conne, F. (1997). L'activité dans le couple enseignant / enseigné. In *Actes de la IX^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 15-24). Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques éditeur.
- Conne, F. & Lemoyne, G. (1999). Introduction. In G. Lemoyne et F. Conne (Éd.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (pp.7-28). Montréal : Presses de l'Université de Montréal.
- Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C. & Villars-Kneubühler, F. (1998). *Livre du maître. Méthodologie. Livre de l'élève. Mathématiques 3P*.
- Département de la formation et de la Jeunesse du canton de Vaud, service de l'enseignement enfantin, primaire et secondaire. (1998). *Programme général du cycle de transition* (version provisoire).
- Gagnebin, A., Guignard, N. & Jaquet, F. (1997). *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. Commission romande des moyens d'enseignement.
- Ging, E., Sauthier, M.H. & Stierli, E. (1996). *Livre du maître. Méthodologie. Mathématiques 1P*. Commission Romande des Moyens d'Enseignement.
- Ging, E., Sauthier, M.H. & Stierli, E. (1997). *Livre du maître. Méthodologie. Mathématiques 2P*. Commission Romande des Moyens d'Enseignement.
- Greco, P. (1962). Quantité et quotité. In P. Greco et A. Morf (Éd.), *Structures numériques élémentaires* (Études d'Épistémologie Génétique, vol. XIII) (pp. 1-70). Paris : PUF.
- Groupe de travail d'ajustement des programmes de mathématique de CIRCE I et CIRCE II.
- Minsky, M. (1988). Chap. X : Le principe de Papert. In *La société de l'esprit* (pp.178-195). Interéditions.
- Programme de mathématique pour les degrés 1 à 6*. (1985). Neuchâtel : IRDP.
- Plan d'études pour l'enseignement primaire de Suisse romande*. (1972). Office romand des services cantonaux des éditions et du matériel scolaire.
- Plan d'études romand de mathématiques. Degrés 1 – 6*. (1997). COROME, CIIP / SR+Ti.
- Vergnaud, G. (1977). Activité et connaissance opératoire. *Bulletin de l'APMEP*, 307, 52-65.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherche en didactique des mathématiques*, 10 (2/3), 133-170. Republié in J. Brun (Éd.). (1996) *Didactique des mathématiques* (pp. 197-242). Lausanne : Delachaux et Niestlé.