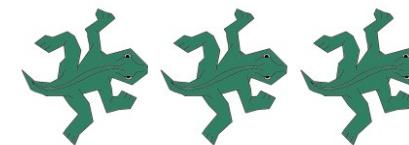


Niveau "trois lézards"

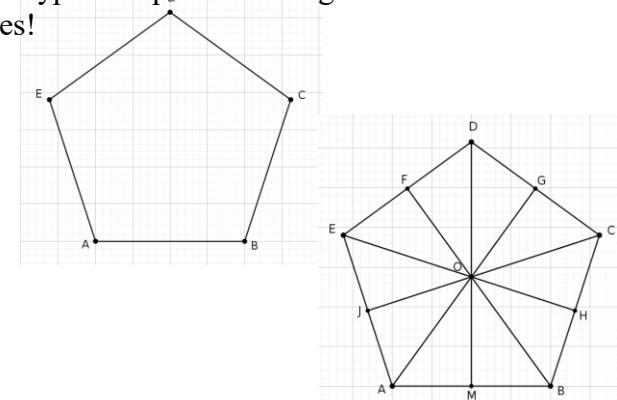
(à l'aide de Geogebra)



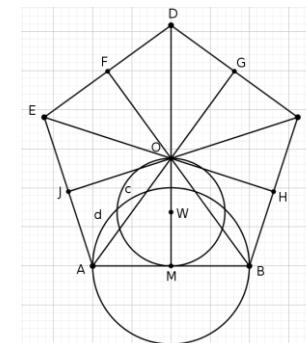
Nous allons nous baser sur la méthode de Goodman-Strauss, décrite en 2001, afin de construire un pavage hyperbolique dans Geogebra. Nous décrivons la méthode pour un pavage par pentagones mais vous pouvez l'appliquer pour d'autres polygones!

- 1) Construire un polygone régulier à n côtés. *Exemple : n=5.*
- 2) Si n est pair : Relier les sommets opposés ainsi que les milieux des côtés opposés par des segments.
Si n est impair : Relier les sommets aux milieux des côtés opposés par des segments.

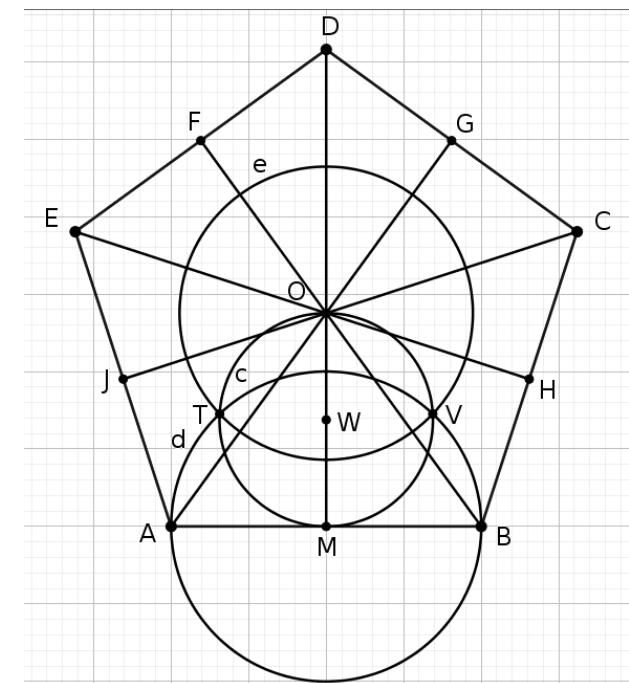
- 3) Nommer **O** le point d'intersection de ces segments.



- 4) Construction du disque de Poincaré e:
 - a) Renommer **M** le point milieu de **AB**.
 - b) Construire **W**, le point milieu du segment **OM**.
 - c) Construire le cercle **c** de centre **W** passant par **O** (et **M**).
 - d) Construire le cercle **d** de centre **M** passant par **A** et **B**.



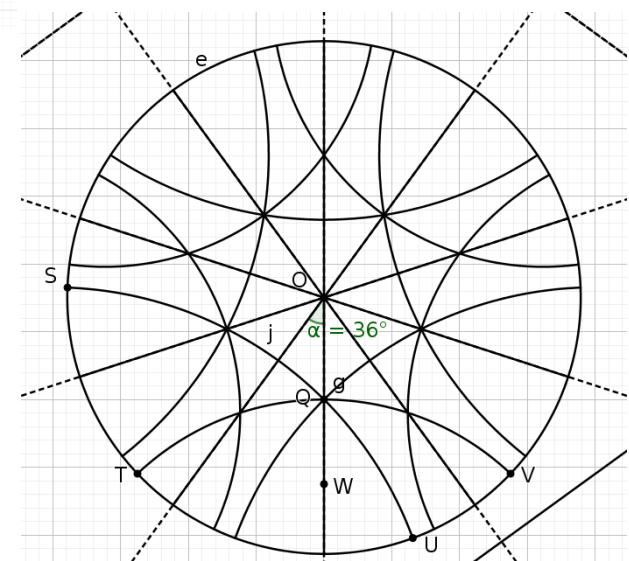
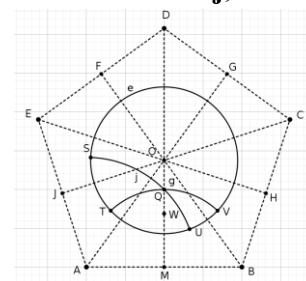
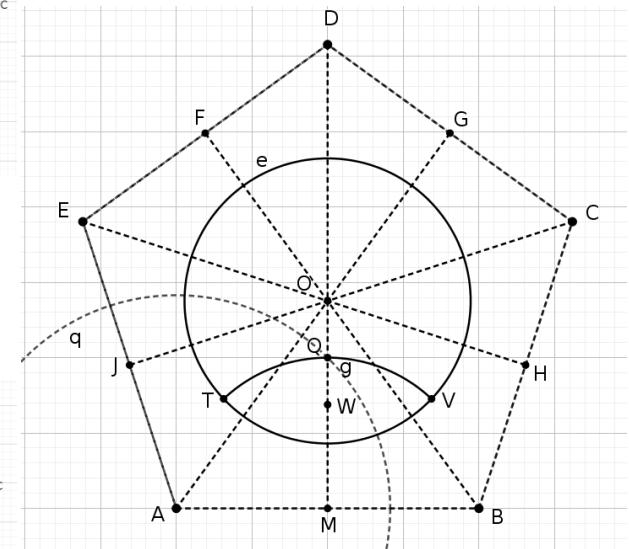
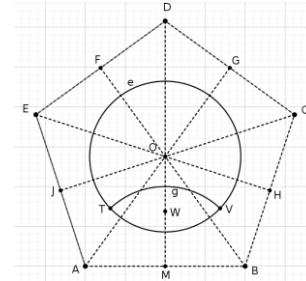
- e) Nommer les points d'intersection des cercles **c** et **d**: **T** et **V**.
- f) Construire le cercle **e** de centre **O** passant par **T** et **V**: ce cercle sera le bord du pavage.



5) Construction des deux types de géodésiques

(centrées en un sommet et centrées en un point milieu):

- Construire l'arc de cercle passant par **V** et **T** (sens positif) de centre **M** puis le renommer **g**, c'est une géodésique.
- Cacher les éléments de construction : cercle **e**, cercle **d**.



6) Utiliser la symétrie pour construire les autres géodésiques :

- Sélectionner l'outil « symétrie axiale »
- Cliquer sur la géodésique **g** puis sur une des diagonales.
- Répéter l'opération n-1 fois. *Exemple : 4 fois.*
- Cliquer sur la géodésique **j** puis sur une des diagonales.
- Répéter l'opération n-1 fois. *Exemple : 4 fois.*

Remarque: Les triangles ainsi formés ont des angles de $\frac{\pi}{n}$, $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2n}(n - 2)$.

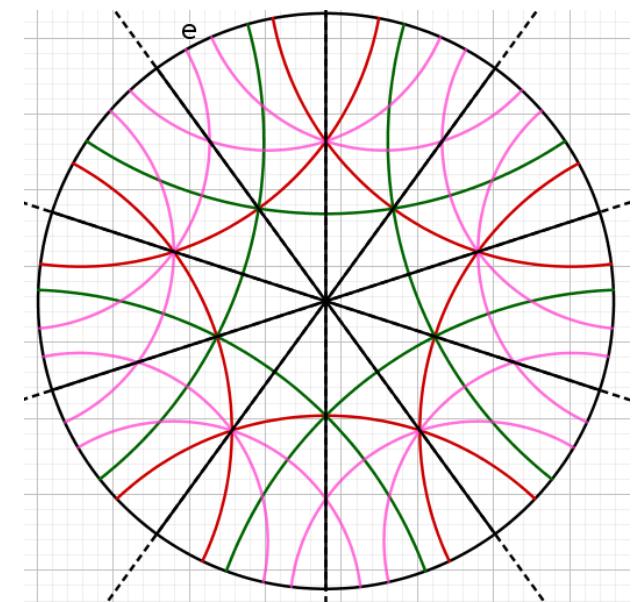
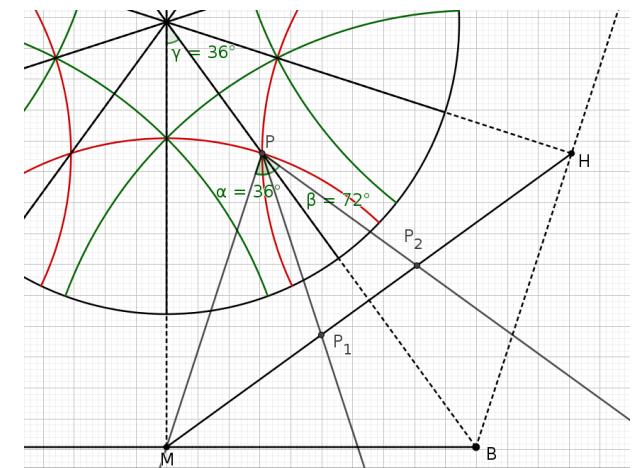
Exemple : 90° , $\frac{\pi}{5} = 36^\circ$ et $\frac{\pi}{10} = 54^\circ$.

7) Construire des "couches" supplémentaires en ajoutant des géodésiques.

Remarque: Au centre de notre construction, nous avons deux n-gones imbriqués. Nous allons construire des géodésiques passant par les sommets du plus grand des deux n-gones. Il existe une infinité de géodésiques passant par chaque sommet de ce n-gone hyperbolique. Pour que le résultat final soit régulier, on va en construire $(n - 3)$ passant par chaque sommet, afin qu'on ait autant de triangles qui touchent chacun de ces sommets qu'au centre du pavage.

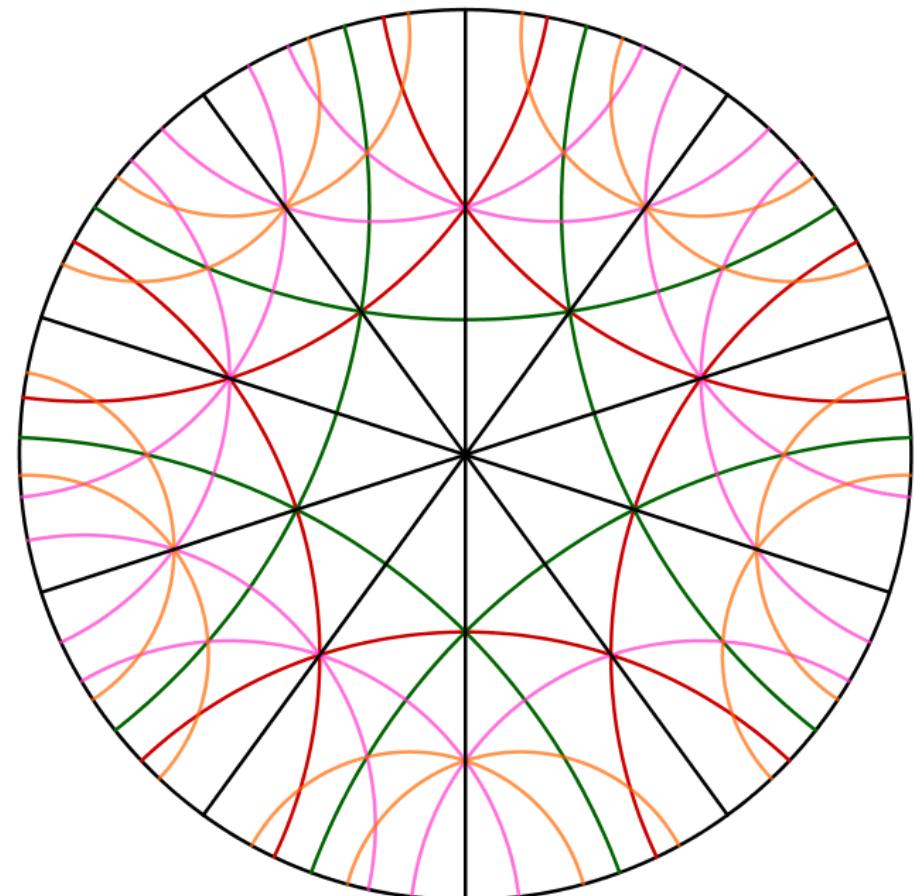
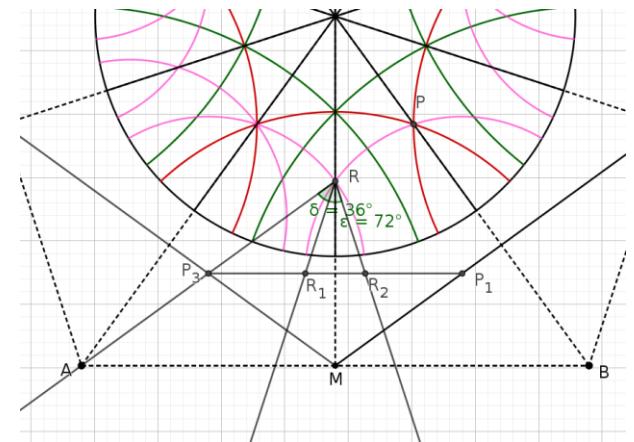
Exemple : On a au centre 10 triangles qui se touchent. Avec les 5 géodésiques centrées en des points milieux du polygone de base, on a 6 triangles qui se touchent à leurs intersections. Il faut donc en rajouter $(n - 3) = 2$ en chaque sommet.

- Construire le segment reliant les deux points milieux **M** et **H**.
- Nommer **P** le point d'intersection des géodésiques de centre **M** et **H**.
- Construire les points **P_i** et les géodésiques **g_i** où $i \in \{1; \dots; n - 3\}$
 - Construire un angle de mesure $\frac{\pi \cdot i}{n}$ passant par **M** et **P**, construire la droite le long de cet angle.
 - Nommer **P_i** le point d'intersection de cette droite et du segment **MH**.
 - Construire le cercle de centre **P_i** passant par **P**.
 - Construire l'arc de cercle passant par les points d'intersection de ces nouveaux cercles et de **e**.
 - Cacher les éléments de construction : cercle **q**.
- Sélectionner l'outil « symétrie axiale »
- Cliquer sur la géodésique **g_i** puis sur une des diagonales.
- Répéter l'opération $n-1$ fois. *Exemple : 4 fois.*



8) Construire des "couches" supplémentaires en ajoutant des géodésiques.

- Construire les segments reliant les points P_i de l'étape précédente.
- Nommer R le point d'intersection des géodésiques de centre P_1 et P_{n-2} .
- Construire les points R_i et les géodésiques j_i où $i \in \{1; \dots; n-3\}$
 - Construire un angle de mesure $\frac{\pi \cdot i}{n}$ passant par R et P_i , construire la droite le long de cet angle.
 - Nommer R_i le point d'intersection de cette droite et du segment P_1P_{n-2} .
 - Construire le cercle de centre R_i passant par R .
 - Construire l'arc de cercle passant par les points d'intersection de ces nouveaux cercles et de e .
 - Cacher les éléments de construction : cercle q .
- Sélectionner l'outil « symétrie axiale »
- Cliquer sur la géodésique j_i puis sur une des diagonales.
- Répéter l'opération $n-1$ fois. *Exemple : 4 fois.*



9) Construire des "couches" supplémentaires en ajoutant des géodésiques...