



## Introduction aux sciences du langage

### Travaux pratiques du 08.12.2021

#### Corrigé

## 1 Conséquence logique

### Rappel: conséquence logique

Soit  $A$  et  $B$  des phrases du langage naturel.  $B$  est une conséquence logique de  $A$  **si et seulement si** à chaque fois que  $A$  est vraie, alors  $B$  est vraie aussi. On note la conséquence logique de la façon suivante:

$$(1) \quad A \models B$$

On dit alors que  $A$  **entraîne**  $B$  ou  $A$  **implique**  $B$ .



Attention à ne pas intervertir l'ordre des phrases! La relation de conséquence logique est une relation sur des paires ordonnées. En d'autres termes,

$$(2) \quad (A \models B) \not\models (B \models A)$$

### Pour les étudiants de logique (philosophie)

✂ La notion de conséquence logique employée ici est équivalente à la notion de **conséquence sémantique** en logique du premier ordre.

✂ Attention à ne pas confondre les notions de conséquence ( $\models$ ) et d'implication matérielle ( $\rightarrow$ ).

1. Pour chacune des paires suivantes, déterminez si la phrase (b) est une conséquence logique de la phrase (a):

- (3) a. Une voiture jaune a été retrouvée dans le port de Saint-Nazaire.  
b. Une voiture a été retrouvée dans le port de Saint-Nazaire.

$a \models b$ : toutes les voitures jaunes sont des voitures.

- (4) a. Il y a dix ans, Nestor fumait.  
b. Aujourd'hui, Nestor ne fume pas.

$a \neq b$ : Nestor peut n'avoir jamais été fumeur.

- (5) a. Igor ne sait pas jouer d'un instrument à cordes.  
b. Igor ne sait pas jouer d'un instrument.

$a \neq b$ : Igor peut savoir jouer d'un autre type d'instrument, comme le piano.

- (6) a. Tous les dictateurs viennent du San Theodoros.  
b. Certains dictateurs viennent du San Theodoros.

$a \models b$ : Si tous les dictateurs sont San-Théodoriens, alors il est le cas que au moins deux d'entre eux (signification de *certain*s) sont San-Théodoriens.

- (7) a. Tous les dictateurs viennent du San Theodoros.  
b. Certains dictateurs viennent d'Amérique du Sud.

$a \models b$ : Si tous les dictateurs sont San-Théodoriens, et que le San-Théodoros est un pays d'Amérique du Sud, alors tous les dictateurs sont Sud-américains et, par parité de raisonnement avec (6), certains d'entre eux également.

- (8) a. Toutes les nouvelles inventions de Tryphon Tournesol ont reçu un prix.  
b. Toutes les inventions de Tryphon Tournesol ont reçu un prix.

$a \neq b$ : Il est possible que Tryphon n'ait été primé que pour ses plus récentes inventions (comme le super-color Tryphonar).



Les bijoux de la Castafiore



### Rappel: monotonie

En sémantique, une relation est dite de **monotonie croissante** si la relation établie entre les éléments d'un ensemble  $X$  vaut pour tous les **sur-ensembles** de  $X$  (tous les ensembles contenant  $X$ ):

(9) Tous les marins mangent du crabe  $\models$  Tous les marins mangent.

Une relation est dite de **monotonie décroissante** si ce rapport est inversé, c'est-à-dire si la relation établie entre les éléments d'un ensemble  $X$  vaut pour tous les **sous-ensembles** de  $X$  (tous les ensembles contenus dans  $X$ ):

(10) Aucun marin n'aime le rhum arrangé  $\not\models$  Aucun marin n'aime le rhum.

La négation établit une relation de **monotonie décroissante**: c'est ce qui permet d'expliquer la présence des **éléments à polarité négative** dans sa portée.

(11) a. John didn't eat **any** cookie.  
b. Marie ne fait pas **le moindre** effort.

## 2 Monotonie

1. Pour chacune des paires de phrases suivantes, indiquez (i) si (a)  $\models$  (b) et (ii) si cette relation est **monotone croissante (MC)** ou **monotone décroissante (MD)**. Justifiez votre réponse.

(12) a. Haddock n'aime pas le whisky.  
b. Haddock n'aime pas le Loch-Lomond.

$a \models b$ : le Loch-Lomond étant une marque de whisky, si Haddock n'aime pas le whisky, alors il n'aime pas le Loch-Lomond. Il s'agit d'un environnement monotone décroissant: la présence de la négation inverse la relation de conséquence logique (si Haddock aime le whisky, Haddock n'aime pas forcément le Loch-Lomond - et c'est le cas; il ne le supporte pas).

(13) a. Bianca Castafiore chante.  
b. Bianca Castafiore chante faux.

$a \not\models b$ : Relation de monotonie croissante (les chanteurs ne sachant pas chanter sont un sous-ensemble des chanteurs). En ce qui concerne la valeur de vérité de (a), je pense que Bianca Castafiore est une grande cantatrice (débat ouvert en classe par

l'une de vos camarades à propos de l'univers de Tintin pour savoir ou non si cela est le cas - nous pourrons en reparler d'ici la fin de l'année).

- (14) a. Le colonel Sponz n'aime pas les Syldaves.  
b. Les Syldaves n'aiment pas le colonel Sponz.

$a \not\equiv b$  et  $b \not\equiv a$ : il n'existe pas de relation entre ces phrases, puisque la relation que le prédicat *aimer* établit entre ses deux arguments est unilatérale ( $x$  aime  $y \not\equiv y$  aime  $x$  et inversement).

- (15) a. Aucun Syldave n'aime le colonel Sponz.  
b. Aucun Syldave n'aime les Bordures.

$a \not\equiv b$ : Relation de monotonie décroissante: bien que le colonel Sponz soit un Bordure, le fait que les Syldaves ne l'aiment pas n'implique pas que ceux-ci détestent tous les autres Bordures. En d'autres termes, on peut détester le chef de la police de Szohôd et néanmoins apprécier d'autres Bordures.

