

Quel est le début de ce nombre ?

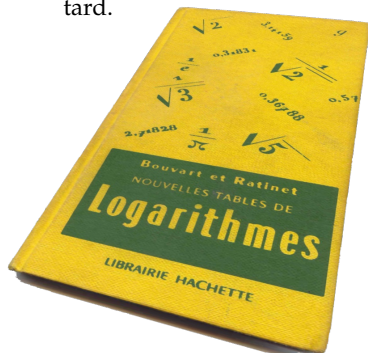
La loi étrange du premier chiffre significatif

Saviez-vous que près de la moitié des nombres rencontrés dans la vie quotidienne commencent soit par un 1, soit par un 2, alors que moins d'un sur vingt commence par un 9 ? Ce phénomène mathématique est connu sous le nom de "Loi de Benford", du nom de l'ingénieur américain qui étudia en 1938 la distribution du premier chiffre significatif de plus de 20 000 nombres d'origines diverses (résultats de base-ball, relevés d'hydrologie, poids des éléments chimiques etc.).

De l'usure irrégulière des tables de logarithmes

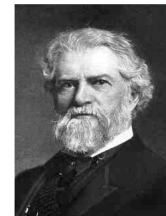
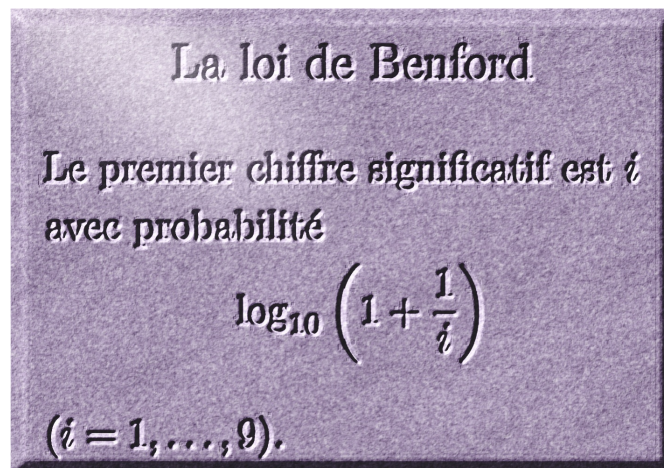
L'ASTRONOME **Simon Newcomb**, à la fin du XIX^e siècle, fut le premier à remarquer ce phénomène. À cette époque, les scientifiques ne disposaient pas d'ordinateurs et faisaient donc un usage intensif des tables de logarithmes pour transformer les multiplications en additions (opérations beaucoup plus simples à effectuer à la main !). Newcomb avait observé que les premières pages de ces tables, celles qui donnent les logarithmes des nombres commençant par 1, s'usaient beaucoup plus vite que les dernières donnant les logarithmes des nombres commençant par 9.

Dans l'article qu'il publia en 1881, Newcomb décrivait déjà précisément la loi que **Frank Benford** redécouvrit plus d'un demi-siècle plus tard.



Fréquence théorique d'apparition du premier chiffre significatif suivant la loi de Benford.

1 : 30,1% 2 : 17,6% 3 : 12,5% 4 : 9,7% 5 : 7,9% 6 : 6,7% 7 : 5,8% 8 : 5,1% 9 : 4,6%



SIMON NEWCOMB et FRANK BENFORD, les deux découvreurs de la loi de Benford.

La loi de Benford est la seule qui résiste au passage à l'euro !

IL EXISTE autant de nombres commençant par le chiffre 1 que par 9... Alors pourquoi ceux commençant par 1 apparaissent-ils plus souvent ? Les mathématiciens ont donné plusieurs justifications à l'apparition naturelle de la loi de Benford.

L'une d'entre elles part de la constatation suivante : si le premier chiffre significatif des nombres rencontrés dans la vie quotidienne doit suivre une distribution précise, celle-ci

doit être la même partout dans le monde ! Que les distances soient mesurées en kilomètres ou en miles, que les prix soient donnés en francs, en euros ou en dollars, la fréquence avec laquelle le premier chiffre significatif est 1 ne devrait pas changer... Or, les mathématiciens savent montrer que la loi de Benford est la seule qui possède la propriété d'invariance par changement d'unité.

Références

S. Newcomb, «Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers», *Amer. J. Math.* 4 (1881) 39-40.

F. Benford, «The law of anomalous numbers», *Proc. Amer. Phil. Soc.* 78 (1938) 551-572.

R.S. Pinkham, «On the distribution of first significant digits», *Amer. Math. Statist.* 32 (1961) 1223-1230.

R.A. Raimi, «The first digit problem», *Amer. Math. Monthly* 83 (1976) 521-538.

É. Janvresse et T. de la Rue, «La loi de Benford», *Quadrature* 48 (2003).