Méthodes numériques géométriques et multi-échelles pour les équations différentielles

Gilles Vilmart

Université de Genève
(Ecole Normale Supérieure de Rennes et INRIA Rennes)

Cérémonie du Prix Bretagne Jeune Chercheur 2013

Des problèmes multi-échelles. . .

Modèle non linéaire de frein à disque (matériaux composites)

Modèle d'infiltration d'eau dans un milieu poreux (Modèle de Richards)

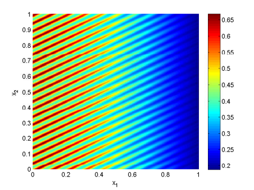
Milieu poreux

Des problèmes multi-échelles...

Modèle non linéaire de frein à disque (matériaux composites)

Modèle d'infiltration d'eau dans un milieu poreux (Modèle de Richards)

Milieu poreux



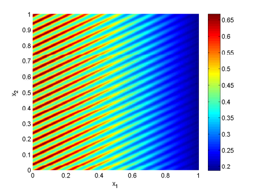
tenseur de perméabilité

Des problèmes multi-échelles. . .

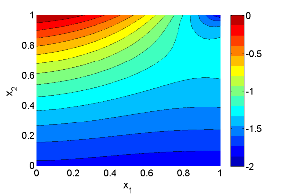
Modèle non linéaire de frein à disque (matériaux composites)

Modèle d'infiltration d'eau dans un milieu poreux (Modèle de Richards)

Milieu poreux



tenseur de perméabilité



Simulation de la pression.

Intégration numérique géométrique

Analyse numérique

- construire des méthodes de calcul de solutions approchées ;
- analyser ces méthodes (justifications mathématiques, fiabilité).

Difficulté

Conserver les propriétés qualitatives du problèmes : invariants géométriques, énergie, structures. . .

Intégration numérique géométrique

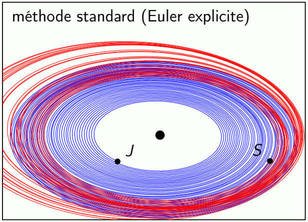
Analyse numérique

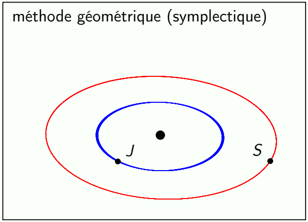
- construire des méthodes de calcul de solutions approchées ;
- analyser ces méthodes (justifications mathématiques, fiabilité).

Difficulté

Conserver les propriétés qualitatives du problèmes : invariants géométriques, énergie, structures. . .

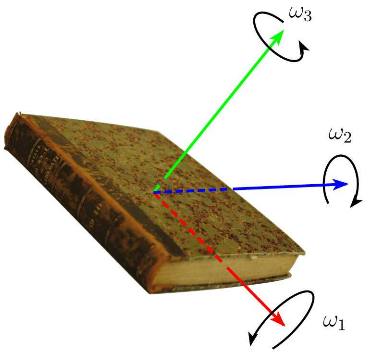
Exemple : le système Soleil-Jupiter-Saturne (voir interstices.info/planetes)

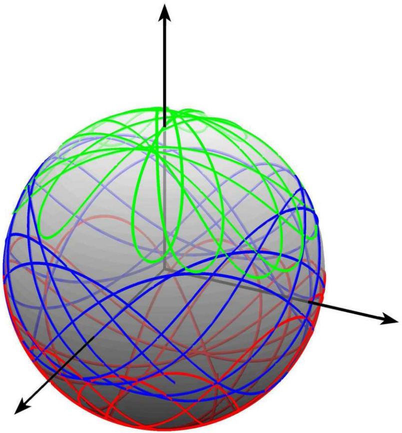




Exemple : un intégrateur géométrique précis pour le mouvement d'un corps rigide asymétrique

Applications : molécules, astéroïdes, satellites, sous-marins. . .





Une nouvelle méthodologie pour construire des intégrateurs géométriques

Une rencontre inattendue...

$$
\begin{aligned}
(b \star a)(\bullet) &= b(\bullet)a(\bullet) & \Delta(\bullet) &= \bullet \otimes \bullet \\
(b \star a)([\bullet]) &= b([\bullet])a(\bullet) + b(\bullet)^2 a([\bullet]) & \Delta([\bullet]) &= [\bullet] \otimes \bullet + \bullet^2 \otimes [\bullet] \\
(b \star a)([\bullet\bullet]) &= b([\bullet\bullet])a(\bullet) + 2b(\bullet)b([\bullet])a([\bullet]) + b(\bullet)^3 a([\bullet\bullet]) & \Delta([\bullet\bullet]) &= [\bullet\bullet] \otimes \bullet + 2\bullet[\bullet] \otimes [\bullet] + \bullet^3 \otimes [\bullet\bullet] \\
(b \star a)([[\bullet]]) &= b([[\bullet]])a(\bullet) + 2b(\bullet)b([\bullet])a([\bullet]) + b(\bullet)^3 a([[\bullet]]) & \Delta([[\bullet]]) &= [[\bullet]] \otimes \bullet + 2\bullet[\bullet] \otimes [\bullet] + \bullet^3 \otimes [[\bullet]]
\end{aligned}
$$

Liens avec l'algèbre combinatoire (algèbres de Hopf d'arbres de Connes et Kreimer 1998 puis de Calaque, Ebrahimi-Fard et Manchon, 2011) pour la renormalisation en théorie quantique des champs (physique quantique).

Remerciements

- Assyr Abdulle (Lausanne)
- Yun Bai (Lausanne)
- François Castella (Rennes)
- Philippe Chartier (Rennes)
- Monique Chyba (Honolulu)
- David Cohen (Umeå)
- Stéphane Descombes (Nice)
- Ernst Hairer (Genève)
- Joseba Makazaga (San Sebastian)
- Ander Murua (San Sebastian)
- Konstantinos Zygalakis (Southampton)