Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

POUR UNE « VULGARISTIQUE » DES MATHÉMATIQUES

Benoît RITTAUD*

Résumé – L'article présente quelques considérations sur ce qu'est la vulgarisation en mathématiques et illustre en quoi la didactique ou la pédagogie ne sont pas pleinement adaptés pour son étude en tant qu'objet scientifique. À l'aide de l'exemple de la problématique des nombres irrationnels, l'article met en relief quelques différences fondamentales entre vulgarisation et enseignement. Il suggère que, ces deux activités étant tout de même liées, l'une et l'autre pourraient être regardées comme s'intégrant à un même cadre théorique plus général : celui de la transmission du savoir.

Mots-clefs : vulgarisation ; enseignement ; nombres irrationnels

Abstract – The article deals with some considerations on the activity of popularization of mathematics, and shows why the science of mathematics education is not fully convenient to study it as a scientific object. The article makes use of the example of irrational numbers to emphasize on some fundamental differences between popularization and teaching. It suggests that, since these two kind of activities are linked, both should be regarded as parts of a more general framework: transmission of knowledge.

Keywords: popularization ; teaching; irrational numbers.

Une façon commune de penser la vulgarisation consiste à l'envisager comme un effort de simplification du contenu d'un savoir, destiné à permettre à un public de non-spécialistes de s'en approprier à bon compte quelques rudiments. Selon ce point de vue, la vulgarisation serait une sorte d'enseignement allégé. Il est vrai que les deux activités partagent un point de leur structure fondamentale : les deux consistent en une rencontre (au sens large) entre dépositaires du savoir et novices, rencontre dont l'objet est une transmission des connaissances des premiers aux seconds.

Un aspect périphérique pour expliquer cette captation d'une pratique par une autre est que beaucoup d'acteurs de la vulgarisation sont eux-mêmes des enseignants, qui s'inspirent donc tout naturellement de leurs habitudes de salle de classe pour procéder à une transmission « allégée ». Ce point est tout particulièrement criant dans le cas des mathématiques, qui est une discipline scientifique peu médiatisée par rapport à d'autres (médecine, cosmologie…) et à laquelle peu de médias non-spécialisés consacrent des efforts suffisants pour créer une authentique culture autonome de la vulgarisation mathématique pour de bon émancipée de toute tutelle scolaire. La vulgarisation demeure donc, pour une large part, prisonnière du

* Université Paris-13, Sorbonne Paris Cité, LAGA, CNRS, UMR 7539 – France – rittaud@math.univ-paris13.fr

schéma de fonctionnement issu des pratiques professionnelles de ses promoteurs les plus naturels et les plus nombreux.

Nous proposons ici une première approche pour illustrer que, en réalité, les outils d'analyse de l'enseignement sont partiellement inadaptés à l'analyse de la vulgarisation des mathématiques. L'intention comme les méthodes de cette dernière semblent en effet suffisamment distinctes pour qu'il soit légitime de parler d'une réelle différence de nature, et non d'une simple différence de degré. Le présent article présente ainsi quelques pistes modestes à partir desquelles il pourrait être possible de réfléchir à la fondation d'une « vulgaristique », qui serait à la vulgarisation ce que la didactique est à l'enseignement.

Cet article a grandement bénéficié des réflexions issues du groupe de travail informel AlPaGe, qui réunit depuis 2012 divers acteurs de la vulgarisation mathématique : Pierre Audin (Palais de la Découverte, Paris), Hacène Belbachir (université d'Alger), Pierre-Alain Chérix (université de Genève) et Shaula Fiorelli-Vilmart (université de Genève). Il peut être considéré comme une introduction à l'article de Pierre-Alain Chérix et Shaula Fiorelli-Vilmart des actes de ce même colloque EMF 2015.

I. SUR LE MOT « VULGARISATION »

Il n'est peut-être pas inutile, pour commencer, de consacrer quelques lignes à justifier notre choix du mot de « vulgarisation ». Pour beaucoup, le terme est négativement connoté, pour des raisons à la fois anecdotiques et profondes. Il y a, bien sûr, cette proximité phonétique avec des mots comme « vulgaire », « vulgarité ». L'argument serait mineur, à la rigueur défendable dans un pur contexte de communication, si cette proximité phonétique ne tenait pas à la parenté effective de ces mots, tous issus du latin *vulgus*.

Certes, le sens originel de *vulgus* est moins synonyme de « grossier » que de « commun ». La *langue vulgaire* n'est rien d'autre, à l'origine, que la langue partagée par tous, la langue du peuple. Nous pourrions donc céder au jeu érudit consistant à séparer le bon grain étymologique de l'ivraie. Il n'en resterait pas moins que le sens actuel de « vulgaire » est clairement dépréciatif, et qu'il est donc défendable de considérer que « vulgarisation » l'est aussi. Des tentatives ont régulièrement lieu pour proposer un autre mot : « valorisation », « partage », « diffusion », ou encore « popularisation » (peut-être inspiré de l'anglais *popularization*). En France, par exemple, c'est ce dernier terme qui a été retenu pour les 1$^{\text{eres}}$ journées de popularisation des mathématiques qui se sont tenues à Orléans en 2012.

Chercher dans le lexique un mot à substituer à « vulgarisation » ne semble toutefois pas une bonne idée. Nous n'allons pas nous livrer ici à une critique exhaustive de toutes les propositions envisageable, mais seulement envisager brièvement le cas de « popularisation ». Sans même gloser sur le glissement de sens (s'agit-il de rendre les mathématiques « populaires » plutôt que « communes » ?), le mot présente en réalité le même défaut que « vulgarisation ». En effet, le tropisme qui conduit à attribuer à « vulgaire » (et mots apparentés) le sens péjoratif que nous lui connaissons a des causes qui sont tout autant à l'œuvre pour les termes dérivés de « peuple ». Par exemple, il faut n'avoir jamais entendu de cinéaste s'indigner de l'expression « cinéma populaire », ni de politicien dénoncer le peu de considération pour le peuple que sous-entend le sens de « populisme », pour imaginer sans sourciller que *popularisation* échapperait, à terme, au sort de *vulgarisation*.

Toutefois, la principale raison qui doit nous pousser à nous en tenir au mot de « vulgarisation » est ailleurs : elle est que c'est ce mot et non un autre qui est aujourd'hui en usage dans le grand public. Même si, comme nous le verrons plus loin, une définition exacte de la vulgarisation est difficile à saisir, du moins peut-on aisément s'accorder sur son intention générale : présenter de manière simple, accessible, attrayante, un champ donné du savoir à un public donné. Or le plus souvent (pas toujours, il est vrai), le public sur lequel il s'agit de porter les efforts de vulgarisation est un public novice. Cela implique notamment que, à chaque fois que cela est possible, ce sont les mots utilisés par ce public que nous nous devons d'employer, en proscrivant tout élément de jargon qui ne serait pas absolument nécessaire. La dimension psychologique n'est pas indifférente et, s'agissant de ce qui nous occupe ici, c'est celle du public qui nous intéresse.

Retenir le mot de vulgarisation, c'est donc faire le choix d'une dénomination qui correspond à ce qu'il s'agit de désigner, mais aussi, et surtout, avec ce qu'il s'agit de faire : parler au public dans une langue qui lui soit familière.

II. VULGARISATION VS. ENSEIGNEMENT

Voici une liste d'éléments susceptibles d'aider à distinguer de façon théorique la vulgarisation de l'enseignement et montrent que la première ne peut se réduire à une simple déclinaison allégée du second :

- *la mise en scène* : non centrale dans l'enseignement (bien que n'en étant pas absente), elle est un élément crucial de la vulgarisation, qui recherche délibérément à créer des effets sous toutes ses formes (effets de surprise, images, discussions informelles…).
- *la captivité du public* : alors que des élèves ou des étudiants sont contraints d'être présents à une séance d'enseignement, assister à une présentation de vulgarisation (quelle qu'en soit la forme : conférence, atelier, article magazine…) relève en principe d'une démarche volontaire. La disposition mentale du public y est donc *a priori* très différente. En particulier, la vulgarisation est bien adaptée pour capter des publics alternatifs (adultes, retraités…) ou à qui il est spécifiquement important de s'adresser pour des raisons spécifiques (journalistes, décideurs…).
- *la pérennité du discours* : alors qu'un enseignement s'inscrit en principe sur la durée, une présentation de vulgarisation est limitée dans le temps. Aucun lien durable n'a vocation à s'établir entre le présentateur et le public, ou entre l'auteur et le lecteur. (En conséquence, le vulgarisateur a moins le droit à l'erreur que l'enseignant, ce dernier disposant toujours de la possibilité de rectifier un point lors d'une séance ultérieure lorsqu'il y a lieu de le faire.)
- *la mise en perspective* : sorte de contrepoint au point précédent, inscrire le domaine dans un paysage plus large (les mathématiques dans l'histoire, dans l'art, dans l'ingénierie, en philosophie…) fait partie de cette liberté que la vulgarisation peut davantage se permettre que l'enseignement, celui-ci étant bien souvent corseté dans des contraintes diverses (horaires limités, programmes officiels, influence des parents d'élèves, intangibilité des exigibles…).
- *la dimension hiérarchique* : l'enseignant est souvent un juge au travers de l'évaluation qu'il fait de ses élèves, tandis que le vulgarisateur n'a jamais ce rôle.
- *l'adaptabilité du contenu* : alors que l'enseignant est en général contraint par un programme, le vulgarisateur est plus souvent libre d'orienter son discours ou son atelier vers des éléments qui, sur le moment, apparaissent retenir davantage l'attention, ou susciter les questions les plus stimulantes.

Deux éléments viennent toutefois brouiller les cartes. Le premier, qui découle d'un phénomène déjà signalé en introduction, est qu'une partie significative du public de la vulgarisation est composée d'élèves, sous l'impulsion d'un enseignant. Le public de la vulgarisation peut donc à l'occasion se révéler tout aussi « captif » que celui de l'enseignement. C'est d'autant plus vrai qu'il est fréquent que l'enseignant exploite un matériau de vulgarisation dans l'idée que celui-ci lui permettra par la suite de développer telle ou telle partie du programme scolaire.

Un second élément tient à ce qu'une autre partie significative de la vulgarisation s'adresse en réalité aux enseignants eux-mêmes, ou plus généralement à un public professionnel. Cette vulgarisation peut être qualifiée d'*interne*, par opposition à une vulgarisation *externe* qui vise un public moins acquis à la discipline. De plus, étant donné que la vulgarisation externe est souvent jugée et évaluée par des professionnels, il est fréquent d'observer des initiatives qui, visant initialement la vulgarisation externe, se transforment progressivement en vulgarisation interne. Il est raisonnable d'estimer que cette dernière, pour indispensable qu'elle soit, est conceptuellement moins intéressante à étudier. Relevant davantage d'une démarche d'information par et pour des spécialistes, elle tient probablement plus de l'enseignement informel entre pairs. Son principal intérêt théorique dans le cadre d'une étude des mécanismes de la vulgarisation est plutôt ce tropisme fréquent qui conduit une démarche de vulgarisation conçue comme externe à se changer plus ou moins vite en vulgarisation interne, sous l'effet conjugué des habitudes des contributeurs et de la facilité plus grande qu'il y a à s'adresser à un public plus ou moins captif (voir à ce sujet l'étude réalisée en 2014 par le site internet français *Images des mathématiques*[1], qui convient de la difficulté qu'il y a à s'adresser à un public qui ne se réduise pas à des personnes déjà passionnées). Pour ce qui nous concerne, nous ne considérons dans cet article que la vulgarisation externe des mathématiques, et nous l'appelons simplement « vulgarisation » par souci de concision.

III. UN TRAITEMENT VULGARISÉ DE LA PROBLÉMATIQUE DES NOMBRES IRRATIONNELS

Pour illustrer la différence entre enseignement et vulgarisation, considérons le sujet classique de l'existence de nombres irrationnels selon ces deux angles.

Dans la perspective qui est celle de l'enseignement, la notion de nombre irrationnel s'effectue en général de la façon suivante. On commence par définir l'ensemble **Q** des nombres rationnels comme étant celui des nombres x pour lesquels on peut trouver deux entiers p et q tels que $x = p/q$. Il s'agit ensuite de montrer qu'il existe des nombres qui ne sont pas dans **Q**. Au niveau le plus élémentaire, cela peut se faire en prenant un exemple explicite (tel que $\sqrt{2}$) et en établissant qu'il ne peut s'écrire comme rapport de deux entiers, à l'aide de l'une ou l'autre des multiples démonstrations élémentaires existantes. (Pour $\sqrt{2}$, il en existe plus d'une vingtaine.) Un enseignant soucieux d'intéresser ses élèves et d'élargir leurs connaissances complètera cette démonstration avec différents éléments extra-mathématiques ou extra-scolaires reliés à cette problématique de l'irrationalité : conséquences historiques et philosophiques de l'existence des nombres irrationnels (notamment dans l'Antiquité), importance dans les applications (en architecture, en musique, dans la norme A4…), questions ouvertes (par exemple sur la structure des décimales de $\sqrt{2}$), etc. Ces aspects sortent du champ de l'enseignement proprement dit (au sens où ils ne font pas partie du programme de mathématiques), leur fonction est celle d'anecdotes éclairantes qui permettent d'aérer un cours qui porte sur une notion particulièrement abstraite.

Dans une démarche de vulgarisation ces aspects extra-mathématiques seront bien sûr regardés avec davantage d'intérêt, mais si la différence ne résidait que là, elle ne serait qu'une

[1] http://images.math.cnrs.fr/Reactions-du-comite-de-redaction.html

simple différence de degré. Or l'essentiel qui permet de distinguer enseignement et vulgarisation réside plutôt dans la manière dont cette dernière peut aborder les aspects strictement mathématiques de la notion de nombre irrationnel. En mettant l'accent sur la *présentation* de la notion plutôt que sur son *explication*, ce peut être un choix du vulgarisateur de s'« interdire » d'enseigner ce que sont vraiment les nombres irrationnels, pour éviter l'écueil si fréquent qui consiste à en dire trop. (Le défaut inverse, en dire trop peu, existe aussi mais est moins « naturel ».) Une présentation vulgarisée de l'irrationnalité peut ainsi se structurer selon les idées-forces suivantes :

- les nombres entiers sont des briques et les opérations arithmétiques usuelles (addition, multiplication, soustraction, division) sont des outils. Briques et outils permettent de construire de nouveaux objets (des nombres non-entiers, par exemple en divisant 8 par 3).
- Ces briques et ces outils ont pour particularité de permettre de créer un très vaste ensemble, noté **Q**, de nombres appelés *rationnels*. Celui-ci contient en particulier tous les nombres décimaux (mais pas seulement).
- Tout nombre pouvant être approché de façon arbitrairement précise par un élément de **Q** (par exemple *via* les décimaux), une question naturelle est de savoir si tous les nombres sont en réalité des rationnels.
- Or il n'y a aucune raison *a priori* (quoi qu'aient pu en penser les Pythagoriciens) pour que nos briques et nos outils précédents suffisent à atteindre toute l'immensité des nombres.
- En l'occurrence, il se trouve qu'en effet, ces briques et ces outils ne suffisent pas. (D'où découle en particulier la nécessité d'inventer des notations spécifiques pour les nombres les plus courants qui échappent à ces briques et ces outils : $\sqrt{2}$, π, e, etc.)

Il y a là extrêmement peu d'enseignement à proprement parler (même si ce qui précède n'est pas exclusif et que le présentateur pourrait aussi, en passant, signaler d'autres voies de réflexion plus techniques, comme la construction de **R**, sans s'y engager). Comme aucune caractérisation des rationnels par la représentation fractionnaire n'y apparaît, on n'y trouve aucune définition de l'irrationalité. On n'y trouve pas davantage de démonstration, ce qui s'en rapproche le plus étant l'usage du principe selon lequel nul outil n'a vocation à être universel.

Ainsi donc, au sens mathématique, les points précédents ne définissent ni ne démontrent quoi que ce soit. Pour l'enseignant, c'est là leur défaut rédhibitoire : il est à peu près impossible d'en extraire une substance mathématique précise. Pour le vulgarisateur en revanche, c'est là un atout, pour plusieurs raisons : d'abord, le risque est faible de « perdre en route » tout ou partie d'un public peu habitué aux techniques mathématiques. Ensuite, un point de vue aussi « lointain » permet d'avancer beaucoup plus vite. Le temps ainsi libéré peut alors permettre d'aborder des aspects culturels extra-mathématiques de la notion de nombre irrationnel, ou même servir à approcher des notions mathématiques plus complexes. C'est ainsi que, alors qu'il faudra à notre enseignant bien des heures de cours sur les corps de nombres et leurs extensions algébriques pour démontrer l'impossibilité de la quadrature du cercle, notre vulgarisateur, lui, peut immédiatement réinvestir en géométrie le principe qui lui a servi à affirmer l'existence des irrationnels : à l'instar des quatre opérations, la règle et le compas ne sont rien d'autre que des outils, avec lesquels on ne saurait prétendre *a priori* pouvoir tout faire, en particulier tracer un carré d'aire π.

IV. DE LA VULGARISATION SANS ENSEIGNEMENT ?

En poussant ce qui précède à sa limite la plus extrême, l'on en viendrait à affirmer que la vulgarisation n'est authentique que lorsqu'elle n'enseigne rigoureusement rien. Bien entendu, une telle vulgarisation « pure » serait aussi abstraite et irréalisable que le vide parfait en physique. (Qui imaginerait pour de bon une présentation vulgarisée un tant soit peu développée sur les irrationnels qui n'enseignerait rien sur les fractions ?) De plus, une vulgarisation vierge de tout enseignement manquerait probablement son objectif, tant il est difficile de soutenir qu'un public, quel qu'il soit, ne serait là que sous la condition de ne rigoureusement rien apprendre. De la même manière que l'enseignement gagne en efficacité et en qualité en intégrant des éléments culturels vulgarisés, la vulgarisation s'enrichit évidemment d'une part d'enseignement. Il reste que ce qui précède montre qu'elle ne saurait s'éclairer avec les mêmes outils d'analyse.

Ainsi donc, il faut convenir que les points communs entre la pratique de l'enseignement et celle de la vulgarisation ne suffisent pas à réduire la seconde à une version allégée de la première. Puisque, toutefois, les deux exploitent parfois des outils similaires, une manière possiblement féconde d'aborder la question ne réside ni dans la subordination de la première aux schémas qui régissent le second, ni dans l'opposition de principe entre les deux, mais d'envisager les deux comme faisant partie d'un ensemble plus vaste, et à l'intérieur duquel il n'est pas nécessaire de dresser des frontières nettes. Lorsque, à l'occasion par exemple d'un atelier, un animateur propose un jeu pour initier une réflexion sur les probabilités, est-il dans une démarche de vulgarisation ? d'enseignement ? de recherche ? À l'évidence, la seule réponse valide est : un peu de tout cela à la fois. La détermination des paramètres structurants les plus pertinents pour décrire une activité de ce type est l'un des enjeux de ce qui pourrait constituer une didactique de la vulgarisation, une « *vulgaristique* », qui serait à la vulgarisation ce que la didactique est à l'enseignement, c'est-à-dire un domaine de recherche dont l'objet serait la vulgarisation elle-même.

REFERENCES

Chérix P.-A., Fiorelli-Vilmart S. (2015) …………………
Rittaud B. (2006) *Le Fabuleux destin de* $\sqrt{2}$. Paris : Le Pommier.