

Activité « Le problème paradoxal, une découpe de Lewis Carroll »

Titre de l'activité	Le paradoxe de Lewis Carroll. (Oui l'auteur d'Alice au pays des merveilles était un mathématicien).
Type d'activité	Activité fermée de déstabilisation. Faire ressentir le besoin de démonstration. En partant de deux "découpes" de deux rectangles différents et d'aire différente, le paradoxe naît de la constatation que les deux découpes contiennent chacune les quatre mêmes pièces et qu'ils devraient avoir la même aire. Voir le dessin ci-dessous.
Degrés scolaires indicatifs	8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	Voila les découpes de deux rectangles, il y a quatre pièces qui apparaissent chacune une fois dans ces deux découpes, calculez l'aire des deux grands rectangles. Que constatez-vous? Découpez les pièces du carré et placez-les sur les pièces du rectangle. Que constatez-vous? Que concluez-vous de ces deux observations?
Connaissances mathématiques nécessaires	La formule de calcul de l'aire d'un triangle ou d'un rectangle. L'additivité de la mesure d'aire. La pente, le théorème de Thalès ou la trigonométrie.
Matériel	Une feuille avec les deux découpes paradoxales
Durée	10-15 minutes
Propositions de déroulement	Faire calculer aux élèves les aires des rectangles . Après avoir vérifié "physiquement" le recouvrement du rectangle par les pièces du carré, s'interroger sur le fait que les deux découpes ont exactement les mêmes pièces et pas la même aire. Laisser partir la discussion. Essayer de montrer que la "diagonale" d'un des rectangles est en fait une ligne brisée et donc qu'il y a recouvrement d'une partie par une autre (si disponible, la trigonométrie peut aider).
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	La formule de calcul de l'aire d'un triangle ou d'un rectangle, d'un trapèze, d'un rectangle. La conservation de l'aire par découpage (contenu implicite rarement énoncé) Argumentation et recherche d'hypothèses : "Comment justifier cette différence d'aire?" La pente d'une droite (CO). La tangente (PO).
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	Peut-être que certains élèves ne verront même pas où est le problème? Faire apparaître deux manières de calculer l'aire soit par la formule pour les rectangles soit par la somme des aires des pièces des découpes.

Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Pente d'une droite. L'additivité de l'aire.
Développements possibles	La suite de Fibonacci
Liens interdisciplinaires	Le rapport d'or, la spirale logarithmique. Le paradoxe : "Que se passe-t-il de l'autre côté du miroir?"

Annexe à l'activité « Le problème paradoxal, une découpe de Lewis Carroll »