

## Activité « Les triangles pavent »

Titre de l'activité	Les triangles pavent-ils le plan?
Type d'activité	Situation problème ouvert. Activité déductive avec justification. Cette activité devrait suivre une activité de découverte des pavages.
Degrés scolaires indicatifs	8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	Quels types de triangle pavent le plan ?
Connaissances mathématiques nécessaires	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés.
Matériel	Papier quadrillé ou blanc et règle graduée
Durée	45mn-60mn
Propositions de déroulement	Travail en petits groupes. Demander d'essayer de pavier le plan avec plusieurs types de triangles, puis de donner les raisons qui font que tel type de triangle pavent le plan. Après 30 minutes, confronter les résultats, puis donner une preuve si cela n'a pas encore été fait par les élèves.
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Égalité des angles alternes internes. Cas d'égalité des triangles.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Résultats possibles justes: triangles équilatéraux, rectangles, Résultats possibles faux: isocèle dont l'angle au sommet divise 360. Dans le cas d'argumentation visuelle du style « on voit que ça marche », on peut introduire un problème paradoxal, style Lewis Carroll. Donner une preuve, soit par un élève soit par l'enseignant, si possible en partant des résultats obtenus par les élèves. Dans le cas où la preuve serait vite trouvée, passer au quadrilatères.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	La somme des angles d'un triangle vaut 180 degrés. Le théorème des angles alternes-internes. Une diagonale d'un parallélogramme détermine deux triangles égaux.
Développements possibles	Les quadrilatères pavent L'hexagone pavent partir du triangle équilatéral.
Liens interdisciplinaires	

## Annexe à l'activité « Les triangles pavent »

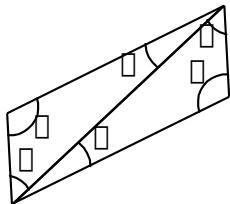
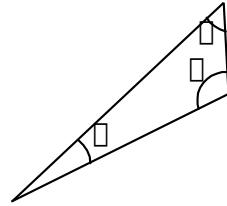
Une démonstration que les triangles pavent le plan.

Soit  $T$  un triangle.

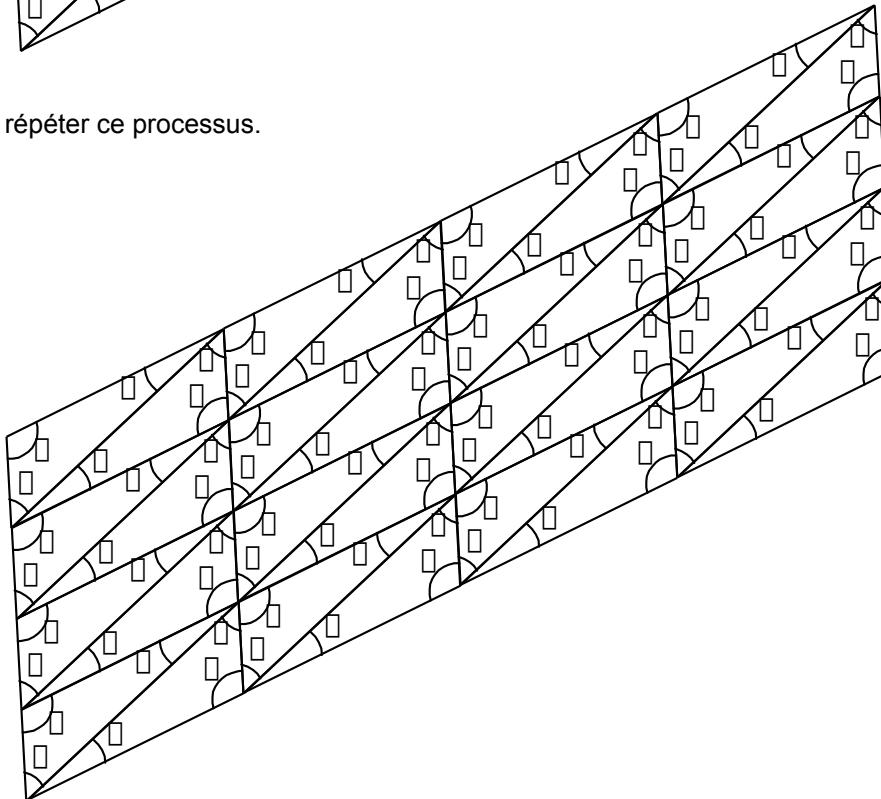
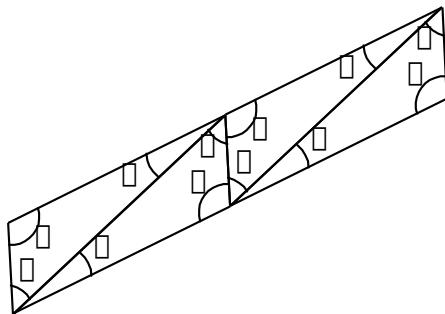
Appelons ces angles :  $\square$ ,  $\square$  et  $\square$

Faisons une rotation de  $180^\circ$  d'une copie de ce triangle au milieu d'un de ses côtés.

Nous obtenons un parallélogramme, car les angles alternes-internes sont égaux.



En disposant un parallélogramme isométrique sur un de ses côtés, nous obtenons à nouveau un parallélogramme, car la somme des angles d'un triangle vaut un angle plat ( $180^\circ$ ) et que si deux droites sont parallèles à une troisième, elles sont parallèles entre elles.



Il suffit de répéter ce processus.