

En un coup de ciseaux 2

À la découverte des bissectrices

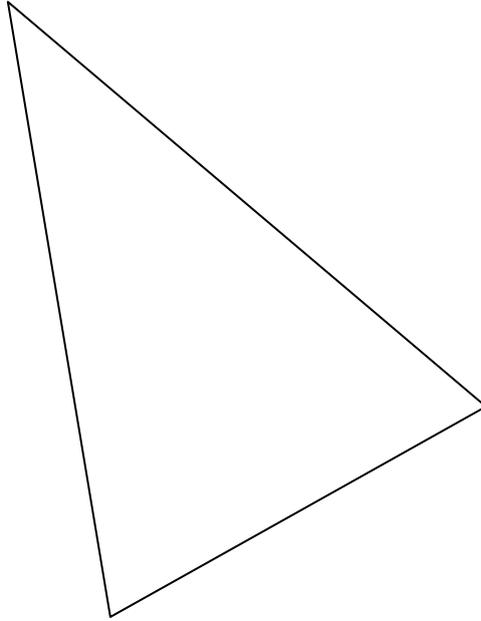
Résumé	Un polygone régulier ou semi-régulier est dessiné sur une feuille. Comment plier cette feuille pour pouvoir découper le polygone en un coup de ciseaux rectiligne.
Degrés concernés	5P – 7CO
Matériel	Une paire de ciseaux et l'énoncé Une règle et un compas peuvent s'avérer utiles
Durée	1 – 2 périodes
Pré requis	La connaissance des axes de symétrie peut faciliter les premiers pliages. Le cas échéant, utiliser l'activité « Coup de ciseaux - 1 »
Propositions de déroulement	Les élèves commencent par travailler soit seuls soit en petits groupes de deux ou trois d'abord sur le triangle isocèle. On fera une première mise en commun pour que tous les élèves repartent sur de nouveaux polygones avec l'idée de bissectrice. Les élèves reprennent le travail seuls ou en groupe avec les nouveaux polygones. La mise en commun se fera lorsqu'une bonne partie de la classe aura réussi.
Analyse préalable de l'activité (démarches prévisibles des élèves, interventions de l'enseignant)	<p><u>Intentions</u> Faire découvrir les bissectrices à l'élève.</p> <p><u>Démarches possibles</u> Commencer par le triangle isocèle. L'élève commence par plier son polygone le long de l'axe de symétrie. Il plie ensuite le long de la bissectrice pour ramener la base du triangle sur le côté isocèle et peut maintenant découper. Appliquer cette même démarche pour les autres polygones : L'élève plie son polygone le long des axes de symétrie, et ce, autant de fois que possible. Ensuite, il plie le long de bissectrices pour ramener petit à petit tous les côtés sur un seul et pouvoir finalement couper.</p> <p><u>Relances</u> Dès le début un élève peut ne pas comprendre quel est le lien entre le coup de ciseaux rectiligne et son polygone. Une reformulation du problème est alors la suivante : quels sont les plis qui ramènent</p>

	<p>tous les côtés d'un polygone sur un seul (qui « alignent » tous les côtés ?). Cette relance peut être utile tout au long de ses essais.</p> <p>Après avoir utilisé tous les axes de symétrie, une erreur commune est de vouloir qu'un seul pli ramène tous les côtés restants sur un seul. Il faut expliquer qu'on peut faire beaucoup de plis et ramener l'un après l'autre les côtés les uns sur les autres.</p> <p><u>Mise en commun</u></p> <p>Une fois que beaucoup ont réussi à découper le triangle isocèle, proposer une première mise en commun dont le but est de leur faire décrire ce nouveau pli qu'ils ont utilisé. Le but est de donner une définition de bissectrice ; ce peut être soit un axe de symétrie de l'angle soit une droite qui coupe l'angle en deux. L'une des deux définitions peut suffire. Si les deux ressortent, essayer de voir si elles sont équivalentes et pourquoi. Ne donner le mot « bissectrice » qu'à la fin de cette première mise en commun.</p> <p>Attaquer ensuite les autres polygones en utilisant ce nouveau pli puis refaire une mise en commun dans laquelle on leur fait décrire les plis qu'ils ont fait, quels sont les côtés qui sont ramenés les uns sur les autres par leurs plis.</p> <p>Comparer les plis du triangle isocèle et du triangle équilatéral.(activité Coup de ciseaux 1) Faire remarquer que les axes de symétries d'un polygone sont confondus avec certaines de ses bissectrices.</p>
<p>Notions mathématiques susceptibles d'être mises en évidence</p>	<p>Découverte des bissectrices comme axe de symétrie d'un angle.</p>
<p>Développements possibles</p>	<p>On pourra formaliser géométriquement la définition de bissectrice.</p>

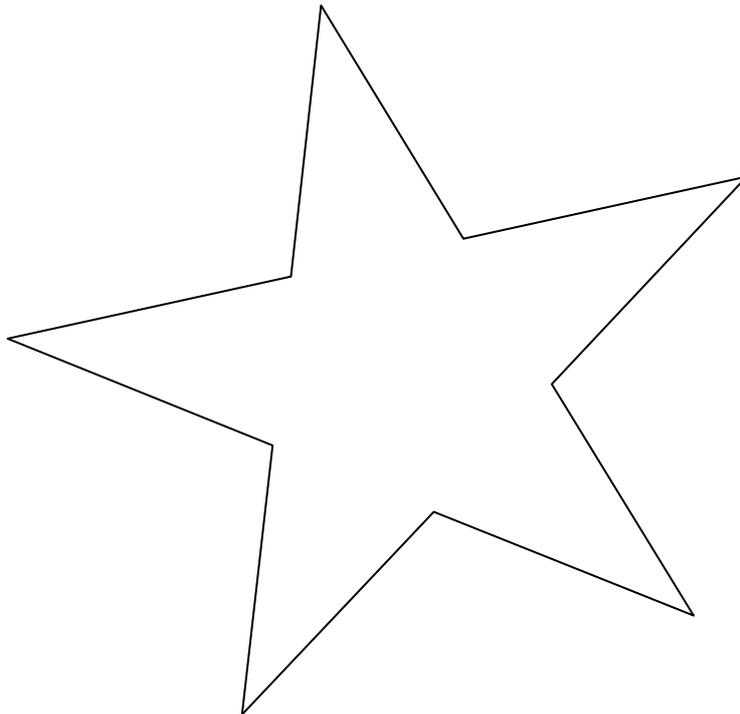
En un coup de ciseaux – Énoncé de l'élève

Peux-tu plier les (demi-) feuilles suivantes pour pouvoir ensuite découper la forme dessinée en un seul coup de ciseaux ?

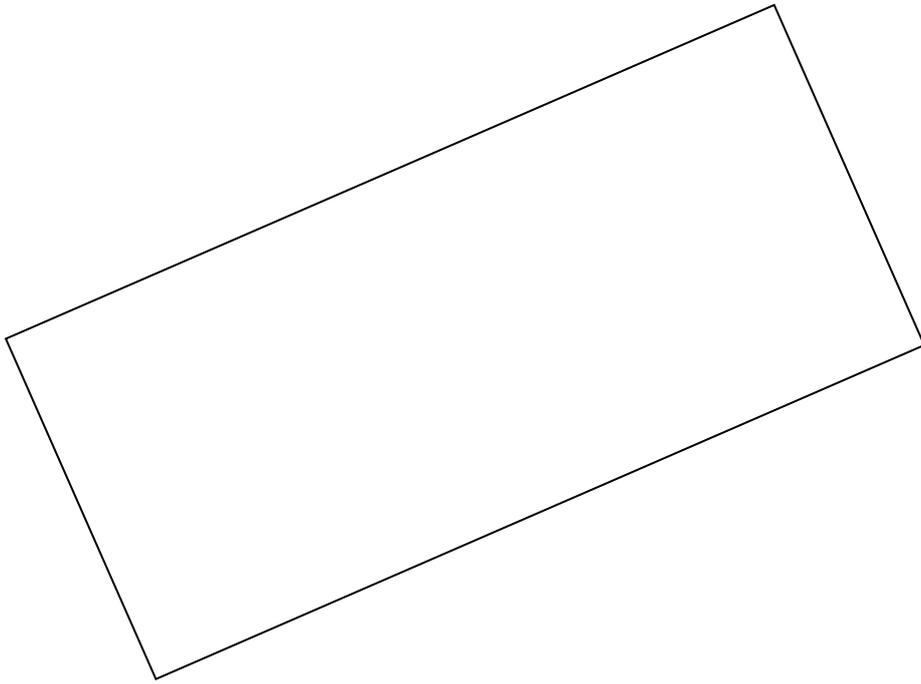
Triangle isocèle



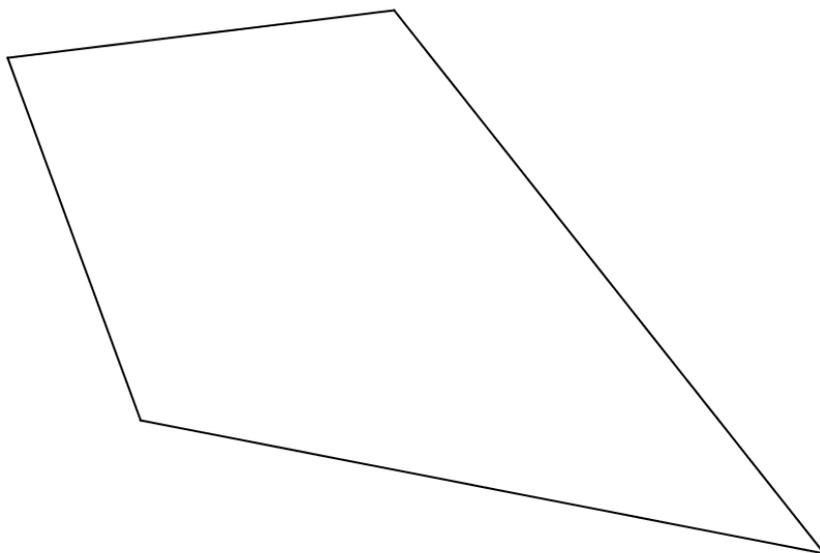
Etoile régulière



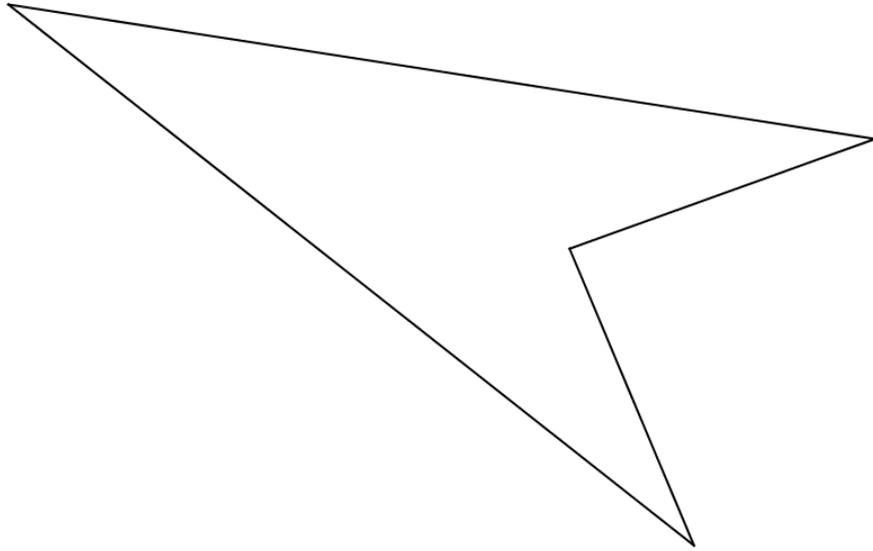
Rectangle



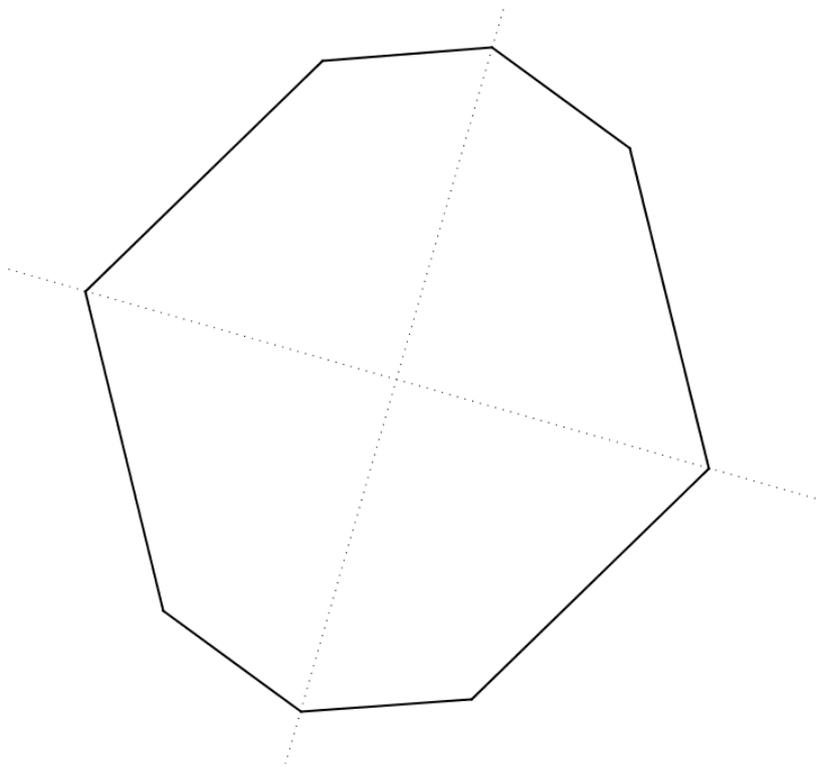
Cerf-volant



Fer de lance



Octogone non régulier avec deux axes de symétrie



Éléments pour la synthèse

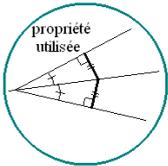
Pour une solution détaillée du triangle isocèle et du pentagone, ainsi que pour la comparaison entre triangle isocèle et le triangle équilatéral voir le fichier <http://icp.ge.ch/dip/maths/IMG/pdf/presentationciseau.pdf>

Cette activité est un point de départ pour la formalisation de la notion de bissectrice. Outre les éventuels axes de symétrie, les plis nécessaires sont en effet les bissectrices des polygones.

Le but est de donner une définition de bissectrice ; les deux principales définitions qui peuvent ressortir sont soit l'axe de symétrie de l'angle soit une droite qui coupe l'angle en deux. L'une des deux définitions peut suffire. Si les deux ressortent, essayer de voir si elles sont équivalentes et pourquoi.

Habituellement, on définit la bissectrice par la Définition 1 et on démontre la Propriété 1. Il est cependant possible de donner la Propriété 1 comme définition et d'en déduire la Définition 1. Ce choix est déterminé par les propositions des élèves.

Définition 1. : la bissectrice de l'angle \widehat{AOB} est la demi-droite b_O contenue dans le secteur défini par l'angle \widehat{AOB} qui sépare l'angle \widehat{AOB} en deux angles égaux.



Propriété 1 : la bissectrice b_O est l'ensemble des points contenus dans le secteur défini par l'angle \widehat{AOB} qui sont à égale distance des demi-droites $[OA$ et $[OB$. Donc, la bissectrice b_O est un axe de symétrie de l'angle.