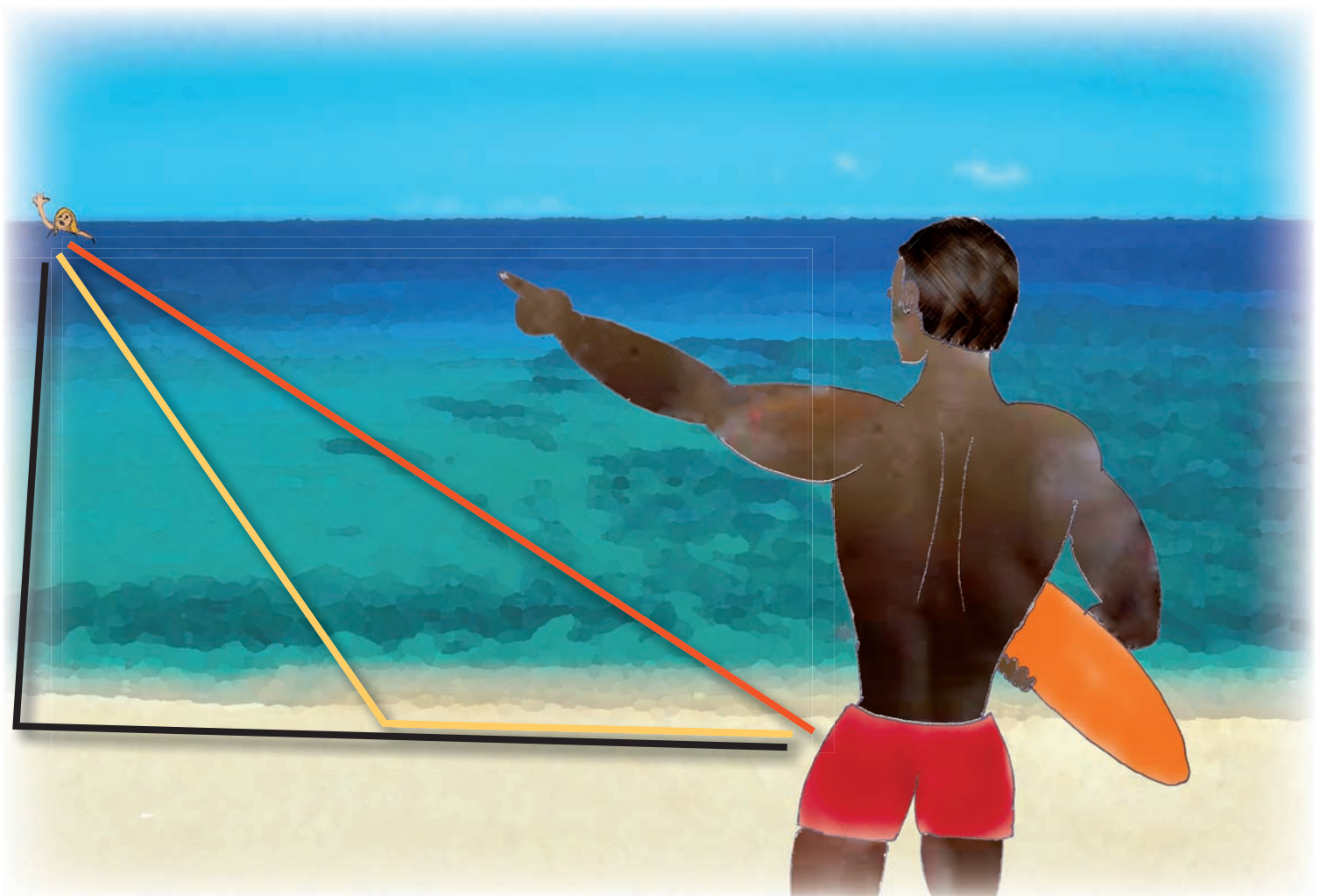


## Limite d'alerte

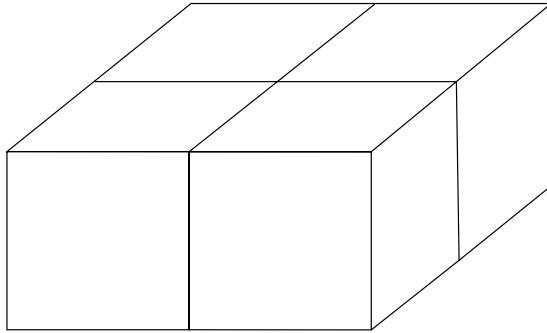
Un sauveteur est de garde sur une plage. Tout à coup il aperçoit à environ 300 mètres sur sa gauche et à 100 mètres au large une nageuse en détresse. Il nage vite ( $4\text{km/h}$ ), mais court plus vite encore ( $30\text{km/h}$ ).

Comment doit-il se déplacer pour arriver au plus vite vers l'infortunée ?

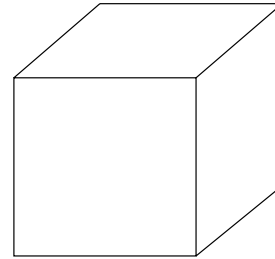


## Rangement optimal

On vous donne les 9 formes suivantes:

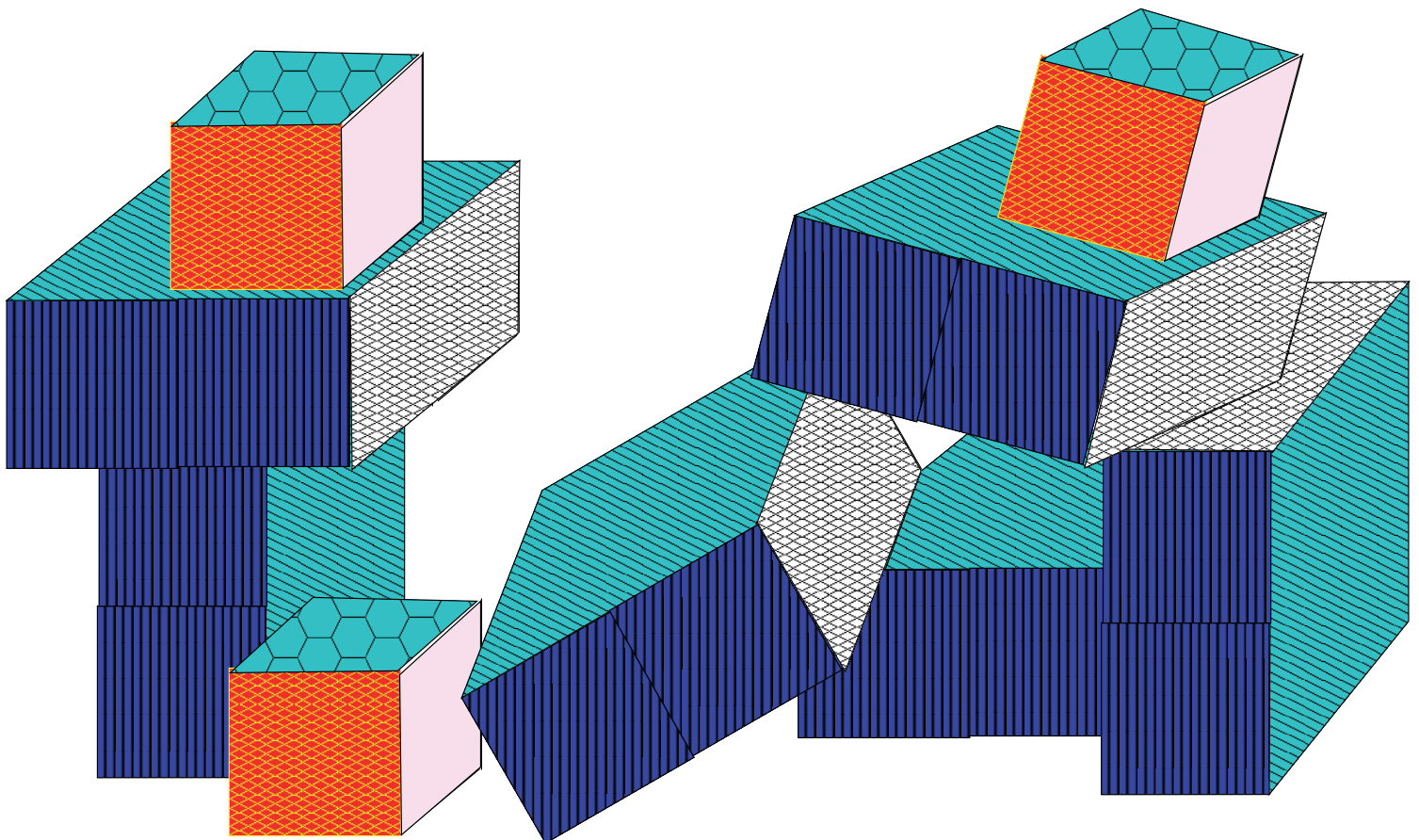


6 pavés  
ayant comme dimensions:  
 $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 1\text{ cm}$



3 cubes de  
 $1\text{ cm}$  de côté.

Comment faut-elles les empiler pour minimiser la surface latérale de l'empilement ?



## Didon et le timbre poste



Pouvez-vous faire un trou dans un post-it (ou un timbre poste), puis, sans le déchirer, passer au travers ?

Ceci rappelle l'histoire de la princesse phénicienne Didon, que je vais vous conter.

Mutto, roi de Tyr avait deux enfants Elissa et Pygmalion quand il mourut. Bien que très jeune ce fût Pygmalion qui devint roi et Elissa épousa son oncle. Mais après que son frère Pygmalion ait assassiné son époux Sicharbas (ou Sychée selon Virgile) afin de lui voler ses trésors, Elissa s'enfuit en compagnie de quelques fidèles en emportant les trésors.

En passant par Chypre quatre-vingt jeunes filles furent enlevées pour devenir les futures femmes des fugitifs. Elissa se réfugia en Afrique du Nord à Byrsa («la peau de bœuf»), et demanda une terre d'asile aux autochtones. Ceux-ci lui donnèrent par dérision «autant de terre qu'elle pourrait en faire tenir dans une peau d'un bœuf».



Après réflexion, elle découpa la peau en fines lanières et elle obtint, en les mettant bout à bout, une corde d'une grande longueur. Avec la corde ainsi formée, elle encercla son territoire assez vaste et fonda la ville de Carthage («la ville neuve», proche de la contemporaine Tunis). Elissa prit le nom latin de Didon.



A vos ciseaux...

## Losange maximal

Quel est le plus grand losange que je peux trouver dans cette feuille A4 ?

## Surface maximale

### Une formule utile

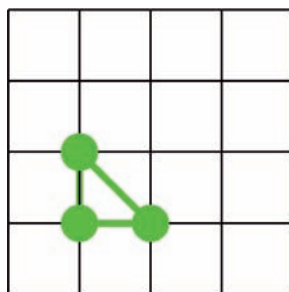
Le but est de trouver un moyen simple de calculer l'aire d'un polygone dont les sommets sont sur un quadrillage. On suppose que l'aire d'un carreau vaut une unité.

Trois points déterminent un triangle dont on sait que l'aire est donnée par la formule

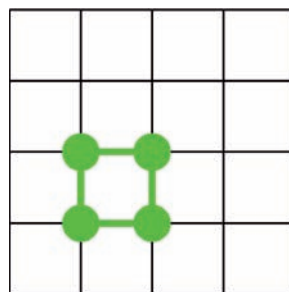
$$\mathcal{A}_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}.$$

On connaît, de même des formules d'aire pour les rectangles, les carrés, les parallélogrammes, etc. Mais dans le cas d'un polygone plus compliqué, il faut chaque fois trouver une autre formule.

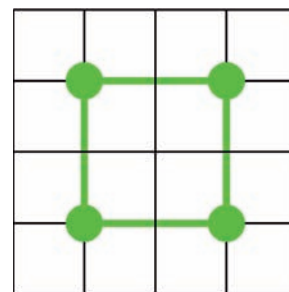
Une chose facile à compter, c'est le nombre de points du quadrillage qui sont sur le bord du polygone (appelons ce nombre  $b$ ) et les points qui sont à l'intérieur du polygone (appelons ce nombre  $i$ ).



$$b = 3, i = 0, \mathcal{A}_{\Delta} = \frac{1}{2}$$



$$b = 4, i = 0, \mathcal{A}_{\text{petit}} = 1$$



$$b = 8, i = 1, \mathcal{A}_{\text{grand}} = 4$$

Trouvez une formule pour l'aire  $\mathcal{A}$  en fonction de  $b$  et de  $i$ .

Vous venez de construire la formule de Pick

Si on se donne une ficelle fermée, cela fixe un certain périmètre. A l'aide de la formule de Pick, trouvez la surface polygonale (à sommets entiers) dont la surface est maximale.

## A la limite qu'obtient-on ?

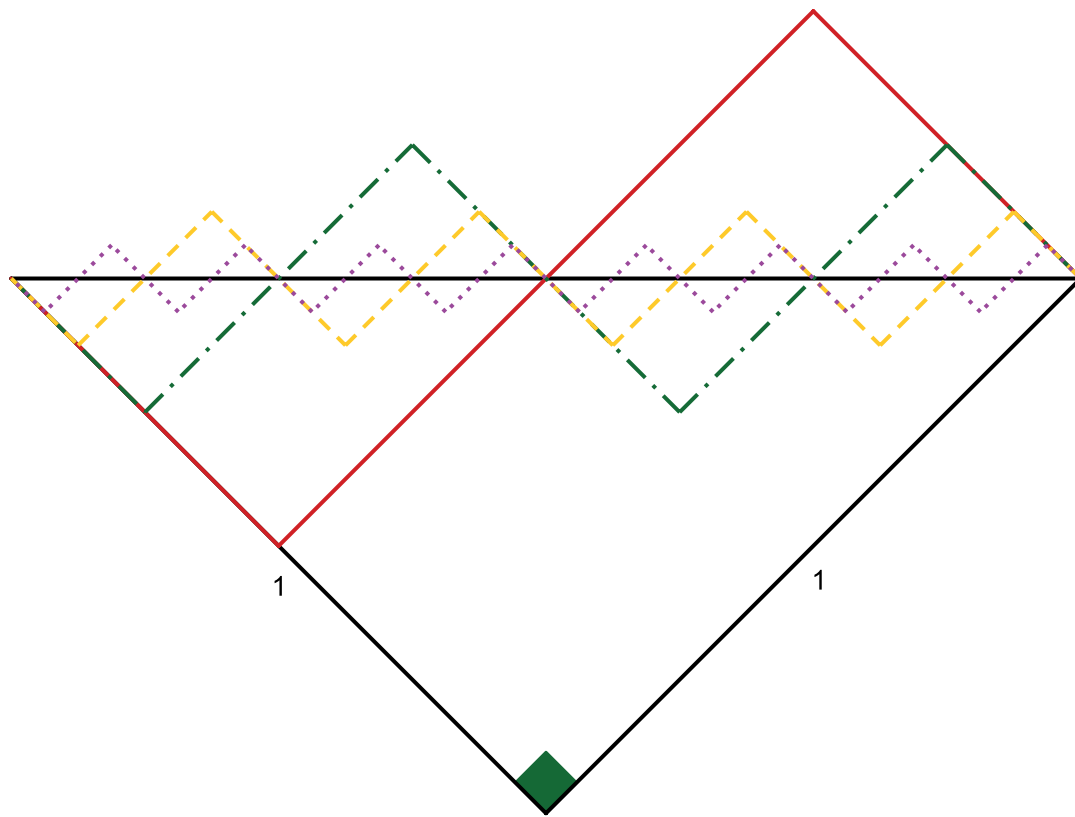
Je plie au hasard une feuille en deux et je découpe tous les bouts qui dépassent (là où il n'y a qu'une feuille de papier).  
Puis je déplie la feuille et je fais un deuxième pli.  
Je coupe à nouveau tout ce qui dépasse et je redéplie.  
Je replie sur le premier pli, je coupe et je déplie, puis sur le deuxième et ainsi de suite...

Est-ce que cela va s'arrêter ou devrais-je toujours couper quelque chose ?

Vers quelle forme est-ce que je m'approche ?



## Limite bizarre



On construit un triangle rectangle isocèle dont les cathètes sont de longueur 1.

Qu'elle est la longueur de la ligne noire pleine (les cathètes du triangle) ?

Qu'elle est la longueur de ligne rouge ?

Qu'elle est la longueur de ligne verte ?

Qu'elle est la longueur de ligne jaune ?

Qu'elle est la longueur de ligne violette ?

De quelle courbe se rapproche cette suite de lignes brisées ?

Et qu'elle est la longueur de cette courbe ?

Bizarre non ?

## Stratégie optimale

Sur un support quadrillé sont posés des pions.

Le but est d'enlever le plus de pions possible.

La règle de suppression est la suivante :

Pour supprimer un pion, il faut que celui-ci en touche un autre et que le tout soit suivi d'une case vide.

Le premier pion « saute » par-dessus le second et rejoint la case vide. Le second pion est alors retiré du plateau.

Un pion ne peut sauter qu'horizontalement ou verticalement, et par-dessus un seul autre pion à la fois.

Pouvez-vous trouver une stratégie optimale pour enlever le maximum de pions ?

