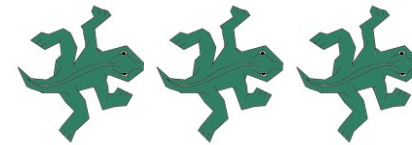


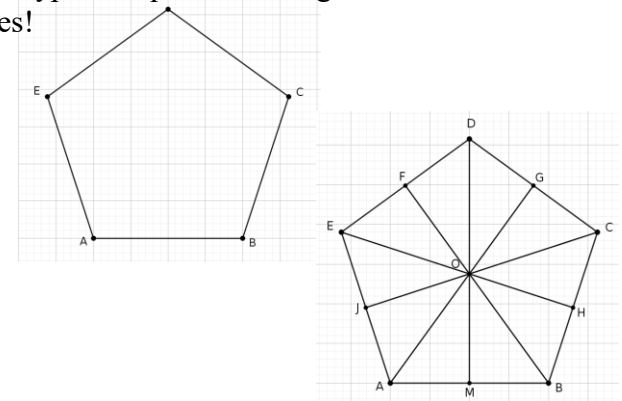
Niveau "trois lézards"

(à l'aide de Geogebra)

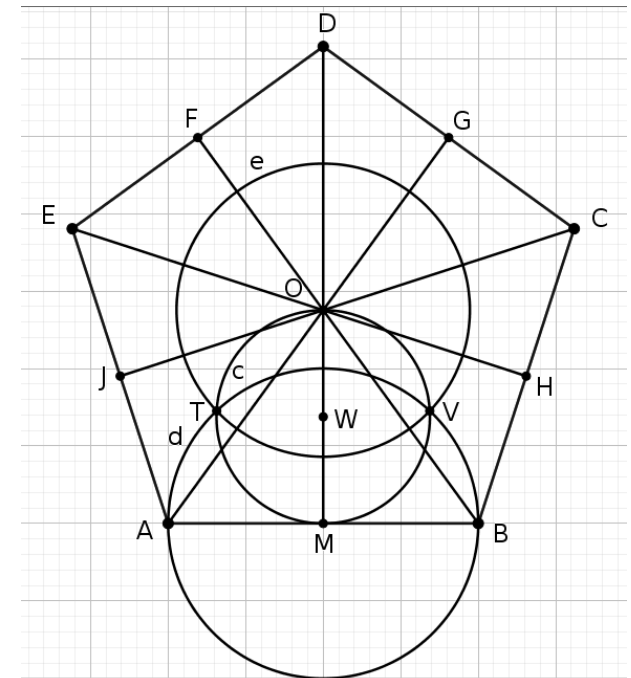
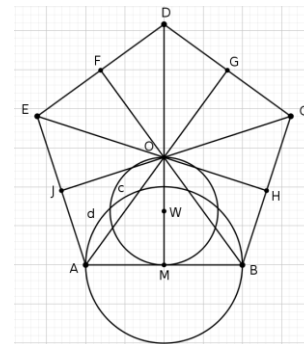


Nous allons nous baser sur la méthode de Goodman-Strauss, décrite en 2001, afin de construire un pavage hyperbolique dans Geogebra. Nous décrivons la méthode pour un pavage par pentagones mais vous pouvez l'appliquer pour d'autres polygones!

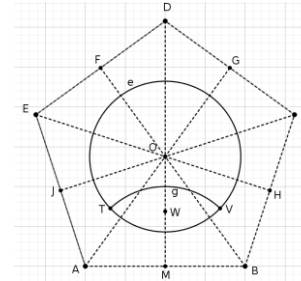
- 1) Construire un polygone régulier à n côtés. *Exemple : $n=5$.*
- 2) Si n est pair : Relier les sommets opposés ainsi que les milieux des côtés opposés par des segments.
Si n est impair : Relier les sommets aux milieux des côtés opposés par des segments.
- 3) Nommer **O** le point d'intersection de ces segments.



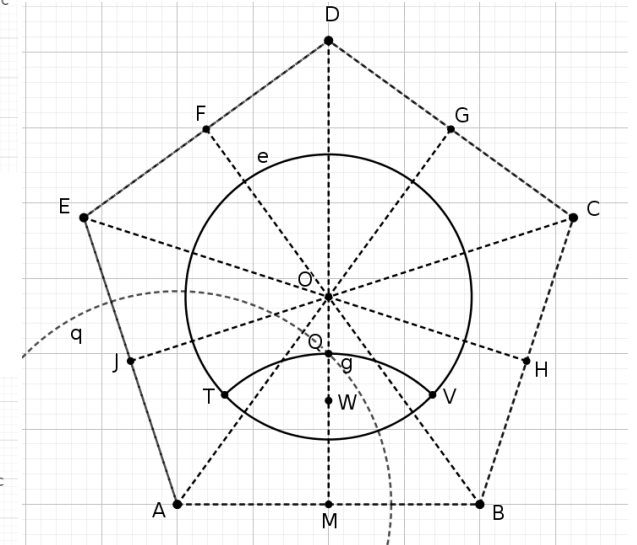
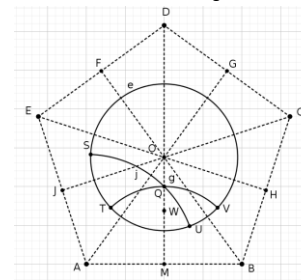
- 4) Construction du disque de Poincaré e:
 - a) Renommer **M** le point milieu de **AB**.
 - b) Construire **W**, le point milieu du segment **OM**.
 - c) Construire le cercle **c** de centre **W** passant par **O** (et **M**).
 - d) Construire le cercle **d** de centre **M** passant par **A** et **B**.
- e) Nommer les points d'intersection des cercles **c** et **d**: **T** et **V**.
- f) Construire le cercle **e** de centre **O** passant par **T** et **V**:
ce cercle sera le bord du pavage.



- 5) Construction des deux types de géodésiques
(centrées en un sommet et centrées en un point milieu):
- Construire l'arc de cercle passant par **V** et **T** (sens positif) de centre **M** puis le renommer **g**, c'est une géodésique.
 - Cacher les éléments de construction : cercle **c**, cercle **d**.

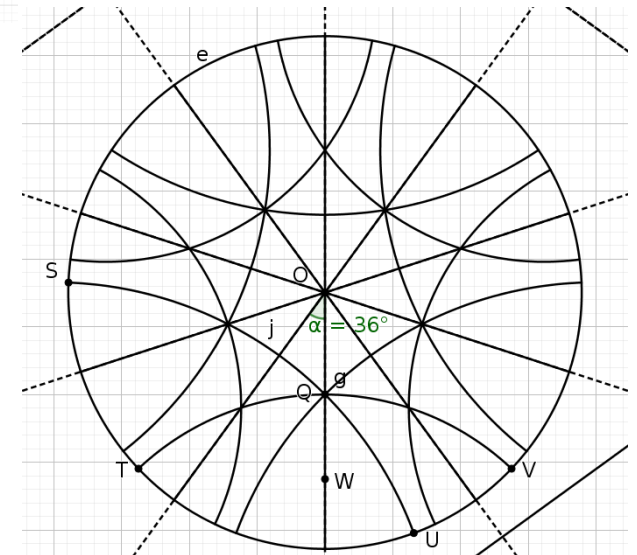


- Construire le point **Q**, l'intersection du segment **OM** avec la géodésique **g**.
- Construire le cercle **q** de centre **A** passant par **Q**.
- Nommer les points d'intersection des cercles **e** et **q**: **S** et **U**.
- Construire l'arc de cercle passant par **U** et **S** (sens positif) de centre **A** puis le renommer **j**, c'est une géodésique.
- Cacher les éléments de construction : cercle **q**.



- 6) Utiliser la symétrie pour construire les autres géodésiques :
- Sélectionner l'outil « symétrie axiale »
 - Cliquer sur la géodésique **g** puis sur une des diagonales.
 - Répéter l'opération n-1 fois. *Exemple : 4 fois.*
 - Cliquer sur la géodésique **j** puis sur une des diagonales.
 - Répéter l'opération n-1 fois. *Exemple : 4 fois.*

Remarque: Les triangles ainsi formés ont des angles de $\frac{\pi}{n}$, $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2n}(n-2)$.
Exemple : 90° , $\frac{\pi}{5} = 36^\circ$ et $\frac{\pi}{10} \cdot 3 = 54^\circ$.

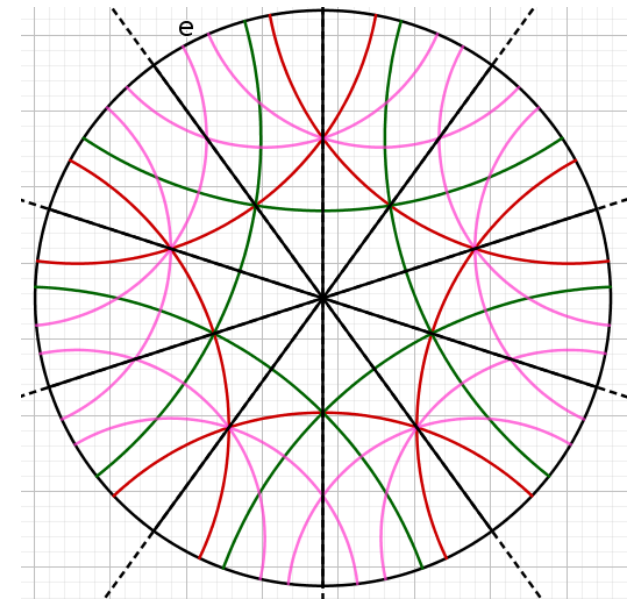
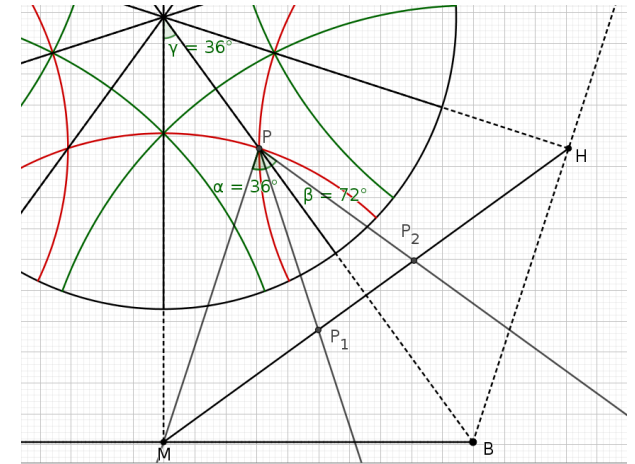


7) Construire des "couches" supplémentaires en ajoutant des géodésiques.

Remarque: Au centre de notre construction, nous avons deux n-gones imbriqués. Nous allons construire des géodésiques passant par les sommets du plus grand des deux n-gones. Il existe une infinité de géodésiques passant par chaque sommet de ce n-gone hyperbolique. Pour que le résultat final soit régulier, on va en construire $(n - 3)$ passant par chaque sommet, afin qu'on ait autant de triangles qui touchent chacun de ces sommets qu'au centre du pavage.

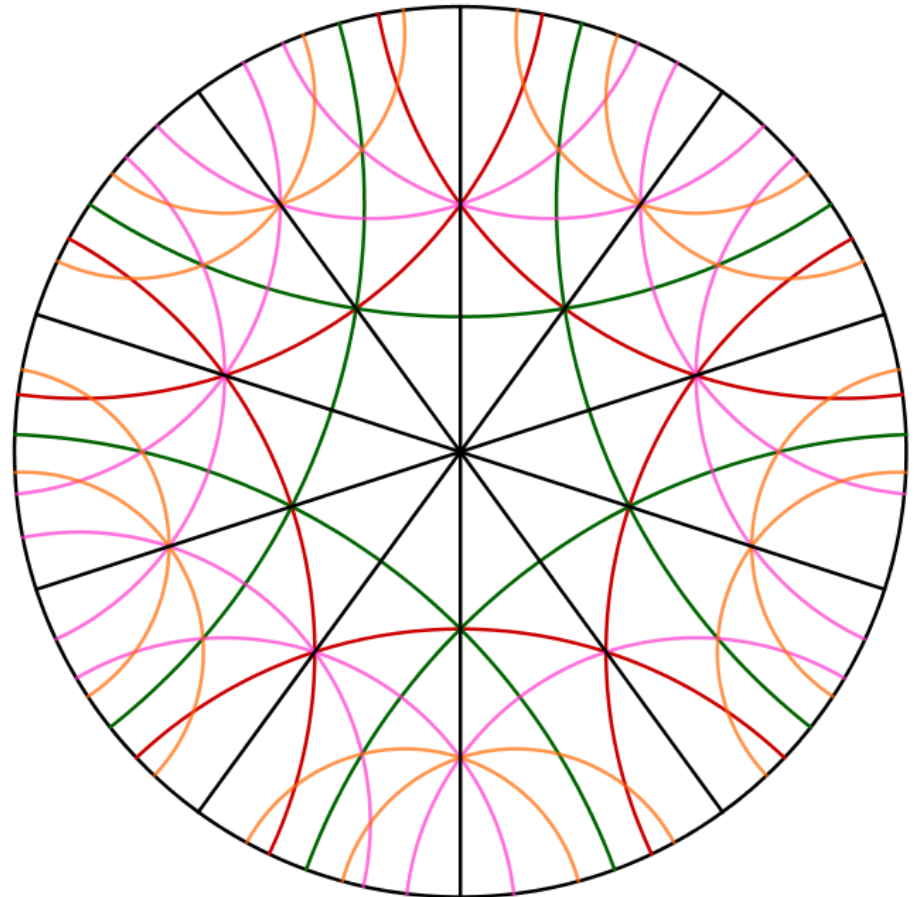
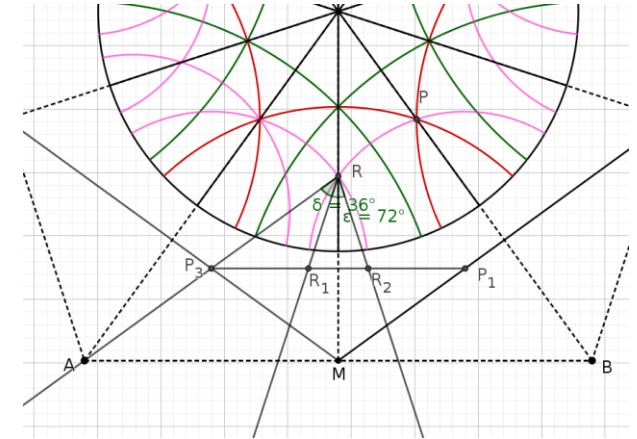
Exemple : On a au centre 10 triangles qui se touchent. Avec les 5 géodésiques centrées en des points milieux du polygone de base, on a 6 triangles qui se touchent à leurs intersections. Il faut donc en rajouter $(n - 3) = 2$ en chaque sommet.

- a) Construire le segment reliant les deux points milieux **M** et **H**.
- b) Nommer **P** le point d'intersection des géodésiques de centre **M** et **H**.
- c) Construire les points **P_i** et les géodésiques **g_i** où $i \in \{1; \dots; n - 3\}$
 - i) Construire un angle de mesure $\frac{\pi \cdot i}{n}$ passant par **M** et **P**, construire la droite le long de cet angle.
 - ii) Nommer **P_i** le point d'intersection de cette droite et du segment **MH**.
 - iii) Construire le cercle de centre **P_i** passant par **P**.
 - iv) Construire l'arc de cercle passant par les points d'intersection de ces nouveaux cercles et de **e**.
 - v) Cacher les éléments de construction : cercle **q**.
- d) Sélectionner l'outil « symétrie axiale »
- e) Cliquer sur la géodésique **g_i** puis sur une des diagonales.
- f) Répéter l'opération n-1 fois. *Exemple : 4 fois.*



8) Construire des "couches" supplémentaires en ajoutant des géodésiques.

- a) Construire les segments reliant les points P_i de l'étape précédente.
- b) Nommer R le point d'intersection des géodésiques de centre P_1 et P_{n-2} .
- c) Construire les points R_i et les géodésiques j_i où $i \in \{1; \dots; n-3\}$
 - i) Construire un angle de mesure $\frac{\pi \cdot i}{n}$ passant par R et P_i , construire la droite le long de cet angle.
 - ii) Nommer R_i le point d'intersection de cette droite et du segment $P_1 P_{n-2}$.
 - iii) Construire le cercle de centre R_i passant par R .
 - iv) Construire l'arc de cercle passant par les points d'intersection de ces nouveaux cercles et de e .
 - v) Cacher les éléments de construction : cercle q .
- d) Sélectionner l'outil « symétrie axiale »
- e) Cliquer sur la géodésique j_i puis sur une des diagonales.
- f) Répéter l'opération $n-1$ fois. *Exemple : 4 fois.*



9) Construire des "couches" supplémentaires en ajoutant des géodésiques...