

Activité « Paver le plan »

Titre de l'activité	Paver le plan à l'aide de figures géométriques (d'après MERM G126).
Type d'activité	Travail de découverte et/ou de déduction
Degrés scolaires indicatifs	5-6-7-8-9-10-11
Enoncé destiné aux élèves	cf. MERM Géométrie 126 (en annexe) Et peut-on paver le plan avec un pentagone régulier ?
Notions mathématiques utiles	Notion de pavage, pentagone régulier.
Matériel	Papier pointé ou quadrillé, feuilles blanches, ciseaux, matériel usuel de géométrie Eventuellement découpages préparés des figures géométriques de l'ex. 126
Durée	2 x 45 minutes
Propositions de déroulement	<p><i>Remarque préalable : l'exercice MERM G126 est une activité assez longue qui allie découverte et/ou déduction. Selon le choix de l'enseignant, elle peut être découpée en plusieurs parties, ou proposée entièrement aux élèves. Elle a été choisie aussi car elle se trouve dans les MERM.</i></p> <p>Recherche individuelle ou par groupes, de type découverte, avec liberté des outils, dessin ou figures découpées (préalablement ou non)</p> <p>Mise en commun, autour de la question « peut-on paver le plan avec les figures proposées ? », analyse des manipulations et formulation des convictions forgées suite aux manipulations</p> <p>Mobilisation de connaissances mathématiques pour justifier les réponses, (preuve par le calcul d'angles ou les transformations géométriques des possibilités ou impossibilité de pavage)</p> <p>Selon la classe, généralisation à tous les quadrilatères, traitement spécifique des pentagones</p>
Références aux contenus d'enseignement, plans d'études et moyens d'enseignement	<p>Plan d'études du CO : <i>Permettre aux élèves de modéliser l'espace physique et de résoudre des problèmes de maîtrise de l'espace physique. Etudier les figures élémentaires de la géométrie plane et les isométries du plan pour la résolution de problèmes variés. Passer progressivement d'une géométrie perceptive à une géométrie théorique en s'appuyant sur les figures et leurs propriétés dans le cadre de la géométrie plane. Utiliser ce domaine pour initier les élèves à diverses formes de raisonnement utilisées en mathématiques et en particulier au raisonnement déductif.</i></p> <p>Moyens d'enseignement MERM : G126, G119, G123, G125, G127</p> <p>Commentaires : suivant l'âge et les compétences des élèves, ils exposeront des solutions des cas particuliers proposés, ou prouveront que tous les quadrilatères pavent le plan. Pour les pentagones les élèves devront réaliser que cela dépend des cas.</p>

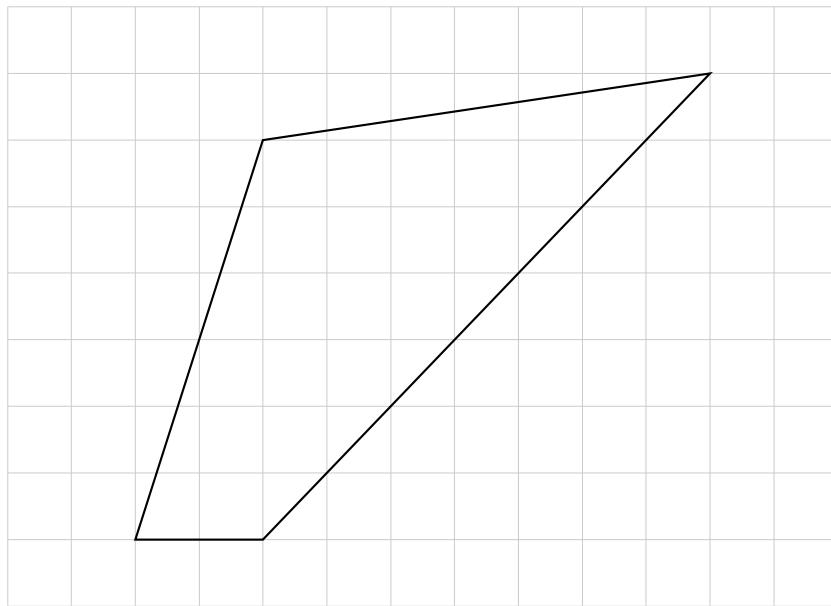
Voir page suivante

Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	A partir d'essais (découpages ou dessins), qui devraient aboutir rapidement à la conclusion que le premier quadrilatère pave le plan, les élèves seront encouragés à généraliser la situation à tous les quadrilatères convexes. Le quadrilatère concave est plus difficile, mais sa solution peut être une piste pour le pentagone concave (cf. solution en annexe). Pour éviter des généralisations abusives le pentagone régulier a été ajouté comme contre-exemple. La recherche d'une preuve que tous les quadrilatères pavent le plan peut être l'aboutissement de l'activité.
Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence	Somme des angles des angles d'un polygone (triangle, quadrilatère, pentagone) Symétrie centrale, translation, rotation : définitions et propriétés. Vocabulaire de la géométrie
Développements possibles	Traiter d'autres figures géométriques pour pavé le plan (y compris le disque). Aborder la notion de <i>motif minimum</i> , celui qui permet uniquement par translation de reconstituer le pavage.
Liens interdisciplinaires	Arts visuels: belles constructions, dessins précis, harmonie de couleurs. Histoire de l'art : pavages dans la ville, œuvres d'art (Alhambra, Escher)

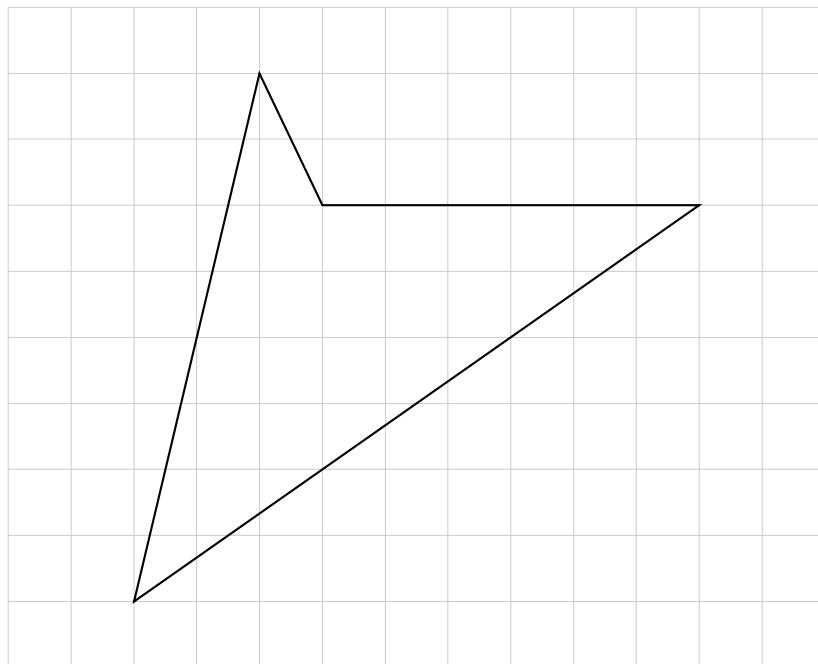
Annexes à l'activité « Paver le plan »**MERM Géométrie Exercice 126**

À l'aide d'une feuille quadrillée, essaye de paver le plan avec des pavés isométriques, comme :

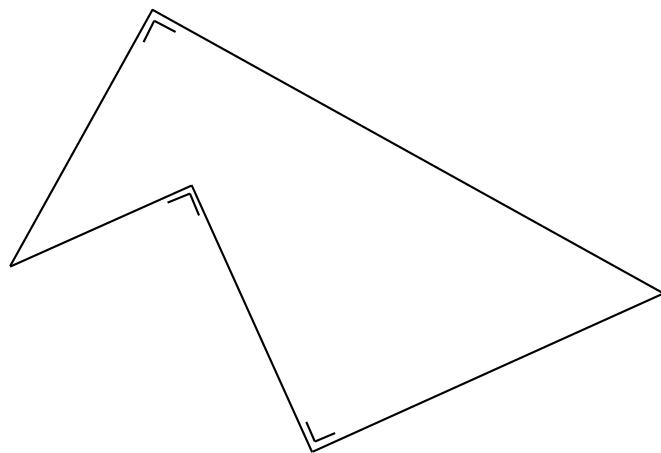
a) celui-ci



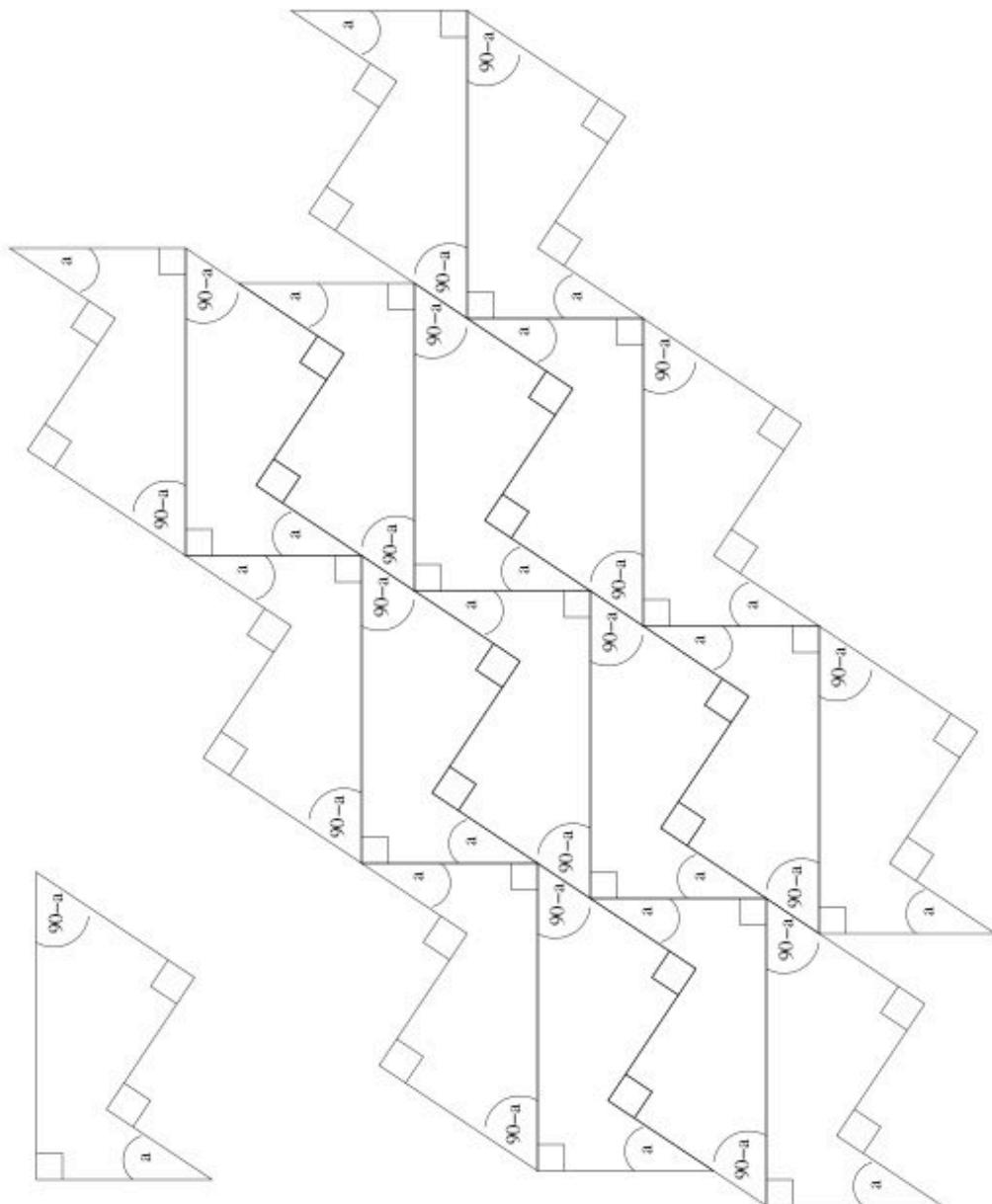
b) ou celui-ci



c) ou encore cet autre, mais cette fois sur une feuille blanche :



d) Et un pentagone régulier pave-t-il le plan ?

Annexes à l'activité « Paver le plan »

Annexes à l'activité « Paver le plan »

