

## TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE des Auteurs .....	5
FOREWORD, by Amos NEVO .....	7
INTRODUCTION .....	13
CHAPITRE 1: Principes de démonstration d'un théorème ergodique	21
1.1 Le théorème de von Neumann .....	22
1.2 Inégalités maximales et principe de Banach .....	26
1.3 Théorèmes de Birkhoff et de Hopf-Dunford-Schwartz .....	31
CHAPITRE 2: Théorèmes généraux pour les groupes moyennables .	41
2.1 Groupes moyennables .....	42
2.2 Théorèmes ergodiques pour les suites de Følner .....	49
2.3 Le principe de transfert .....	56
CHAPITRE 3: Inégalités maximales et lemmes de recouvrement ..	61
3.1 Moyennes sur les boules de $\mathbf{R}^d$ .....	62
3.2 Mesures doublantes et non doublantes .....	65
3.3 Suites doublantes d'un groupe .....	76
3.4 Suites tempérées .....	81
CHAPITRE 4: Un exemple: le groupe des affinités .....	97
4.1 Structure du groupe des affinités .....	98
4.2 Suites de Følner dans le groupe des affinités .....	100
4.3 Inégalités maximales pour les boules hyperboliques .....	105
4.4 Inégalités maximales pour des familles plus générales .....	112
4.5 Un théorème ergodique sur le groupe $S_d$ .....	122
CHAPITRE 5: Moyennes sphériques .....	123
5.1 Inégalités maximales pour les sphères de $\mathbf{R}^d$ .....	124
5.2 Inégalités maximales pour les sphères de $\mathbf{Z}^d$ .....	139

CHAPITRE 6: Théorèmes ergodiques pour une action d'un groupe libre . . . . .	163
6.1 Actions par isométries sur un espace métrique compact . . .	165
6.2 Théorèmes ergodiques en moyenne dans $L^2$ . . . . .	168
6.3 Inégalités maximales et théorèmes ergodiques ponctuels dans $L^2$ . . . . .	177
6.4 Inégalités maximales et théorèmes ergodiques dans $L^p$ . . .	185
6.5 Le théorème de Bufetov . . . . .	195
CHAPITRE 7: Théorèmes ergodiques pour $SO^o(d, 1)$ . . . . .	199
7.1 Théorème ergodique en moyenne dans $L^2$ . . . . .	201
7.2 Inégalités maximales et théorème ergodique ponctuel dans $L^2$	207
7.3 Inégalités maximales et théorème ergodique dans $L^p$ . . . . .	214
7.4 Estimations des fonctions sphériques . . . . .	221
POSTFACE . . . . .	227
APPENDICE A: Régularité des représentations et mesurabilité des fonctions maximales . . . . .	231
A.1 Représentations de $G$ et de $\mathcal{M}(G)$ . . . . .	231
A.2 Mesurabilité des fonctions maximales . . . . .	234
APPENDICE B: Éléments de théorie spectrale . . . . .	239
B.1 $C^*$ -algèbres commutatives . . . . .	239
B.2 Le théorème spectral . . . . .	241
APPENDICE C: Théorème de Rota pour une suite d'opérateurs de Markov . . . . .	247
APPENDICE D: L'espace hyperbolique . . . . .	253
D.1 Les différents modèles . . . . .	253
D.2 Isométries de $\mathbf{H}^{d+1}$ . . . . .	256
D.3 Quelques formules . . . . .	257
BIBLIOGRAPHIE . . . . .	259
INDEX . . . . .	269